EMD N°: 01 Théorie du signal

L2. ELN et TLC

Questions de cours (07 pts)

1. Les modes de classification d'un signal :

- phénoménologique 0,25 ; morphologique 0,25 ; spectrale 0,25
  énergétique 0,25, dimensionnelle 0,25

- classification dimensionnelle : on considère les signaux unidimensionnels $x(t)$, les signaux bidimensionnels - ou image $i(x,y)$, les signaux tridimensionnels $i(x,y,t)$; (image en fonction du temps). 0,75

2- Vrai. 0,50

3- Les signaux stationnaires (aléatoires), dont les caractéristiques statistiques sont invariant dans le temps 01,50

4- $$TF[s_1(t) * s_2(t)] = S_1(f) \cdot S_2(f)$$ 0,50

$$TF[S_1(f) * S_2(f)] = s_1(t) \cdot s_2(t)$$ 0,50

TF : la transformée de Fourier

$*$: produit de convolution.

5- Elle est utilisée dans le but de l'interprétation des signaux (extraction de l'information), son rôle est l'étude de similarité et de savoir à quel point deux signaux différents peuvent se resembler dans le temps. 02

Corrigé type T-S L2 16-17

Exo N°2 16

$s(t) = A e^{-\alpha t} u(t)$

- $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ (0,25) donc $s(t) = \begin{cases} A e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ (0,25)

- $E_{s(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt$ (0,25) $= \int_{-\infty}^{+\infty} |A e^{-\alpha t} u(t)|^2 = A^2 \int_0^{\infty} e^{-2\alpha t} dt$ (0,25)

$= \frac{A^2}{2\alpha} e^{-2\alpha t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{A^2}{2\alpha}$ (0,5)

- $S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt$ (0,25) $= \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{-\alpha t} u(t) e^{-j2\pi f t} dt = A \int_0^{\infty} e^{-(\alpha + j2\pi f)t} dt$ (0,25)

$= \frac{-A}{\alpha + j2\pi f} e^{-(\alpha + j2\pi f)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{A}{\alpha + j2\pi f}$ (0,5)

- $|S(f)| = \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + (2\pi f)^2}}$ (0,5)

- $E_{s(f)} = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df$ (0,25) $= A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{\alpha^2 + (2\pi f)^2} = \frac{A^2}{\alpha^2} \int \frac{df}{1 + \left(\frac{2\pi f}{\alpha}\right)^2}$ (0,25)

posons $u = 2\pi f / \alpha \Rightarrow du = \frac{2\pi}{\alpha} df$

$E_s(f) = \frac{A^2}{\alpha^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{1+u^2} du$ (0,25) $= \frac{A^2}{2\pi\alpha} \operatorname{arctg} u \Big|_{-\infty}^{+\infty}$ (0,5) $= \frac{A^2}{2\pi\alpha} (\pi)$ (0,25)

$E_s(f) = \frac{A^2}{2\alpha}$ (0,5)

- $R_s(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot s(t+\tau) dt$ (0,25) $= \int_0^{+\infty} A e^{-\alpha t} A e^{-\alpha(t+\tau)} dt = A^2 e^{-\alpha\tau} \int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt$ (0,25)

$R_s(\tau) = \frac{-A^2}{2\alpha} e^{-\alpha\tau} e^{-2\alpha t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{A^2}{2\alpha} e^{-\alpha\tau}$ (0,5)

2

Corrigé Type T.S 22.10.17.

- La periode $T = 2$ (0,25)
- $s(t) = t \quad t \in [-1, 1]$ (0,5)
- $s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$ (1)
- le signal est impair $\Rightarrow a_0 = a_n = 0, \; b_n \neq 0$ (1)
- $b_n = \frac{2}{T} \int^{T/2} s(t) \sin n\omega t \, dt$ (0,5) $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (0,5)
- $b_n = 1 \int_{-1}^{T/2} t \sin n\pi t \, dt = 2 \int_0^1 t \sin n\pi t \, dt$ (0,25) $\quad \Big/ \; u = t \rightarrow du = dt$, $dv = \sin n\pi t \, dt$; $v = -\frac{1}{n\pi} \cos n\pi t$
- $b_n = 2\left[-t \frac{1}{n\pi} \cos n\pi t \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{1}{n\pi} \cos n\pi t \, dt \right]$ (0,5)

$= 2\left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi \right] = \frac{2}{n\pi}(-1)^{n+1}$ (0,5)

$s(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin n\pi t$. (1)