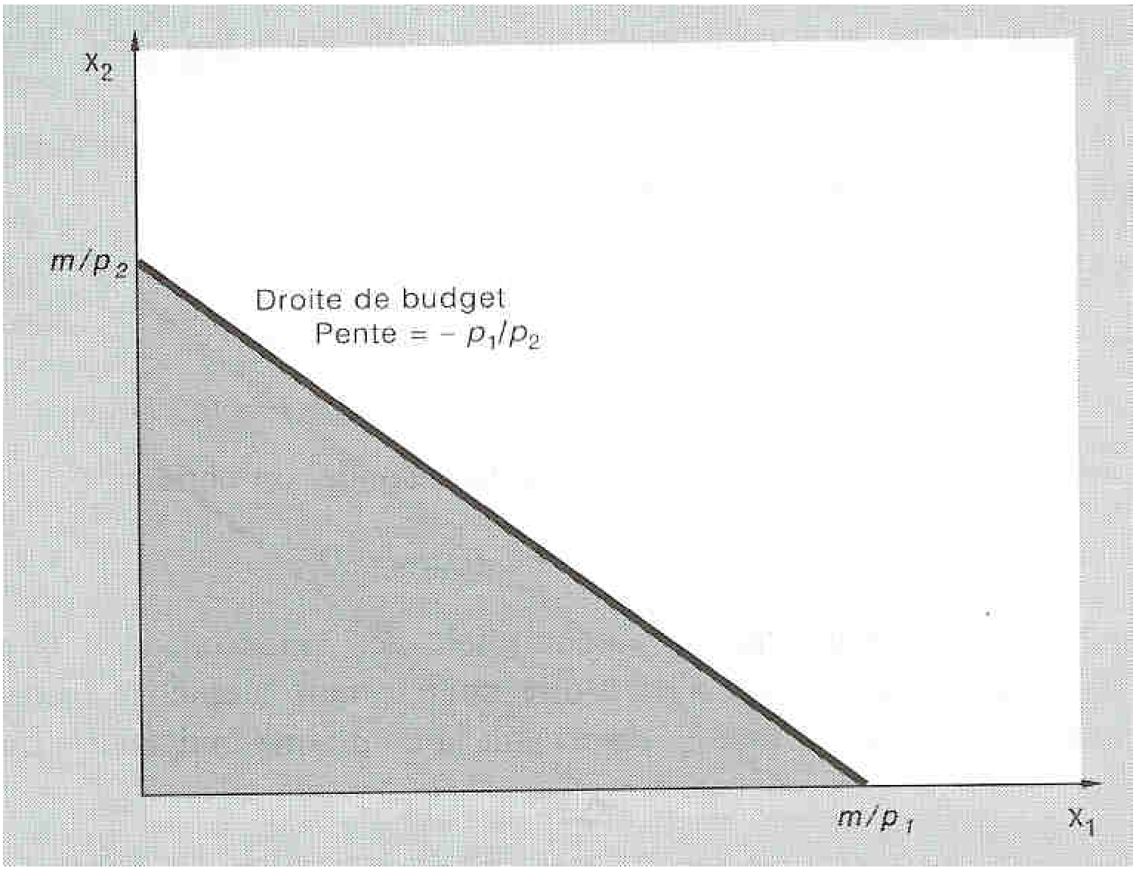
Deuxième partie
Le consommateur et le formation de la demande

Confrontation du système de préférences à la contrainte budgétaire.

I. <u>Le choix du consommateur</u>.

1. La contrainte budgétaire.

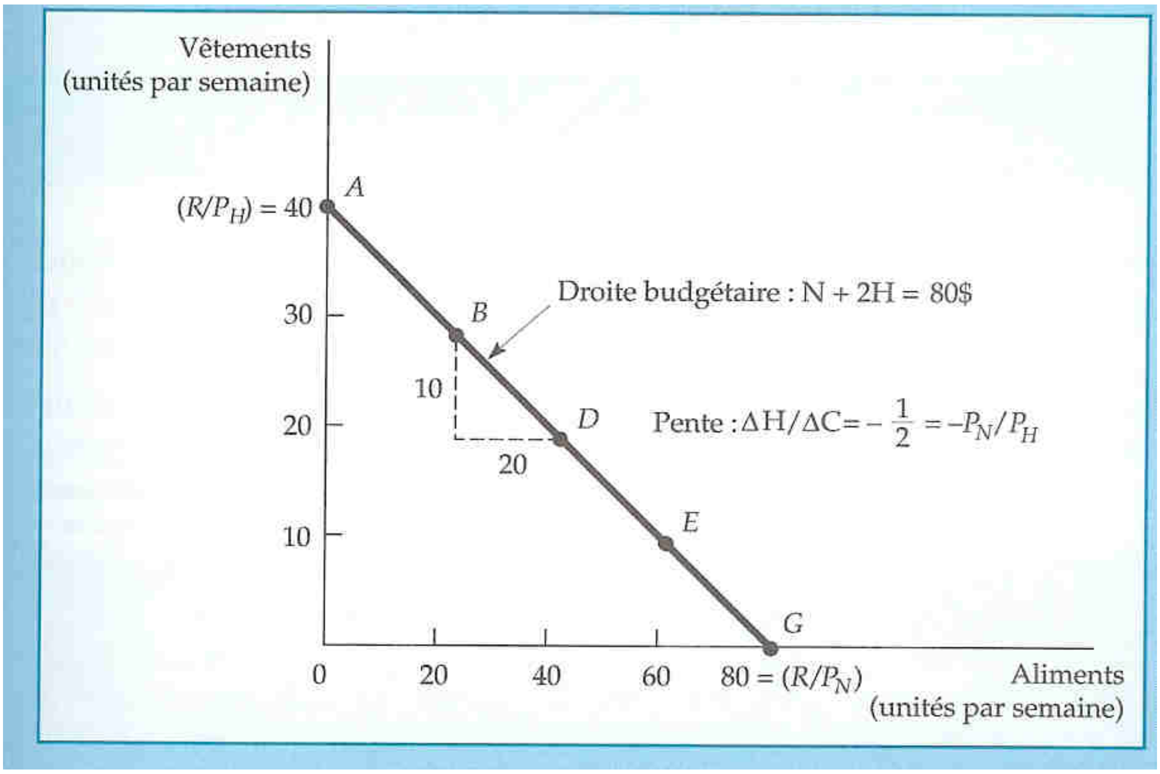
<u>Définition</u>. Ensemble des paniers de biens possibles, c'est à dire des paniers qui respectent la limite des ressources.



Propriétés de l'ensemble budgétaire : ensemble des paniers possibles

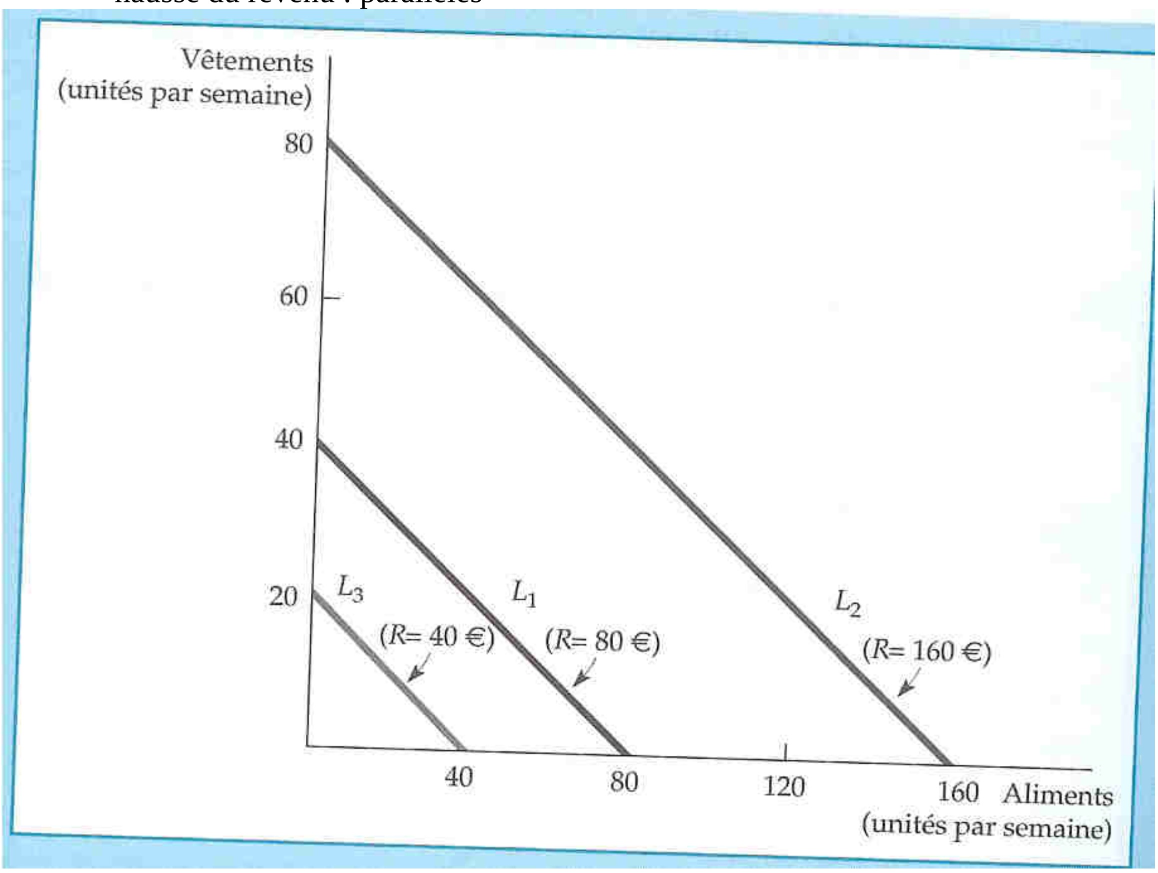
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

