

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1

$A \rightarrow A$ identité

$A \vee \neg A$ tiers exclus; principe de la démonstration par l'absurde

$\neg\neg A \rightarrow A$ double négation.

$((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ loi de Pierce.

$\neg(A \wedge \neg A)$ loi de non contradiction.

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ loi de Morgan.

$\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Les axiomes:

$A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$ contrapositive

$(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$ Modus Ponens (détachement)

$A, A \rightarrow B \vdash B$ de A et de $(A \rightarrow B)$ on déduit B.

$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A$ Modus Tollens.

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$ Modus Barbara.

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ distribution.

$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Déduction à la Truller:

Appliquer la règle Modus Ponens $\vdash \frac{P \rightarrow Q \quad P}{Q}$

Si $P \rightarrow Q$ est un thé. et P un thé. $\vdash Q$

alors Q est un thé. $\{?, \rightarrow\}$.

axiomes: $\vdash P \rightarrow (Q \rightarrow P); \vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R));$

La sémantique du Calcul Propositionnel LM

Interprétation d'une proposition A est le fait d'attribuer une valeur de vérité (0 ou 1) aux var. propositionnelles.

Il y a 3 interprétations :

- La prop. prend toujours un "0" : **antologie, contradiction, insatisfaisable.**

- La prop. prend toujours un "1" : **A est une tautologie, valide**

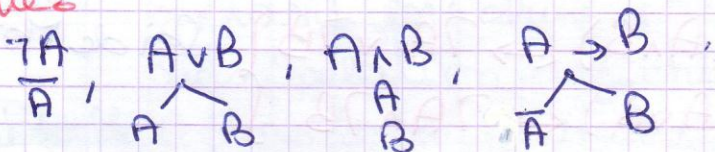
- au moins une fois la valeur 1 et au moins une fois la valeur 0 : prop. **synthétique, contingente.**

ex: prop. **synthétique, contingente.**

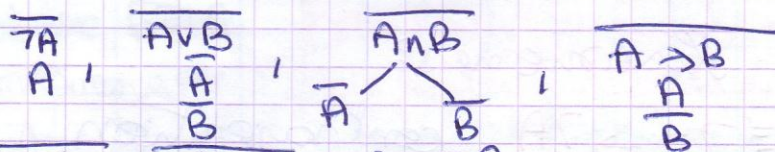
ex: $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$: $A \vee A \rightarrow A$ est une tautologie.

Démonstration syntaxique

Règle d'affirmation :



Règle de réfutation :



$$\overline{A \wedge B} = \neg A \vee \neg B, \quad \overline{A \rightarrow B} = \neg A \vee B = A \wedge \neg B,$$

Règle \perp

Pour démontrer une formule, on nie cette formule (F , \bar{F}) et on développe un arbre : tableau de beth. et P et la racine

$$F = ((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B, \quad \text{Modus ponens.}$$

$$\bar{F} = ((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

$$\downarrow$$

$$(A \rightarrow B) \wedge A$$

$$\downarrow$$

$$\bar{B}$$

$$\downarrow$$

$$A \rightarrow B$$

$$\downarrow$$

$$A$$

$$\downarrow$$

$$\bar{A} \quad B$$

absurde.