

$$AD = AB \cos 45^\circ = DB \implies tg \varphi = \frac{DB}{CD} = \frac{AB \cos 45^\circ}{AC + AD}$$

$$tg\varphi = \frac{MB}{KM} \quad \text{avec} \quad MB = \frac{AB}{2} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

$$KM = AD = \sqrt{2} m \quad ==> \quad tg\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = 26,56^\circ$$

$$AC = CD - AD = \frac{DB}{\operatorname{tg} \varphi} - AD = \frac{AB \cos 45^\circ}{\operatorname{tg} \varphi} - AD = \frac{2 \cos 45^\circ}{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2}m$$

.....

A l'équilibre nous avons $\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Soit $\sum Fx = 0$ et $\sum Fy = 0$

On obtient les équations suivantes:

$$R - T \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

$$T \cos \varphi - P = 0 \quad (2)$$

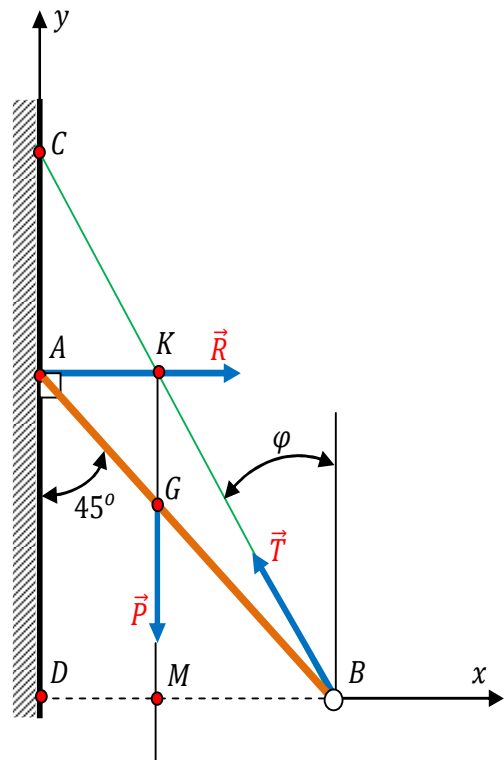
$$\text{De (2)} \implies T = \frac{P}{\cos \varphi}$$

et de (1) $\implies R = T \sin \varphi = P \operatorname{tg} \varphi$

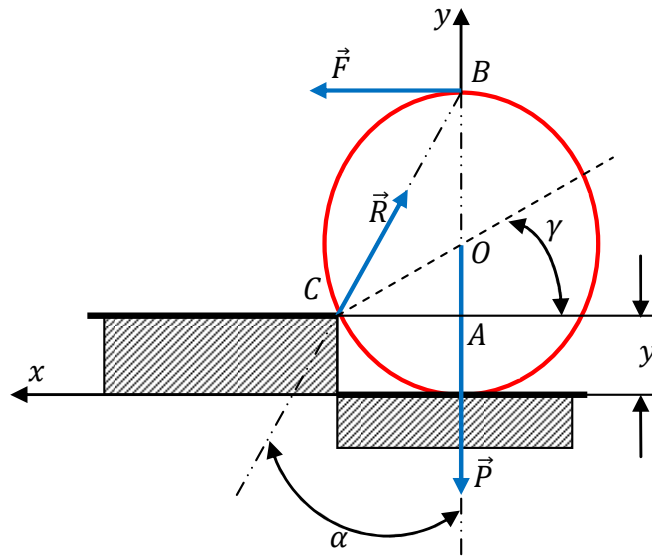
Avec $\varphi = 26,65^\circ \implies \cos \varphi = 0,89$

$$T = 5,61 \text{ daN}$$

$$R = 2,5 \text{ daN}$$



Exercice N° 2:



La force minimale sera atteinte si le corps est à l'état de repos ou en mouvement uniforme (vitesse constante).

$$\text{Soit } \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -R \sin \alpha + F = 0 \quad (1) \\ -P + R \cos \alpha = 0 \quad (2) \end{array}$$

De la géométrie, on a:

$$\cos \alpha = \frac{AB}{CB} ; \quad CB = \sqrt{(CA)^2 + (AB)^2} ; \quad AB = D - y = 200 - 40 = 160 \text{ cm}$$

$$OA = \frac{D}{2} - y = 100 - 40 = 60 \text{ cm} ; \quad CA = \sqrt{(OC)^2 - (OA)^2} = \sqrt{(OC + OA)(OC - OA)}$$

$$CA = \sqrt{(100 + 60)(100 - 60)} = \sqrt{160 \cdot 40} = 80 \text{ cm} ;$$

$$CB = \sqrt{(80)^2 + (160)^2} = 80\sqrt{5} \text{ cm} = 178,88 \text{ cm}$$

$$\cos \alpha = \frac{160}{80\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} ; \quad \sin \alpha = \frac{CA}{CB} = \frac{80}{80\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Des équations (1) et (2), on obtient:

$$R = \frac{P}{\cos \alpha} ; \quad F = R \sin \alpha = \frac{P}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = P \tan \alpha$$

