

Chapitre I :

Introduction à la résistance des matériaux & Rappel de statique



(August Wöhler)

Premier cours de Résistance des Matériaux a été donné par **August Wöhler** à l'Université de Göttingen (Allemagne) en 1842.



Sommaire

1. Généralités- Définitions.
 2. Hypothèses de RDM.
 3. Statique.
 - 3.1. Equilibre du point matériel.
 - 3.2. Equilibre du solide.
 - 3.3. Moment d'une force par rapport à un point.
 4. Liaison du corps solide et leurs réactions.
 - 4.1. Appui Simple.
 - 4.2. Appui Double.
 - 4.3. Encastrement.
- Application



1. Généralités – définitions

La résistance des matériaux (RDM) est une branche de la mécanique des milieux continus adaptée aux déformations des structures [Machines (génie mécanique) ou bâtiments (génie civil)]. La mécanique des milieux continus est le domaine de la mécanique qui s'intéresse à la déformation des solides et à l'écoulement des fluides.

La résistance des matériaux (RDM) (science) permet de ramener la loi de comportement global d'une structure [relation entre sollicitations (forces ou couple) et déplacement] à une loi de comportement local des matériaux [relation entre contraintes et déformation].

Elle (RDM) a pour but de déterminer les caractéristiques (matière, dimensions et formes) des éléments d'une structure pour que chaque élément résiste en toute sécurité sans déformation permanente et sans rupture aux forces maximales qui lui seront appliquées en service (l'objectif est le dimensionnement de la structure suivant un critère de résistance)

Le sécurité est assurée si les forces extérieures :

- Ne provoquent pas la rupture de l'élément (structure).
- Ne déterminent pas des déformations permanentes mais uniquement des déformations élastiques.

On distingue plusieurs sortes de sollicitations permanentes :

Traction, compression, cisaillement, flexion (sollicitations simples).

2. Hypothèses de RDM

Le matériau est supposé :

- **Isotrope** : en chaque point et dans toutes les directions, le matériau a les mêmes propriétés mécaniques.
- **Homogène** : en chaque point et dans toutes les directions, le matériau a les mêmes compositions.
- **Continu** : Pas de fissure, pas de creux.

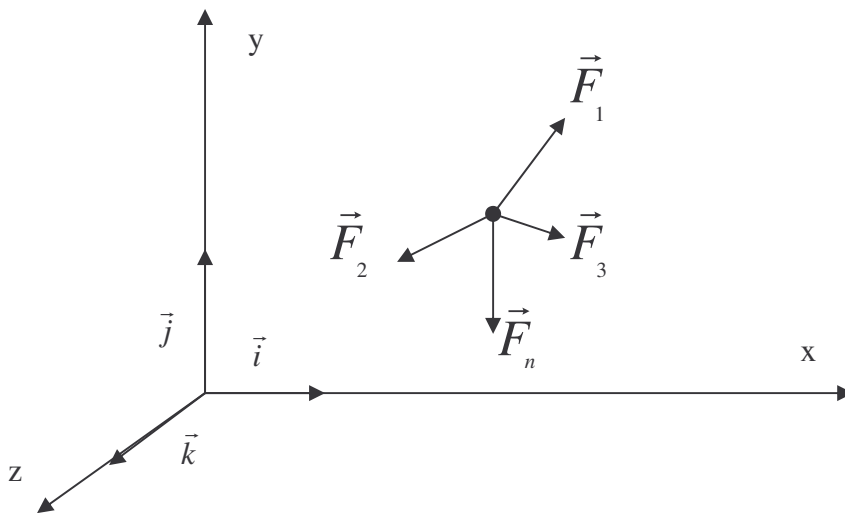
3. Statique :

La statique est la partie de la mécanique qui étudie les conditions d'équilibre des corps matériels soumis à l'action des forces.

3.1. Equilibre du point matériel :

On appelle point matériel une particule de dimensions nulles, mais doté d'une masse.

Pour qu'un point matériel soit en équilibre, il est nécessaire que l'ensemble des forces exercées sur ce point admette une résultante (\vec{R}) nulle.