Les points de la droite représentent une dépense égale aux ressources



Changements de prix et de revenus : déplacement de la contrainte.

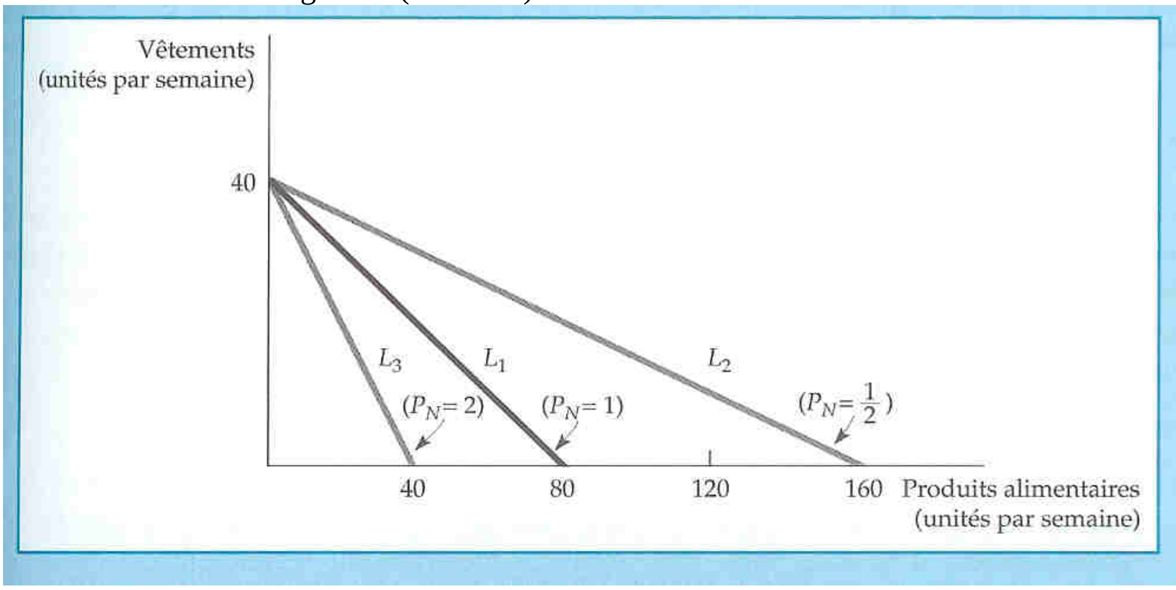
- hausse du revenu : parallèles



- variation d'un prix : déplacement autour d'un point fixe (revenu exprimé en unités de l'autre bien)

baisse : vers la droite (vers le haut)

hausse : vers la gauche (ou le bas)



2. Le choix optimal.
Le panier de biens qui est préféré dans l'ensemble budgétaire.

A. Résolution graphique

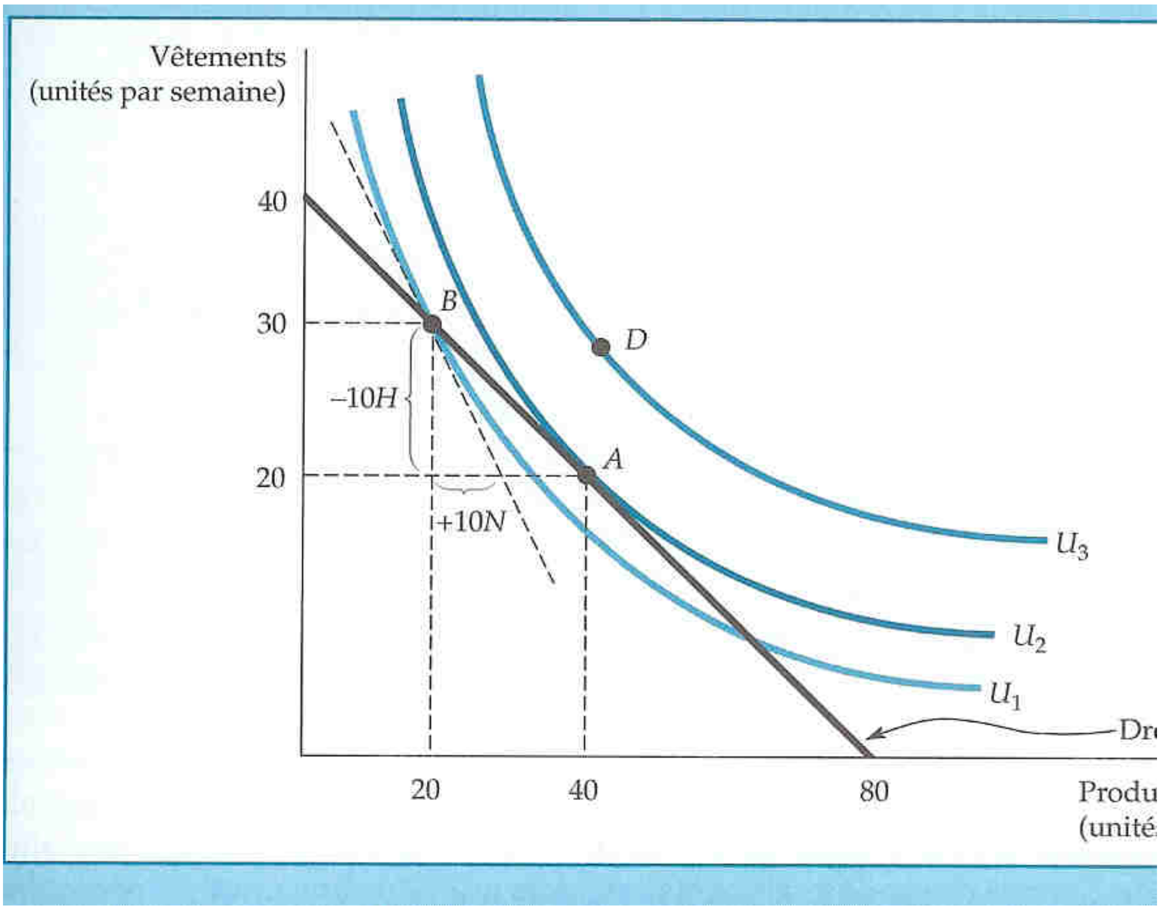
a) le cas normal : droite de budget tangente à la courbe d'indifférence,

- parmi les paniers de biens possibles (budget) le point de tangence représente celui qui est situé sur la plus haute courbe d'indifférence

