★ ER ★ Cinétique formelle gazeuse

À des températures supérieures à $250^{\circ}C$, le chlorure de sulfuryle SO_2Cl_2 gazeux se dissocie complètement en $SO_{2(g)}$ et $Cl_{2(g)}$. La réaction est suffisamment lente pour qu'on puisse suivre son avancement en mesurant l'augmentation de la pression totale P en fonction du temps.

On trouve les valeurs ci-dessous, à $279^{\circ}C$, $SO_2Cl_{2(g)}$ ayant été introduit dans un récipient de volume constant préalablement vidé à l'aide d'une pompe à diffusion.

On note C la concentration du chlorure de sulfuryle $SO_2Cl_{2(g)}$.

On rappelle que 1 $atm = 760 \ mmHg = 1,013.10^5 \ Pa$.

t (min)				160					
$P(t) \ (mmHg)$	338	373	404	430	453	472	489	504	594

- 1) Faire un tableau de matière et exprimer la concentration des différentes espèces gazeuses ainsi que la concentration totale des espèces gazeuses à un instant t ainsi qu'à $t=\infty$ en fonction de l'avancement volumique x.
- 2) Déterminer la pression initiale P_0 . Quelle est la relation entre C, C_0 , P et P_0 ?
- 3) On suppose que la réaction est d'ordre 1. Quelle est l'expression de la concentration du chlorure de sulfuryle en fonction du temps? Montrer que l'on peut mettre la relation entre P, P_0 et t sous la forme :

$$\ln\left(2 - \frac{P}{P_0}\right) = a + b.t$$

4) Vérifier expérimentalement avec une régression linéaire que la réaction est bien d'ordre 1. Quelle est la valeur de sa constante de vitesse k?

Solution

1) L'équation bilan est $SO_2Cl_{2(g)} \to SO_{2(g)} + Cl_{2(g)}$

Rq: On devrait faire un tableau de matière en quantité de matière (moles). En divisant par le volume total, on fait apparaître les concentrations. Puisqu'on travaille à volume constant, on se contente d'un tableau de matière avec les concentrations:

	$SO_2Cl_{2(g)}$	$\longrightarrow SO_{2(g)}$	$+ Cl_{2(g)}$	Concentration totale de moles gazeuses
Concentrations à t_i	C_0	0	0	C_0
Concentrations à t	$C_0 - x = C$	\overline{x}	x	$C_0 + x$
Concentrations à $t \to \infty$	0	C_0	C_0	$2C_0$

Retenir : Lorsque certains de constituants du système réactionnels sont à l'état gazeux, penser à ajouter une colonne

- $\boldsymbol{\cdot}$ « concentration totale en moles gazeuses » dans le tableau de matière en terme de concentrations
- ou bien « quantité de matière totale gazeuse » dans le tableau de matière en termes de qunatité de matière (moles).
- 2) D'après le tableau de matière, la concentration totale de moles gazeuses est multipliée par 2 quand on passe de t=0 à $t\to\infty$:

$$\frac{n_{(\mathsf{g})}(\infty)}{V} = C_{(\mathsf{g})}(\infty) = 2.C_0 = 2.C_{(\mathsf{g})}(0) = 2.\frac{n_{(\mathsf{g})}(0)}{V}$$

Puisque la pression est proportionnelle à la quantité de matière ou à la concentration en moles gazeuses $(PV = n_{(g)}RT \Leftrightarrow P = C_{(g)}RT)$, la pression initiale est donc : $P_0 = \frac{P_{\infty}}{2}$ (*).

• Il suffit d'écrire l'équation d'état des gaz parfaits à t=0 et à un instant t quelconque en faisant attention qu'il faut calculer la concentration totale de moles gazeuses :

$$\begin{array}{ccc} P_0V &= n_{(\mathbf{g})}(0).RT \\ PV &= n_{(\mathbf{g})}(t).RT \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{en divisant par le volume}:} \left\{ \begin{array}{ccc} P_0 &= C_{(\mathbf{g})}(0).RT = C_0RT \\ P &= C_{(\mathbf{g})}(t).RT = (C_0+x)RT \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\frac{P}{P_0} = \frac{C_0+x}{C_0}} \ \textcircled{1}$$

- Il reste à exprimer x en fonction de C, la concentration du chlorure de sulfuryle $SO_2Cl_{2(g)}$. Comme le tableau de matière donne : $C = C_0 - x$, on en déduit $x = C_0 - C$
- On obtient donc :

$$\xrightarrow{\textcircled{1}} \frac{P}{P_0} = \frac{2C_0 - C}{C_0} \Leftrightarrow \frac{P}{P_0} = 2 - \frac{C}{C_0} \Leftrightarrow \boxed{\frac{C}{C_0} = 2 - \frac{P}{P_0}}$$
 $\textcircled{3}$

3) On suppose que la réaction est d'ordre 1. Dès lors, la vitesse de la réaction s'écrit :

$$v = -\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = k.C$$

On sépare les variables : $\frac{\mathrm{d}C}{C} = -k.\mathrm{d}t$

L'intégration, entre l'instant initial et l'instant t, donne :

$$\int_{C_0}^C \frac{\mathrm{d}C}{C} = \int_0^t -k.\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{C}{C_0}\right) = -k.t$$

On a donc, d'après ③ : $\ln\left(2 - \frac{P}{P_0}\right) = -k.t$

— ce qui est bien de la forme $\ln \left(2 - \frac{P}{P_0}\right) = a + b.t$ avec a = 0 et b = -k

4) Représentation graphique de $\ln\left(2-\frac{P}{P_0}\right)$ en fonction du temps t en se souvenant que $P_0=\frac{P_\infty}{2}$ (cf. (\star)):

t (min)	40	80	120	160	200	240	280	320	∞
$P(t) \ (mmHg)$	338	373	404	430	453	472	489	504	594
$ \ln \left(\frac{P(t)}{P_0} \right) $	338	373	404	430	453	472	489	504	594

Par régression linéaire, avec Excel (ou Regressi ou une calculatrice bien utilisée), on obtient le coefficient de corrélation vaut : $R=r^2=0.99997$

La cinétique d'ordre 1 est bien vérifiée.

On a :
$$\left\{ \begin{array}{l} a = 1,51.10^{-3} \\ b = -3,73.10^{-3} \end{array} \right.$$

Le coefficient directeur de la droite a = -k donne la constante de vitesse :

$$k = 3,73.10^{-3} \ min^{-1}$$

