3. Incertitudes et calcul d'erreurs

a. Les différents types d'erreurs

Pour qu'il soit valorisé, tout résultat expérimental doit être suivi d'une estimation sur l'ordre de grandeur de l'erreur globale que l'on a pu commettre. On peut distinguer deux types d'erreurs :

- **Erreurs systématiques :** elles sont dues à une cause bien déterminée et se produisent dans un même sens qui n'est pas toujours connu. Elles sont répétitives et constantes. Les erreurs systématiques doivent être traquées et éliminées.
- **Erreurs aléatoires :** elles sont mal définies, varient dans le temps et se produisent de part et d'autre de la valeur vraie. Les erreurs aléatoires ne peuvent pas être éliminées mais on peut les limiter. Il faut donc savoir les évaluer.

b. Expression d'erreurs

L'erreur peut être exprimée sous forme de :

- **Erreur absolue :** c'est la valeur absolue de l'écart entre la valeur vraie (X_v) et la valeur mesurée (X_m). La valeur vraie (X_v) étant inconnue, l'erreur absolue l'est également.

Erreur absolue = $|X_v - X_m|$ = inconnue

L'incertitude absolue (ΔX) est la limite supérieure de l'erreur absolue :

Incertitude absolue = limite supérieure de l'erreur absolue = ΔX

- **Erreur relative :** c'est le rapport de l'erreur absolue à la valeur mesurée. Elle n'est pas connue.

$$Erreur\ relative = \frac{Erreur\ absolue}{Valeur\ mesurée} = \frac{|Xv - Xm|}{Xm} = Inconnue$$

L'incertitude relative est le quotient de l'incertitude absolue ΔX par la valeur mesurée Xm.

$$Incertitude\ relative = limite\ sup.de\ l'erreur\ relative = \frac{Incertitude\ absolue}{Valeur\ mesurée} = \frac{\Delta X}{Xm}$$

Elle nous donne la précision de la mesure et s'exprime par le rapport : $\varepsilon(\%) = \frac{\Delta X}{X}.100$

c. Origine des erreurs

Les erreurs sont dues généralement à l'appareil de mesure et à l'expérimentateur. On distingue :

- *Erreurs de consommation :* ce sont des erreurs systématiques dues à la consommation de l'appareil de mesure.
- *Erreurs de lecture* : sont la différence entre la valeur indiquée par l'appareil et celle lue par l'expérimentateur.
- *Erreurs instrumentales :* sont des erreurs systématiques dues au manque de fidélité de l'appareil. Un appareil de mesure est fidèle lorsque les résultats qu'il donne sont reproductibles.

  L'erreur instrumentale est donnée par : $\Delta X = \frac{Classe * Calibre}{100}$
  avec : le calibre est la grandeur de la valeur à mesurer qui donne sur le cadran la déviation maximale de l'aiguille. La classe-est le rapport du maximum de l'erreur tolérée sur le calibre de l'appareil. Donc lorsqu'on change de calibre l'erreur maximale change aussi puisque la classe ne dépend pas du calibre utilisé. La classe est toujours donnée par le constructeur.

d. Calcul d'incertitude

<u>*1 er cas :*</u> Lorsque la grandeur G est mesurée directement à l'aide d'un appareil de mesure. Dans ce cas, l'erreur globale est minimale commise est l'incertitude de la mesure. Elle est égale à :

$$|\Delta G| = |\Delta G|_s + |\Delta G|_l + |\Delta G|_i$$

Avec : $|\Delta G|_s$ est l'erreur systématique, $|\Delta G|_l$ est l'erreur de lecture et $|\Delta G|_i$ est l'erreur instrumentale.

<u>*2ème cas :*</u> lorsque la grandeur G est déduite de la mesure et des valeurs connues d'autres grandeurs X, Y et Z à partir d'une relation de forme : G = G (X, Y, Z)

L'incertitude absolue s'écrit à l'aide d'une expression analogue à celle de la différentielle totale de G = G (X, Y, Z).

On à :

$$G=G(X,Y,Z) \Rightarrow dG=\left(\frac{\partial G}{\partial X}\right)_{Y,Z} dX+\left(\frac{\partial G}{\partial Y}\right)_{X,Z} dY+\left(\frac{\partial G}{\partial Z}\right)_{X,Y} dZ$$

$$\Rightarrow |\Delta G|=\left|\left(\frac{\partial G}{\partial X}\right)_{Y,Z}\right||\Delta X|+\left|\left(\frac{\partial G}{\partial Y}\right)_{X,Z}\right||\Delta Y|+\left|\left(\frac{\partial G}{\partial Z}\right)_{X,Y}\right||\Delta Z|$$

Une autre méthode de calcul pratique permet de d'estimer ces incertitudes (relatives et absolues), il s'agit de la différentielle de la fonction logarithmique $d(lnG)=\frac{dG}{G}$

3ème cas : lorsque les erreurs sont aléatoires (erreurs de sensibilité, erreurs de fidélité, …) on utilise la méthode statistique en répétant (n) fois la même mesure de la grandeur X et on prend la moyenne :

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Et chaque mesure s'écarte de la valeur moyenne $\overline{X}$ d'une quantité $\Delta X_i = X_i - \overline{X}$.
On peut prendre alors comme erreur l'écart moyen $\overline{\Delta X}$ défini par :

$$\overline{\Delta X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} \left|X_i-\overline{X}\right|}{n}$$

Et l'intervalle $\left[\overline{X}-\overline{\Delta X}, \overline{X}+\overline{\Delta X}\right]$ s'appelle l'intervalle de confiance de la mesure.