- en ce point puisque le TMS représente la pente de la tangente à la courbe on a

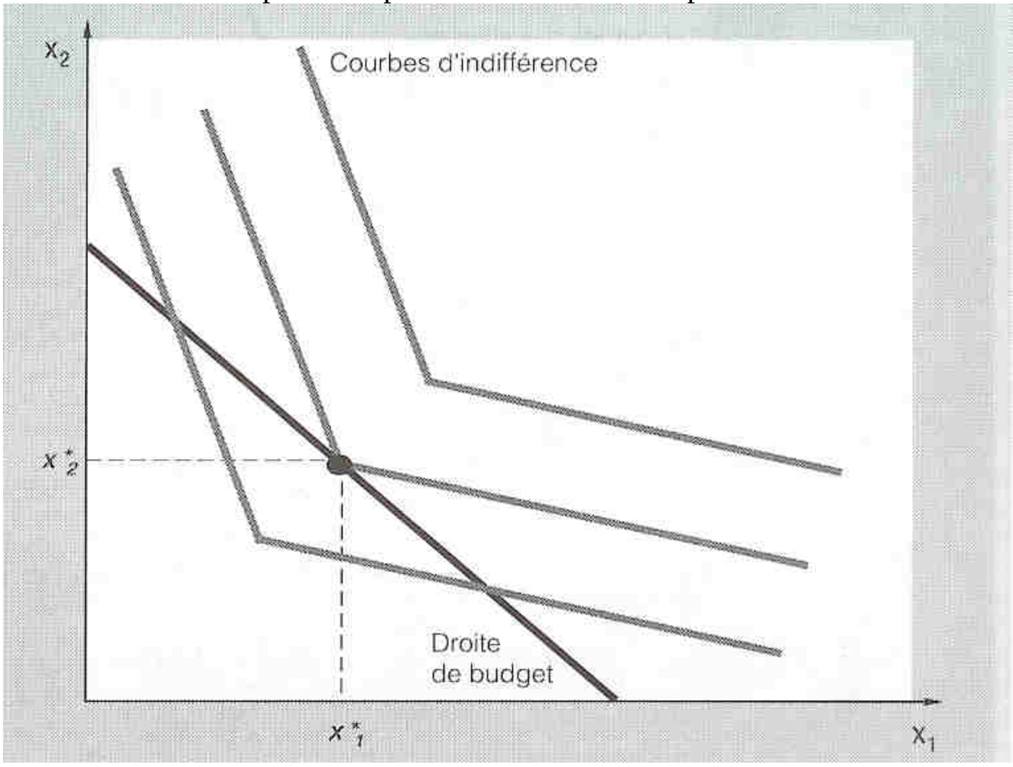
$$TMS = \frac{p_1}{p_2}$$

la satisfaction est maximale quand le TMS est égal au rapport des prix



Vêtements
(unités par semaine)
40
30
20
B
D
A
−10H
+10N
U_3
U_2
U_1
Dr
20
40
80
Produ
(unité

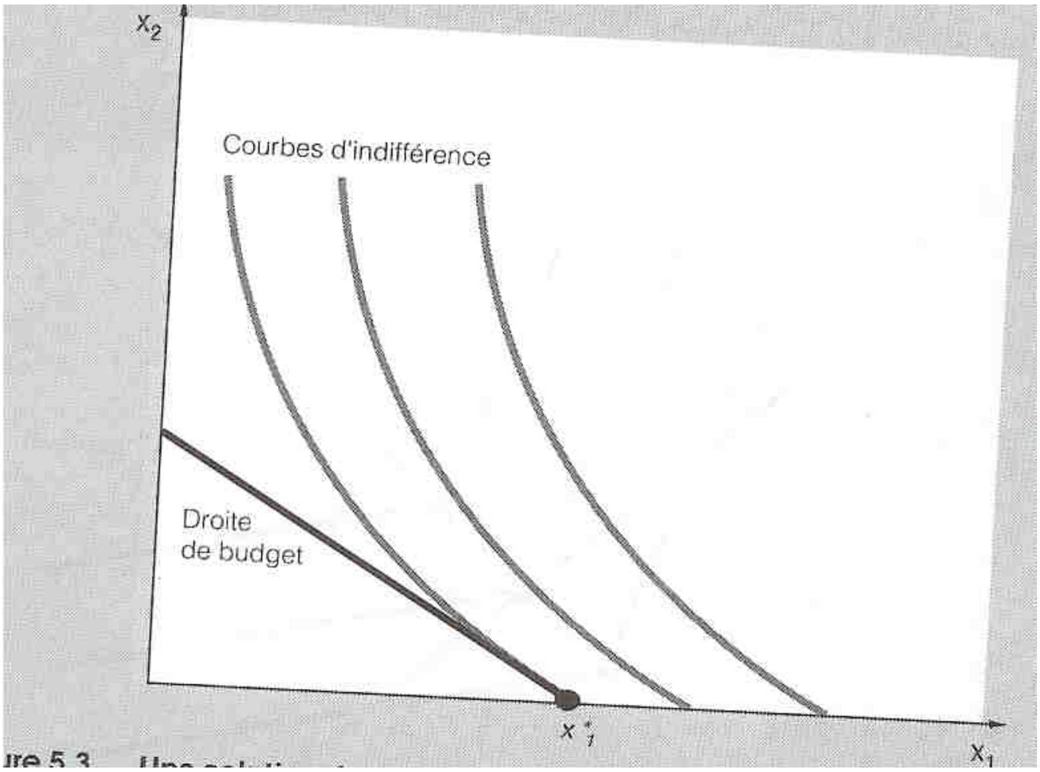
b) préférences coudées : segments correspondant à des conditions de consommation distinctes (proportion) ; ne respecte pas les conditions du raisonnement mais possibilité de définir la situation optimale : point de la droite sur la plus haute courbe d'indifférence



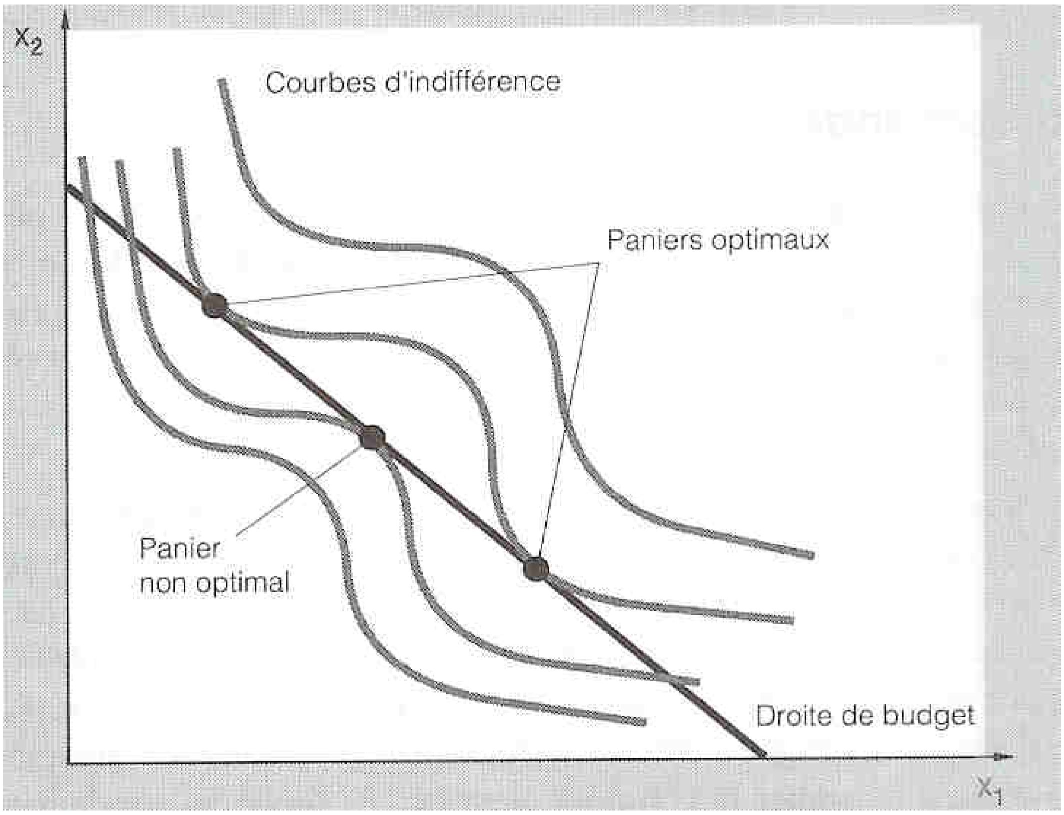
c) solution en coin : compte tenu des préférences et des conditions de prix, le C ne consomme qu’un bien, point de la droite de budget situé sur l’axe x1 : plus haute courbe d’indifférence ; TMS pas nécessairement égal au rapport des prix : en fait inégalité

$TMS \geq p_{x1}/p_{x2}$

signifie qu’une baisse légère du prix du bien non consommé (x2) ne changera rien à la consommation



Incohérence : courbes non convexes (monotonie non respectée) plusieurs points optimaux



B. L'utilité et le choix du consommateur : résolution du programme d'optimisation.

a) programme d'optimisation sous contrainte : Lagrangien : maximiser une fonction sous contrainte en créant une expression (Lagrangien) composée de la fonction à maximiser et de la contrainte

$$L(q_1, q_2) = U(q_1, q_2) + \lambda(m - p_1 q_1 - p_2 q_2)$$

avec λ multiplicateur de Lagrange ; les valeurs de q1, q2 et λ qui maximisent cette expression maximisent la fonction en respectant la contrainte

dérivées premières par rapport à chaque variable égalisées à 0

$$U'_{q_1}(q_1^*, q_2^*) - \lambda p_1 = 0$$

$$U'_{q_2}(q_1^*, q_2^*) - \lambda p_2 = 0$$

$$R - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0$$

b) utilités marginales et prix : on tire des 2 premières équations la règle fondamentale : **le consommateur obtient la satisfaction maximale lorsque le rapport des utilités marginale est égal au rapport des prix**

$$\frac{Um_1}{Um_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

on dit aussi égalité des utilités marginales pondérées par les prix, égalisation des utilités marginales par unité dépensée pour chaque bien.