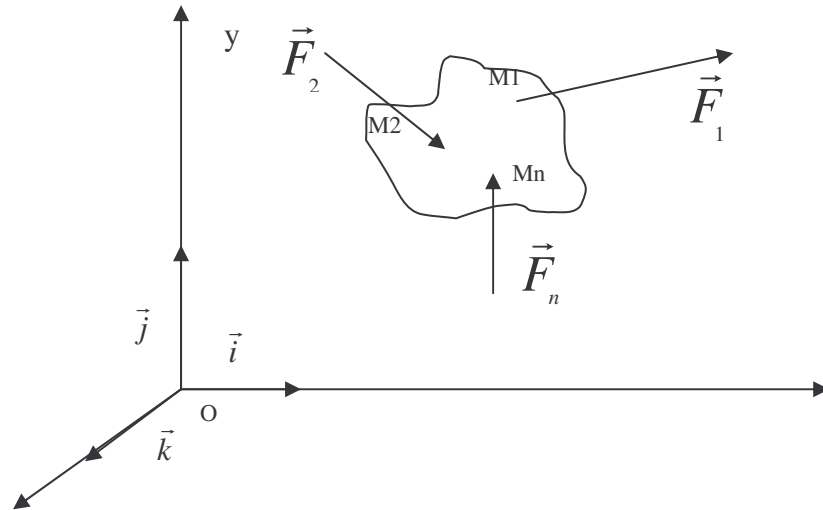
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{xi} \vec{i} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{yi} \vec{j} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{zi} \vec{k} = \vec{0}$$

3.2. Equilibre du solide :

Les conditions nécessaire et suffisantes d'équilibre d'un solide indéformable sont exprimées par les conditions suivantes :

- La résultante générale des forces (actions et réactions) appliquées à ce solide doit être nulle.
- Le moment résultant de toutes ces forces pris par rapport à n point quelconque doit être nul.



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \\ \text{et} \\ M_0 = \sum_{i=1}^n M(\vec{F}_i)/_O = 0 \end{array} \right.$$

Dans un système orthonormé :

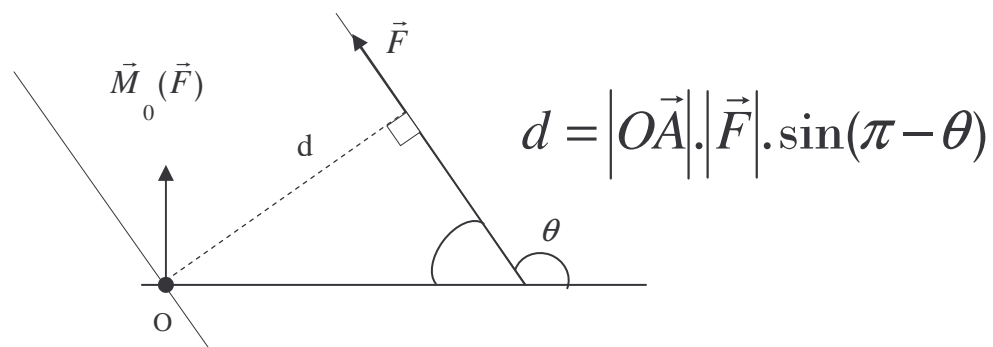
$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{xi} \vec{i} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{yi} \vec{j} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_{zi} \vec{k} = \vec{0}$$

$$M_0 = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} = 0$$

3.3. Moment d'une force par rapport à un point :

L'expérience montre que sous l'action d'une force, un solide peut effectuer, outre un déplacement de translation, une rotation autour d'un point, l'effet de rotation produit par une force est caractérisé par son moment.

Soit une force \vec{F} appliquée en A, le moment de \vec{F} par rapport à un point o est égal au produit vectoriel du vecteur position $O\vec{A}$ par \vec{F} .



$$M_o(\vec{F}) = O\vec{A} \wedge \vec{F}$$

$$|M_o(\vec{F})| = |O\vec{A}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin(\theta)$$

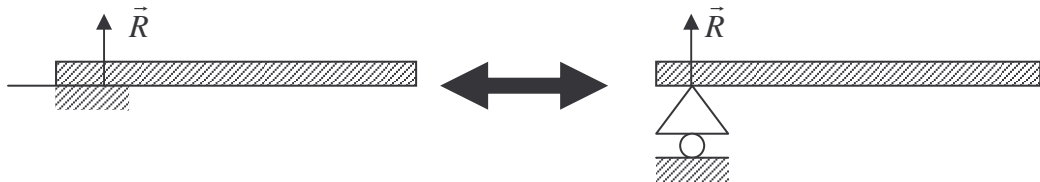
$$|M_o(\vec{F})| = F \cdot d$$

4. Liaison du corps solide et leurs réactions :

Nous appellerons liaison tout ce qui limite les déplacements d'un corps donné dans l'espace.