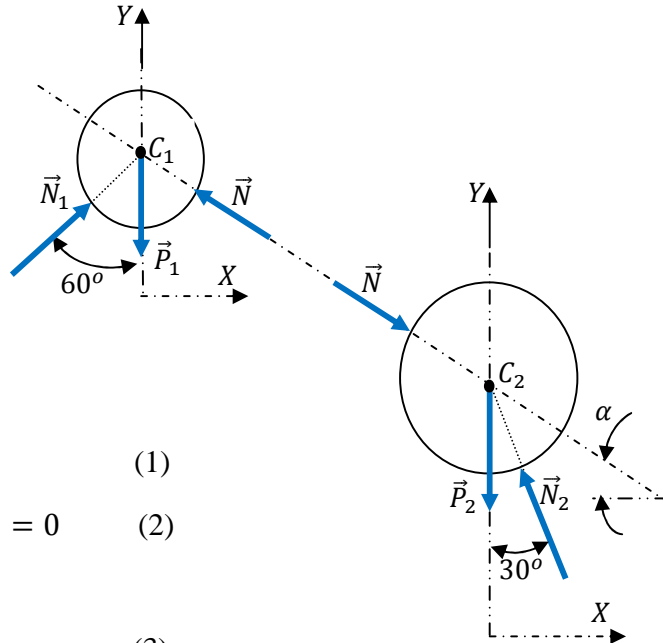
$$R = \frac{150.5}{2\sqrt{5}} = \frac{150\sqrt{5}}{2} = 75\sqrt{5} \text{ daN}$$

$$F = R \sin \alpha = 75\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = 75 \text{ daN}$$

Exercice N° 3:

Le système est composé de deux corps. Il faut les décomposer et appliquer le principe de Newton. On remarque que chaque corps est soumis à trois forces.

Les équations d'équilibre pour chaque corps s'écrivent:



Corps 1:

$$N_1 \sin 60^\circ - N \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$N_1 \cos 60^\circ + N \sin \alpha - P_1 = 0 \quad (2)$$

Corps 2:

$$N \cos \alpha - N_2 \sin 30^\circ = 0 \quad (3)$$

$$N_2 \cos 30^\circ - N \sin \alpha - P_2 = 0 \quad (4)$$

de (1), (2), (3) et (4)

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 - N_1 \cos 60^\circ = N_2 \cos 30^\circ - P_2 \\ N_1 \sin 60^\circ = N_2 \sin 30^\circ \end{cases} \Rightarrow N_1 \cos 30^\circ = N_2 \sin 30^\circ \Rightarrow N_1 = N_2 \tan 30^\circ$$

$$P_1 - N_2 \tan 30^\circ \cos 60^\circ = N_2 \cos 30^\circ - P_2 \Rightarrow$$

$$N_2 \cos 30^\circ + N_2 \tan 30^\circ \cos 60^\circ = P_2 + P_1 \Rightarrow N_2 = \frac{P_2 + P_1}{\cos 30^\circ + \tan 30^\circ \cos 60^\circ}$$

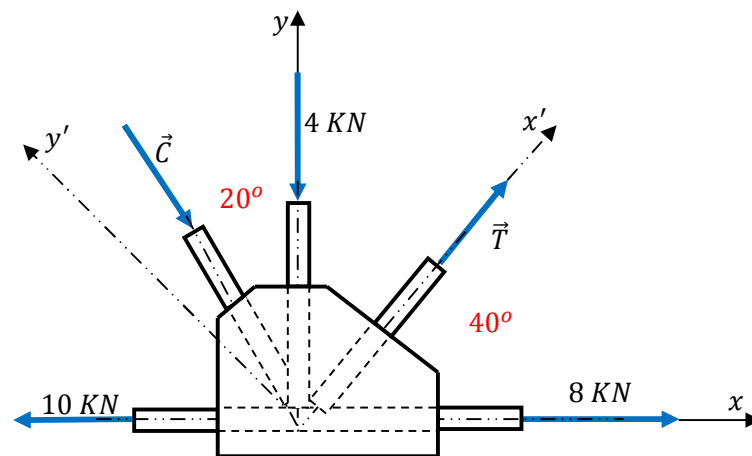
soit : $N_2 = 34,64 \text{ N}$; $N_1 = 20 \text{ N}$

$$\begin{cases} N \sin \alpha = N_2 \cos 30^\circ - P_2 \\ N \sin \alpha = N_2 \sin 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{N_2 \cos 30^\circ - P_2}{N_2 \sin 30^\circ}$$

soit : $\tan \alpha = 0$ $\alpha = 0$

alors $N = N_1 \sin 60^\circ = 17,32 \text{ N}$

Exercice N° 4:



A l'équilibre $\sum \vec{F} = \vec{0}$

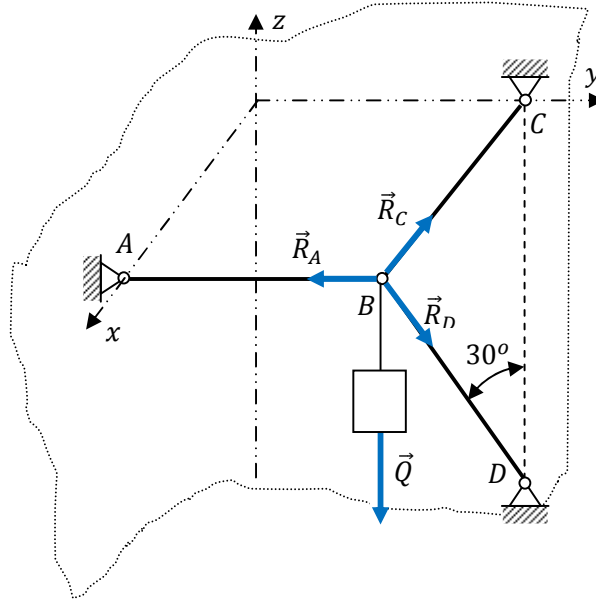
on obtient les équations suivantes:

$$\sum F_x = 0 \implies 10 - 8 + T \cos 40^\circ + C \sin 20^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \implies T \sin 40^\circ - C \cos 20^\circ - 4 = 0 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 0,766 T + 0,342 C = -2 \\ 0,642 T - 0,939 C = 4 \end{array} \right\} \implies T = -0,53 \text{ KN} \quad ; \quad C = -4,66 \text{ KN}$$

Exercice N° 5:



Les poids des 03 barres AB, BC, BD sont négligeables, d'où chacune d'elles n'est soumise qu'aux réactions des liaisons. Puis qu'elles sont liées aux extrémités, le nombre de réactions pour chacun est de deux. Selon le principe de la statique, elles sont en équilibre que si les réactions aux extrémités de chaque barre sont directement opposées. Ceci nous détermine les directions des réactions sur les barres. Afin d'étudier leur équilibre, il suffit d'envisager l'équilibre de leur liaison commune, point de concours de toute les forces appliquées au système.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{cases}$$

$$-R_C - R_D \sin 30^\circ = 0 \quad (1) \quad \Rightarrow \quad R_C = -R_D \sin 30^\circ$$

$$R_A = 0 \quad (2)$$

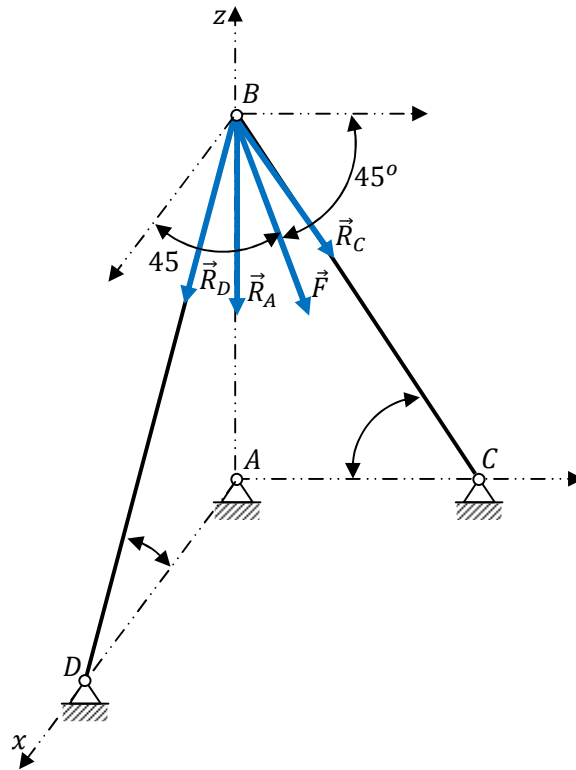
$$-Q - R_D \cos 30^\circ = 0 \quad (3) \quad \Rightarrow \quad R_D = -\frac{Q}{\cos 30^\circ}$$

et $R_C = Q \tan 30^\circ$

Application numérique:

$$R_A = 0 \quad ; \quad R_D = -380,05 \text{ N} \quad ; \quad R_C = 190,52 \text{ N}$$

Exercice N° 6:



Même explication que celle de l'exercice précédent.

$$\sum F_X = F \cos 45^\circ + R_D \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_Y = F \sin 45^\circ + R_C \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_Z = -R_D \sin 30^\circ - R_C \sin 60^\circ - R_A = 0$$

$$R_D = -\frac{F \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = -\frac{F\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{F\sqrt{6}}{3}$$

$$R_C = -\frac{F \sin 45^\circ}{\cos 60^\circ} = -F\sqrt{2}$$

$$R_A = -R_D \sin 30^\circ - R_C \sin 60^\circ = \frac{F\sqrt{6}}{6} + \frac{F\sqrt{6}}{2} = \frac{2F\sqrt{6}}{3}$$

Application numérique :

$$R_A = 163,29 \text{ N} \quad ; \quad R_C = -141,42 \text{ N} \quad ; \quad R_D = -81,64 \text{ N}$$