Exercices d'application :

- **comparaisons du TMS et du rapport des prix** : modification des consommations (alimentaire et vêtements) pour parvenir à l'optimum à partir d'un point quelconque de la contrainte
    - TMS=5 et P_{alim} / P_v =3 : pente de la tangente à la courbe d'indifférence qui passe par ce point plus forte (en v.a.) que celle de la contrainte, donc le point d'équilibre est plus bas : substituer du bien ALIM au bien VET pour réduire le taux (en v.a.)
    - si TMS=2 et P_{alim} / P_v =3 la pente de la tangente à la courbe a diminué en v.a., plus faible que le rapport des prix : acheter plus de VET et moins de ALIM
    - TMS=3 et P_{alim} / P_v =3 : mêmes pentes donc la droite de budget est tangente à la courbe d'indifférence, le consommateur est à l'optimum et il n'y en a qu'un à cause de la convexité
- si biens complémentaires : un seul panier de biens est possible et optimal
- pour des biens substituables : une infinité de solutions ou consommation d'un seul des 2 biens selon les pentes (fixes) : solution en coin, uniquement ALIM car taux de substitution encore trop élevé en v.a., et inversement ; ou tous les points de la droite de budget sont solutions si le TMS constant est égal au rapport de prix
- **rapport des prix et utilités marginales** : maximisation des satisfactions et égalisation des utilités marginales pondérées par les prix
    - détermination du point optimal : choix selon les rapports à construire pour les rapports de prix déduits de la 1ère observation

compléter le tableau :

Vêtements	Um_v	Um_v / P_v	ALIM	Um_a	Um_A / P_A
1	60	6	1	115	5.75
2	55	5.5	2	105	5.25
3	51	5.1	3	98	4.9
4	48	4.8	4	94	4.7
5	47	4.7	5	92	4.6
6	46	4.6	6	90	4.5

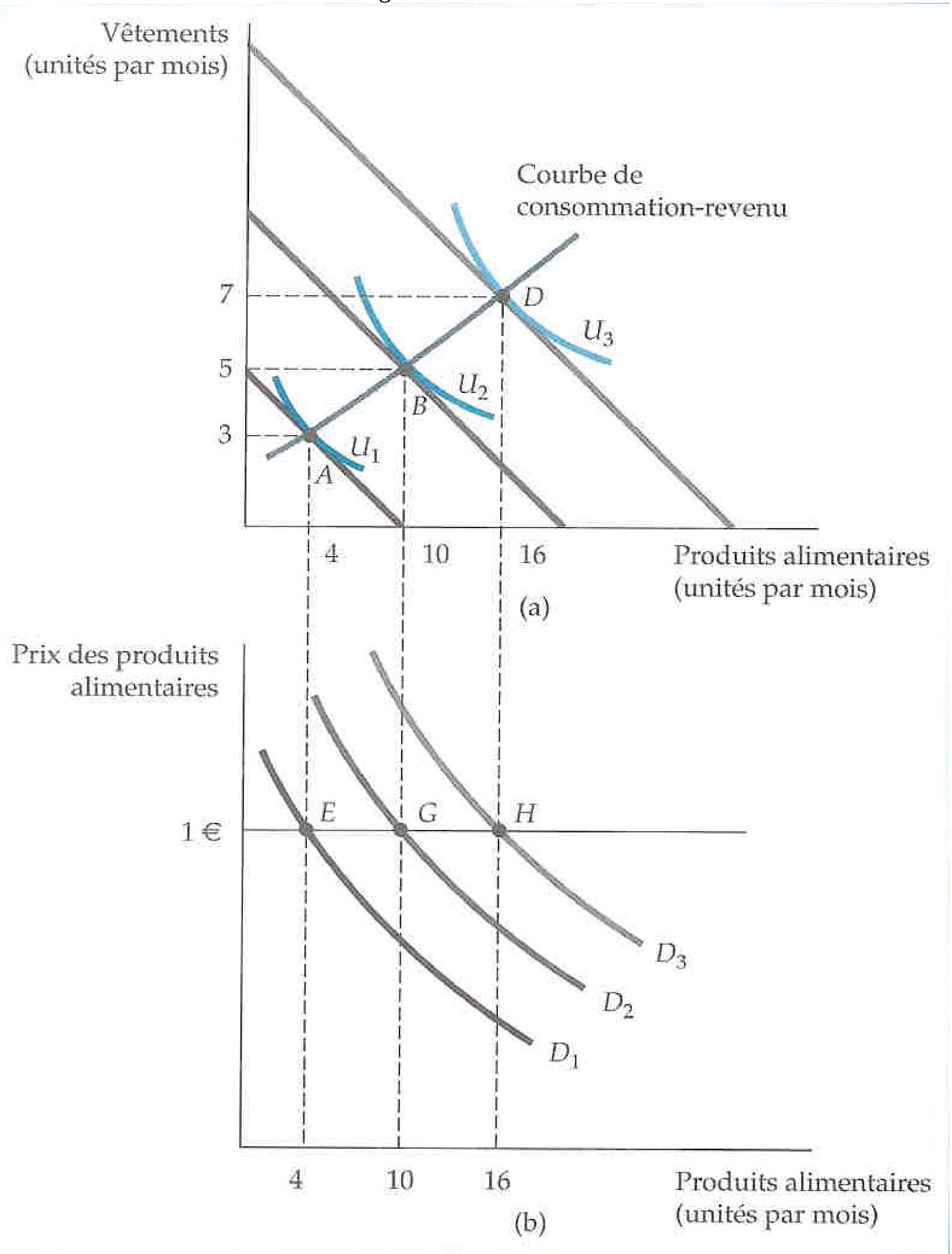
pour un revenu de 130 (les prix sont respectivement de 10 et 20) le panier (V=1, A=6) est-il optimal ? *Non : dépense totale=130 mais inégalité forte entre les utilités pondérées (6 et 4.5) ; réduire A et augmenter V pour rapprocher ces grandeurs*

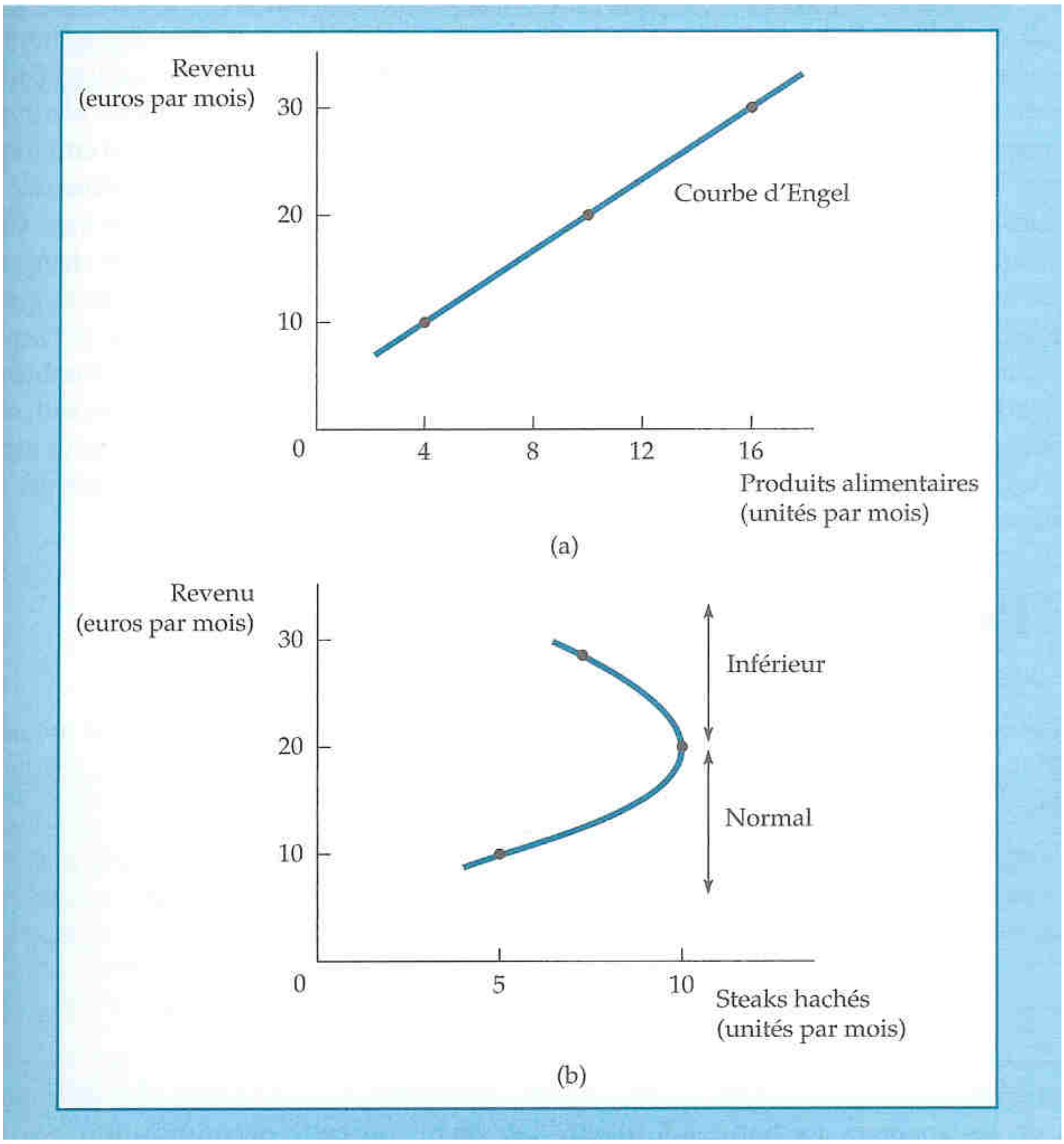
le panier qui optimise en respectant la contrainte est