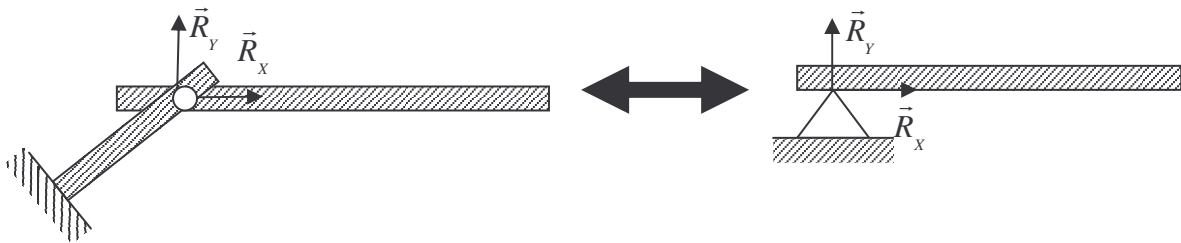
4.1. Appui simple :

Un appui simple est caractérisé par une seule réaction. Un appui simple empêche le système de se déplacer dans une seule direction.



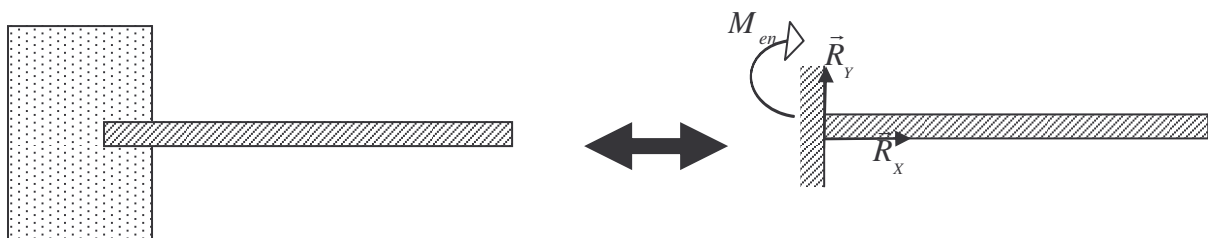
4.2. Appui double :

Un appui double est caractérisé par deux réactions perpendiculaires entre elles \vec{R}_x et \vec{R}_y . Il empêche le corps de se déplacer dans les deux directions.



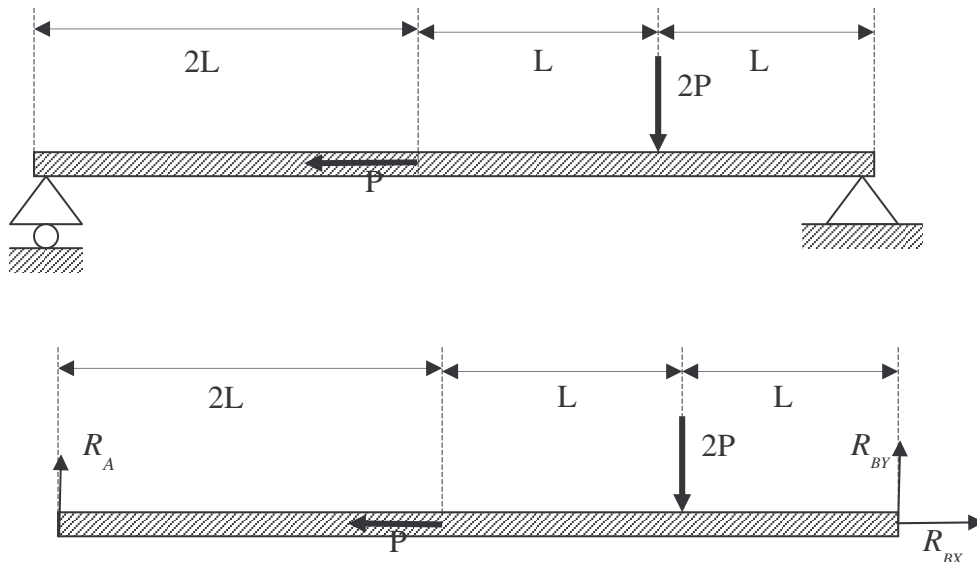
4.3. Encastrement :

Un encastrement empêche le corps de se déplacer dans les deux directions x et y et empêche la rotation du corps dans le plan (x,y), d'où un moment d'encastrement.



Application :

Etudier l'équilibre de cette poutre et calculer les réactions aux appuis.



Conditions d'équilibre :

$$\sum F_x = 0 \quad \dots\dots(1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \dots\dots(2)$$

$$\sum M(F) / pt = 0 \quad \dots\dots(3)$$

L'équation (1) donne : $-P + R_{Bx} = 0 \rightarrow R_{Bx} = P$

L'équation (2) donne : $R_A - 2P + R_{By} = 0 \dots\dots\dots(2')$

L'équation (3) donne : $\sum M(\vec{F}) / B = 0 \rightarrow -R_A(4L) + 2P(L) = 0$

$$R_A = P/2$$

(2') donne : $R_{By} = 3P/2$