V=5 et A=4

II. La demande : variation du revenu et des prix.

1. Variation du revenu : courbes d'Engel





biens normaux et biens inférieurs

Applications :

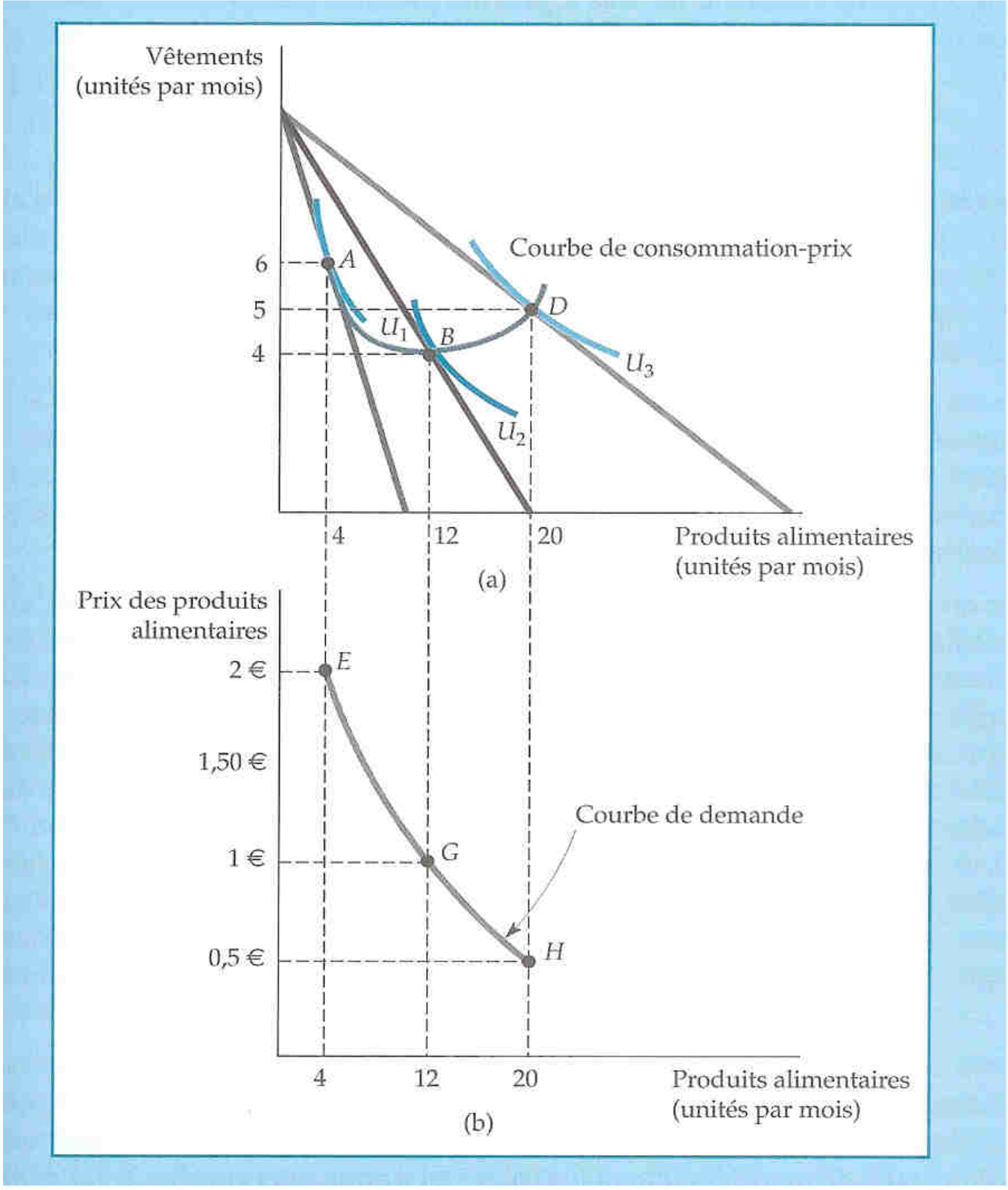
- coefficient budgétaire et élasticité-revenu :

	revenu t1=100	revenu t2=200	cb en t1	cb en t2	E/R de D	type
A	30	50	.3	.25	2/3	N
B	30	70	.3	.35	4/3	L
C	25	20	.25	.1	-1/5	I
D	15	60	.15	.3	3	L

- expliquer l'effet d'une baisse de revenu sur les demandes dont les E/R sont :

X : 1.7 Y : -0.8 Z : 0
baisse hausse pas d'effet

2. Variation de prix : loi de la demande



- représente une baisse de prix de ALIM celui de V restant inchangé
- la courbe de demande est déduite des points optimaux : relation entre le prix et les quantités demandées à ces prix ; en tout point de la courbe il maximise sa satisfaction
- conséquences sur la fonction de demande (individuelle) des relations particulières entre certains biens
    - l'élasticité-prix directe de la demande d'un bien est négative (dq/dp)*p/q (au point-moyen ou autre point de référence)
    - notion d'élasticité-croisée : variation relative de la demande rapportée à la variation relative du prix d'un autre bien ; 3 cas
        - négative : biens complémentaires
        - positive : biens substituables
        - nulle : pas de lien

3. Effet de revenu et effet de substitution.

Une simple baisse de prix produit simultanément 2 effets

- le consommateur du fait du changement des prix relatifs s'oriente vers la consommation du bien dont le prix a baissé en substituant en partie ce bien à l'autre : changement du rapport des prix donc substitution pour retrouver un TMS correspondant au nouveau rapport des prix

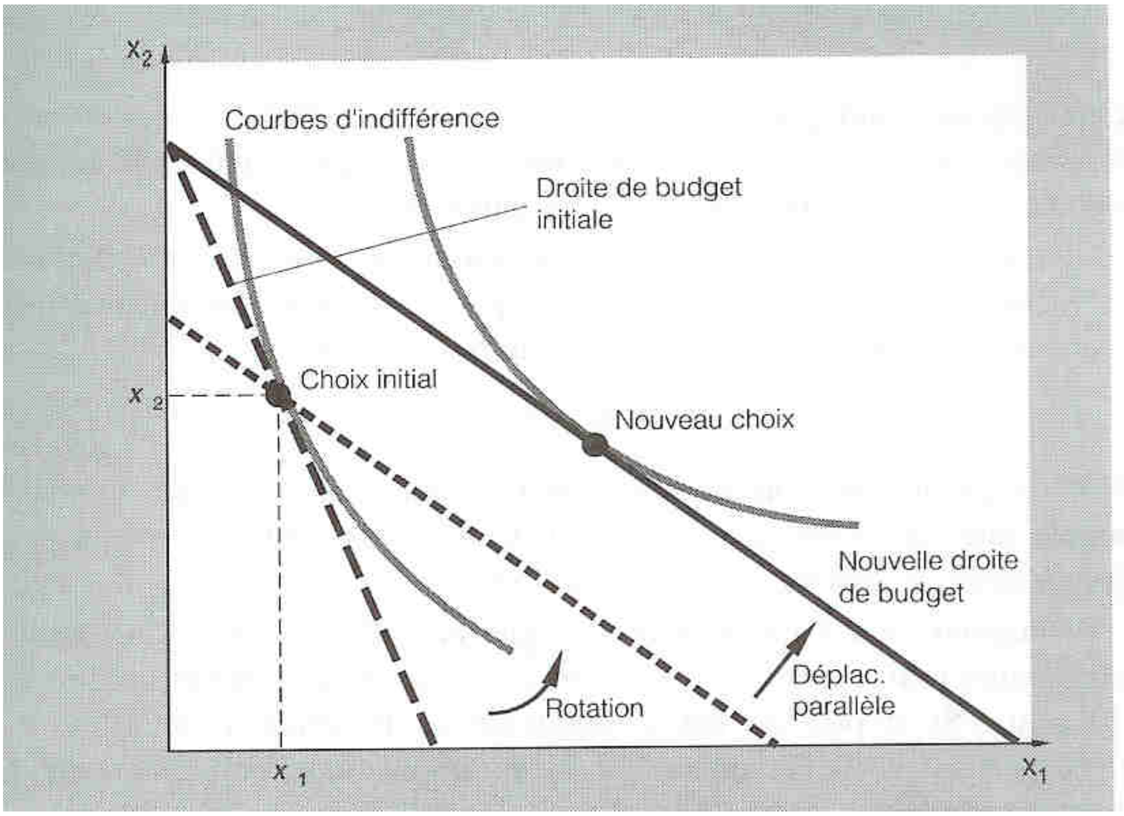
- la baisse de prix représente un gain de pouvoir d'achat du revenu : libère une fraction du revenu pour un niveau de satisfaction inchangé ; donc un deuxième effet sur la demande : l'individu dispose d'une fraction de revenu à dépenser.

Deux représentations : Slutsky et Hicks ;

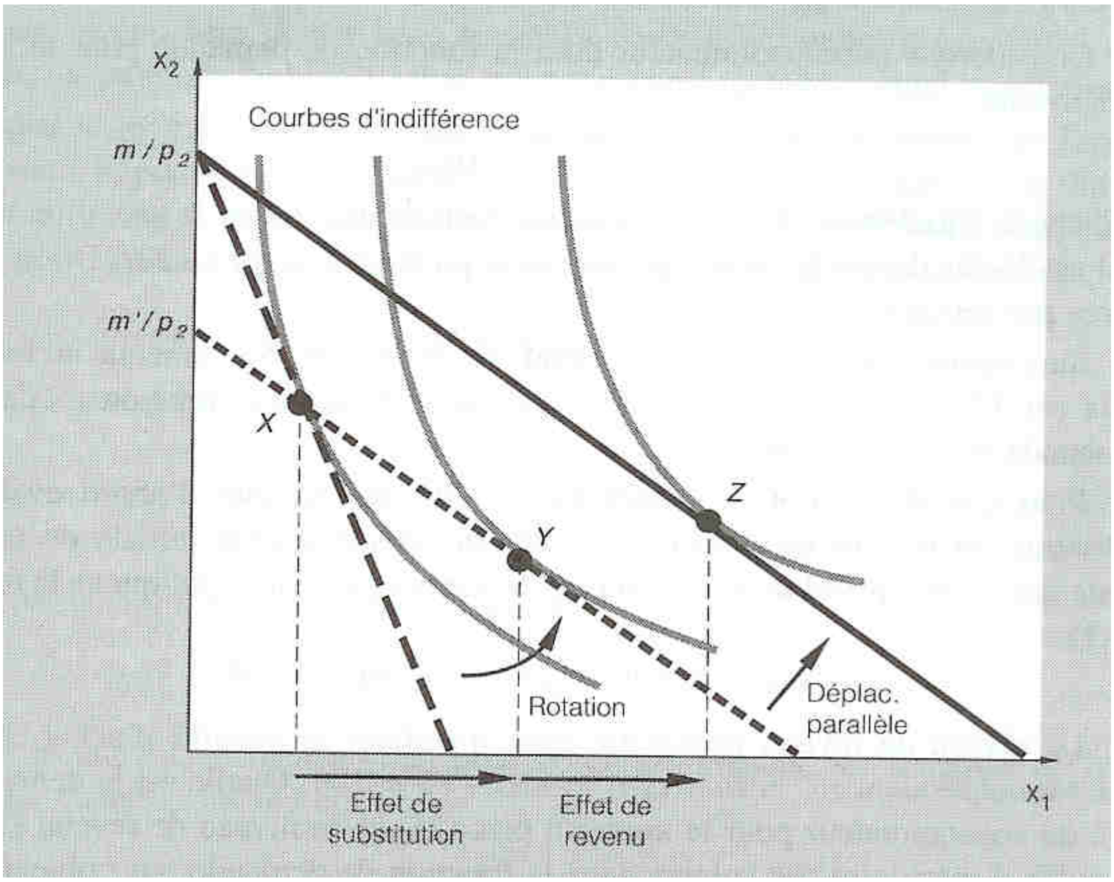
1. <u>Présentation de Slutsky</u>

a) l'effet de substitution : mis en évidence en supposant temporairement quand le prix d'un des biens baisse que le revenu est ajusté pour conserver le panier de biens initial ; 2 étapes :

- rotation autour du choix initial pour donner une droite de budget qui tient compte du nouveau rapport des prix



- le panier initial est toujours accessible mais le consommateur substitue le bien x1 au bien 2 pour adapter le TMS au nouveau rapport
- le choix optimal passe de *x* à *y*



- si on appelle *m'* le nouveau niveau de revenu qui correspond à un maintien du pouvoir d'achat on a

$$m' = p_1^{'} x_1 + p_2 x_2$$

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

en soustrayant

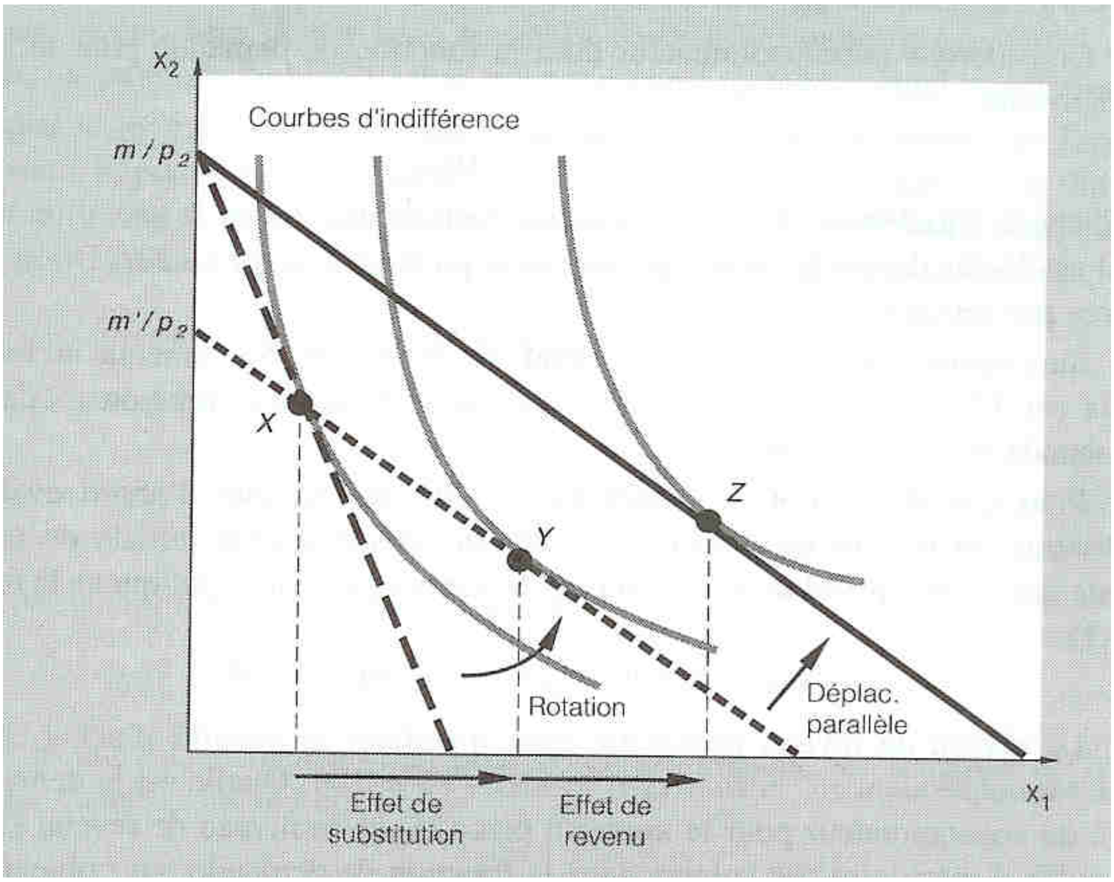
$$m - m' = x_1 \left(p_1 - p_1^{'} \right)$$

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1$$

- par exemple x1 vaut 50 et p1 augmente de .10, la variation de revenu compensatoire est de 5
- on utilise le terme de demande compensée : demande qui représente l'effet de substitution liée à une variation de prix et qui est obtenue en compensant la variation de pouvoir d'achat qu'elle implique
- passage du point *X* au point *Y* soit

$$\Delta x_1^{'} = x_1 \left(p_1^{'}, m' \right) - x_1 \left(p_1, m \right)$$

- le revenu compensatoire est de même signe que la variation du revenu : baisse de prix et variation négative du revenu



Exemple : revenu de 120 et prix du bien de 3, la fonction de demande est $x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}$, ce qui donne une demande de 14

- le prix passe à 2
- la variation de revenu compensatoire est $\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14*(2-3) = -14$
- donc un nouveau niveau de revenu de 106 et une nouvelle demande $x_1(p_1^{'}, m') = 10 + \frac{106}{10*2} = 15.3$
- l'effet de substitution est de +1.3

b) l'effet de revenu : déplacement de la droite de budget parallèle à la droite « provisoire » ; correspond à la réintroduction du revenu effectif (inchangé) dans le nouveau système de prix $(p_1^{'}, p_2)$, comme si on accroissait le revenu d'un montant égal à la compensation

- donne le point *Z*
- calcul de l'effet de revenu : nouvelle demande $x_1(p_1^{'}, m) = x_1(2{,}120) = 16$ soit un effet de +0.7
- signe de l'effet de revenu : positif ou négatif selon qu'il s'agit d'un bien normal ou d'un bien inférieur

c) effet total :

- substitution : toujours contraire à la variation du prix

- revenu : dans le sens de la variation du pouvoir d'achat, sauf bien inférieur

- en général l'effet total est une variation dans le sens contraire de la variation de prix, sauf pour un bien inférieur consommé en quantité importante : l'effet de revenu est en sens contraire et d'une taille suffisante pour faire plus que compenser l'effet de substitution

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^r$$

$$x_1\left(p_1^{'}, m\right) - x_1\left(p_1, m\right) =$$

$$\left[x_1\left(p_1^{'}, m'\right) - x_1\left(p_1, m\right)\right] - \left[x_1\left(p_1^{'}, m\right) - x_1\left(p_1^{'}, m'\right)\right]$$

relation de Slutsky

effet de substitution :

demande au prix nouveau avec compensation – demande aux conditions initiales ; toujours contraire à la variation du prix

effet de revenu :

demande au prix nouveau pour le revenu initial (nouveau point d'équilibre) – demande au prix nouveau avec revenu compensé ; en général dans le sens de la variation du prix (sauf bien inférieur occupant une forte place dans la dépense totale)

- variation de demande et effets en variation :
  - $\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^r$
  - on exprime l'effet de revenu comme un effet négatif (compensation)

  $$\Delta x_1^m = x_1\left(p_1^{'}, m'\right) - x_1\left(p_1^{'}, m\right) = -\Delta x_1^r$$

  - $\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m$

  en divisant par la variation de prix

  $$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}$$

  - on sait que la variation de revenu compensée est égale à la variation de dépense en bien 1 due à la variation de son prix en conservant la même quantité, soit

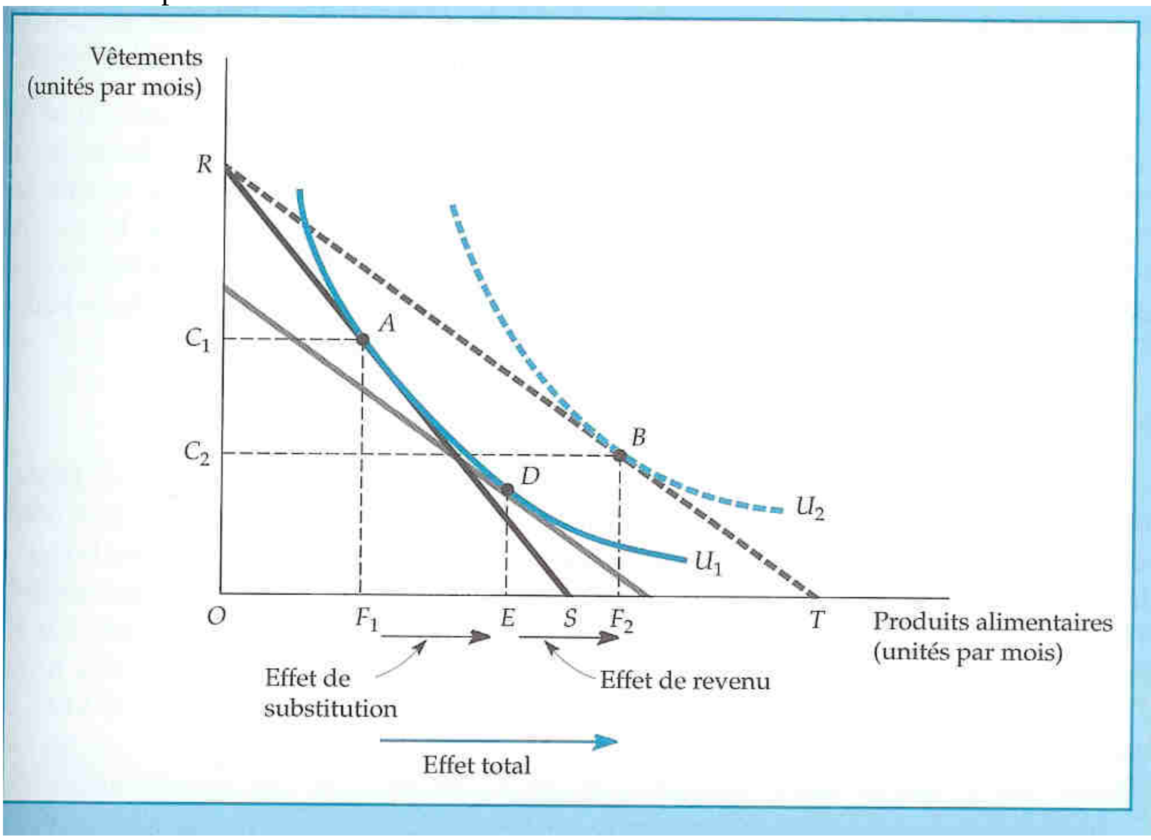
  $$\Delta m = x_1 \Delta p_1$$

  donc

  $$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1$$

  - donc le taux de variation de la demande d'un bien lorsque le prix varie et que les autres paramètres restent fixes est la somme
    - du taux de variation de la demande pour un revenu maintenu fixe (E S)
    - du taux de variation lié à une variation du revenu **multiplié par la demande initiale** (E R)
  - montre mieux le rôle des 2 effets notamment biens normaux et biens inférieurs

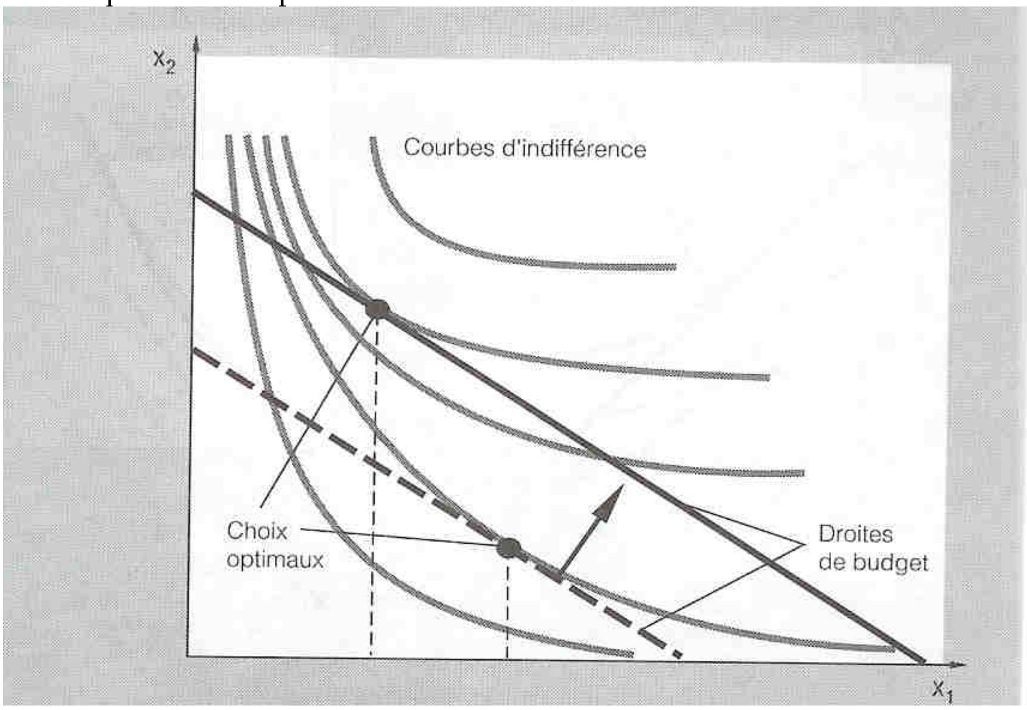
2. <u>Présentation de Hicks</u> : maintien du niveau de satisfaction constant au lieu du maintien de pouvoir d'achat



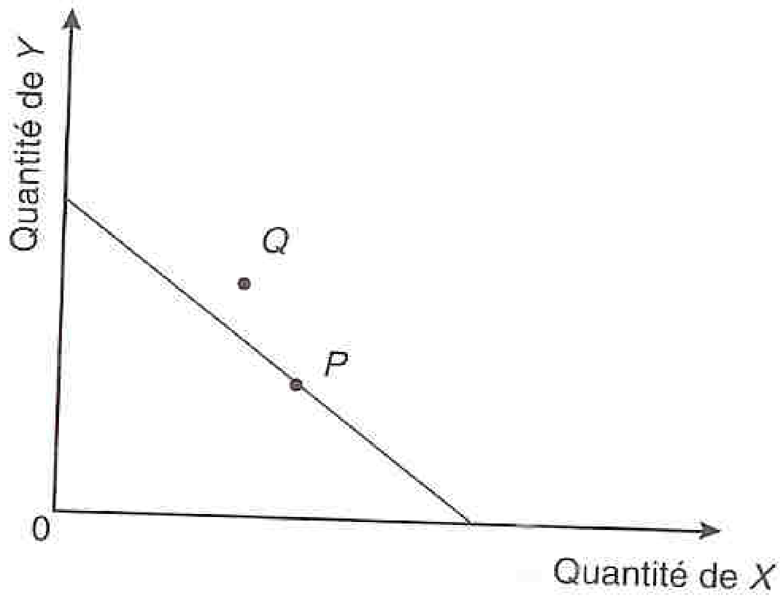
tout le raisonnement et les résultats sont conservés malgré le point de départ différent : contrainte de budget redéfinie à partir du prix modifié mais avec une compensation qui permet de conserver le même niveau de satisfaction

Applications :

- choix entre 2 biens et droite de budget (courbes d'indifférence plutôt « plates »)
  - goûts et prix inchangés, revenu change : courbe de C par rapport au revenu
  - différencier les biens : normal ou inférieur
  - quelle courbe pour 2 biens normaux ?

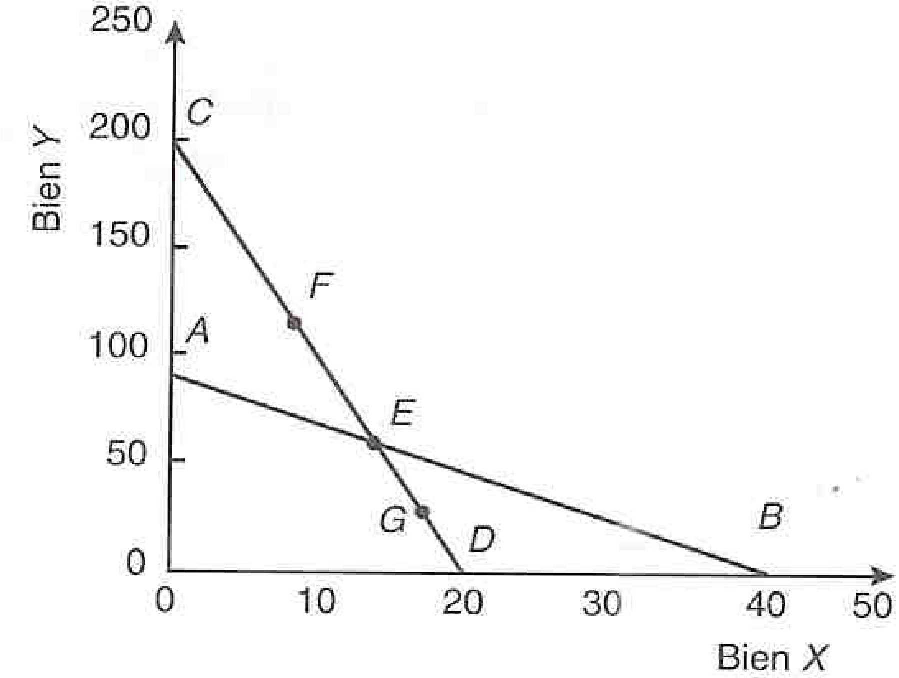


- un consommateur se situe en P (droite de budget), comment peut-il se situer en Q (au-dessus et à gauche) ?
    - variation des goûts : change la carte d'indifférence mais pas la contrainte de budget
    - une augmentation du prix de X et une baisse plus forte du prix de Y : nouvelle droite de budget
    - hausse de X et petite baisse de Y : éloigne du point visé
    - baisse du revenu réel : déplacement homothétique dans le mauvais sens
    - augmentation nominale au même rythme des prix et du revenu : ne change rien



- deux systèmes de prix : le système initial AB et le système après hausse de X et baisse de Y ; choix initial E

- pour des goûts inchangés peut-il choisir F comme point optimal ? ***Oui***, il suffit que les courbes d'indifférence soient « normales » : il a substitué Y à X et se trouve dans une meilleure situation qu'en E



- le point G est-il possible ? G était inférieur initialement à toutes les combinaisons apportant plus des 2 biens ; maintenant il est sur la droite de budget mais est inférieur à tous les paniers de biens qui peuvent être constitués sur le segment GF. Il ne peut être choisi que si ses préférences changent
- quelle portion de la droite de budget comporte le point optimal ? CE

- un consommateur demande un bien selon une fonction

$$q = 0.02R - 2p$$

le revenu est de 7500, p=30

- **quelle quantité initiale ?**

  q=150-60=90

- p augmente : 40 ; **quelle augmentation nécessaire du revenu pour qu'il puisse acheter la même quantité ?quantité achetée ?**

  90*40=3600 et avant 90*30=2700 donc 900 R'=8400 et q'=0.02*8400-2*40=88

- situation finale pour R=7500 et p=40

  q=0.02*7500-2*40 = 70

- effet de sub : -2
- effet de rev : -18 ;

- on a une fonction de demande pour un bien *x*, $q_x = \frac{2R}{5p_x}$, le revenu est de 1000, le prix de *x* est de 5, le prix de *y* est de 20
  - le prix de *x* devient 4, quelles conséquences ?
  - montant du revenu qui correspond au même panier de biens avec le nouveau prix ?

    avec les prix précédents q_x =2000/25=80 donc

    q_y =(1000-80*5)/20=30

    pour consommer le même panier le revenu doit être ajusté 80*4+30*20=920 donc réduit de 80

  - quelle demande de x pour ce nouveau niveau du revenu au nouveau prix?

    q_x = 920*2/5*4 = 1840/20 = 92 donc E S = 12

  - quelle est la demande pour le nouveau système de prix à revenu inchangé ?

    q_x = 1000*2/5*4 = 2000/20=100 donc E R = 8
- un voyageur paie 0.1 € le kilomètre de voyage en train en seconde et 0.2 € le kilomètre en première ; il doit faire 1500 km et dispose d'un budget de 200
  - quelle combinaison initiale ?

    0.1 s + 0.2 p = 200

    s + p = 1500

    donc 150 – 0.1 p + 0.2 p = 200 et p = 500 donc s = 1000

  - le prix en seconde baisse à 0.05, quelle conséquence ?

    on écrit la nouvelle contrainte

    0.05 s + 0.2 p = 200

    donc 75 – 0.05 p + 0.2 p = 200 et p = 833.33 donc s = 866.67

  - caractéristique du bien s ?