UNIVERSITE PARIS VAL DE MARNE
FACULTÉ DE SCIENCES
ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
61 avenue du Général de Gaulle, 94010
Créteil Cedex

Analyse Economique du consommateur et du producteur 1 - MICROECONOMIE

Licence d'Economie et Gestion - Première année
Groupe TD N°13 : Gwenn PARENT

CORRECTION de l'interrogation N°1

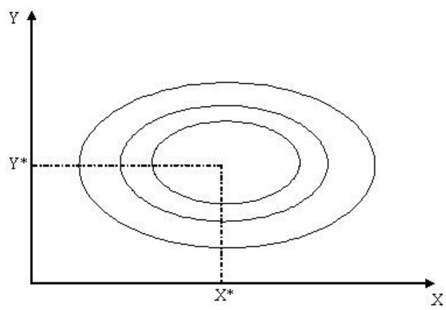
Question de cours : (3 points)

Expliquez ce qu'est l'axiome de monotonicité. Donnez un exemple de bien qui ne respecte pas cet axiome de la rationalité. Expliquez pourquoi.

Axiome de monotonicité ou de non saturation (H4) : Soient deux paniers de consommation différents A et B, si A contient des quantités supérieures ou égales à celles fournies par B pour tous les biens, avec des quantités strictement supérieures pour au moins un bien, A sera strictement préféré à B par tout agent.

L'axiome de monotonicité ou de non saturation signifie qu'il n'exite pas de satisfaction maximale. Même les individus très riches disposant déjà de quantités importantes de l'ensemble des biens disponibles peuvent augmenter leur utilité en augmentant leur consommation d'un des biens. Quel que soit le bien, et quel que soit le niveau de consommation, augmenter la consommation d'une unité d'un bien augmente la satisfaction du consommateur. Celui-ci ne peut donc pas saturer sa consommation en un bien.

Exemple de bien pour lequel il existe un phénomène de saturation : cf. graphique. Le point vers lequel convergent les élipses est le point de saturation (X^*, Y^*). Plus le consommateur s'en approche et plus il est satisfait, plus il s'en éloigne moins il est satisfait. On se retrouve alors avec des portions de la courbe qui ne respectent plus les axiomes de la rationalité : lorsque la pente des courbes d'indifférence est négative, le consommateur dispose de "trop peu" ou de "trop" des deux biens (portion en bas à gauche et en haut à droite). Lorsque la pente est positive, le consommateur dispose de "trop" d'un des deux biens et de "trop peu" de l'autre (portion en haut à gauche et en bas à droite). Avoir "trop" d'un bien revient à ce que ce bien soit indésirable (vous avez déjà trois voitures, la quatrième va vous poser plus de problèmes que vous n'allez en retirer de satisfaction , et va diminuer votre utilité (problèmes de parking, amendes, assurances...)).
Néanmoins l'existence de ce genre de phénomènes n'est pas une remise en question en soi de la théorie micro-économique, car les consommateurs ne vont tout simplement pas effectuer de choix "absurdes" (le choix de consommation reste volontaire), s'il a "trop" d'un bien et pas assez de l'autre, il n'a qu'à diminuer sa consommation du premier pour pouvoir consommer plus du second et augmenter ainsi son niveau d'utilité. De plus, pour la plupart des biens, les consommateurs en disposent en quantités inférieures à ce qu'ils en désirent.

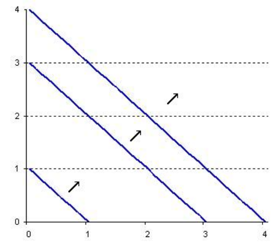


QCM : (3 points)

Ces propositions sont-elles vraies ou fausses ? Expliquez pourquoi les propositions <u>fausses</u> le sont.

1. **$y = \frac{2x}{p_y}$ est l'équation d'une courbe d'indifférence.**
   FAUX. En effet, les courbes d'indifférence sont l'expression des préférences du consommateur. Or ces préférences ne tiennent pas compte ni des prix des biens, ni de son revenu. Pour une fonction d'utilité $U(x, y)$ qui dépend donc des variables x et de y, on obtient une équation de courbe d'indifférence $y = f(U, x)$ fonction du niveau d'utilité fixé (Courbe d'indifférence de niveau U=4 par exemple) et de la quantité de bien x, mais en aucun cas de p_y.

2. **Le Taux Marginal de Substitution de deux biens substituts parfaits est constant.**
   VRAI. Il est égal à 1 :



3. **L'utilité marginale d'un bien normal est décroissante.**
   VRAI. L'utilité marginale du bien x mesure la variation d'utilité découlant d'une petite variation de la quantité de bien x (la quantité de bien y étant maintenue constante). Plus vous disposez d'une bien, moins le fait d'augmenter encore cette quantité va vous apporter de satisfaction, c'est pourquoi cette utilité marginale est décroissante. Si vous n'avez pas de voiture, le fait de passer de $x = 0$ à $x = 1$ va vous apporter beaucoup plus de satisfaction que si vous en aviez déjà 3 et que vous en acquériez une 4ème. L'utilité de l'acquisition de la première quantité d'un bien est donc forcément supérieure à l'utilité de la seconde et plus encore de la troisième...

4. **Deux courbes d'indifférence peuvent se croiser.**
   FAUX. Deux courbes d'indifférence ne peuvent se croiser. S'il en était autrement, A, B et C seraient tous les trois jugés indifférents et ils ne pourraient pas se situer sur des courbes d'indifférence distinctes.

   Par hypothèse en effet, les courbes d'indifférence correspondent à des niveaux différents de satisfactionde sorte qu'un des paniers, par exemple B est stristement préféré au panier C (car B se situe "au dessus" de la courbe AC). Nous savons également que $B \sim A$ et $A \sim C$, car ces couples de points se situent chacun sur une courbe d'indifférence. L'**axiome de transitivité** implique dès lors que $B \sim C$. Mais ce résultat contredit l'hypothèse que $B \succ C$. Par conséquent, deux courbes d'indifférence qui correspondent à des niveaux de satisfaction différents ne peuvent pas se croiser (cela revient à enfreindre l'axiome de transitivité).

Exercice : (14 points)

La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit : $U(x, y) = 4\ x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}}$.
Nous supposons que ce consommateur alloue l'intégralité de son revenu R à l'achat de biens x et y.
Notons P_x et P_y, les prix respectifs de ces deux biens.

1. **Qu'est-ce qu'une courbe d'indifférence ? Donnez l'équation générale des courbes d'indifférence de ce consommateur. Tracez les courbes d'indifférence pour $U = 4$ ainsi que celle pour $U = 8$.**
Une courbe d'indifférence relie tous les paniers de biens (x, y) entre lesquels le consommateur est indifférent et retire une utilité U. C'est donc la courbe de tous les paniers de biens qui procurent au consommateur le même niveau de satisfaction (ou d'utilité) U.

Nous avons $U(x, y) = 4\ x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}}$, donc on cherche à exprimer les CI (courbes d'indifférence) de ce consommateur dans le plan (x, y) : Fixons d'abord le niveau d'utilité de la CI : soit U le niveau d'utilité retiré par le consommateur. L'équation de la courbe d'indifférence de niveau U se trouve de la manière suivante :

$$y^{\frac{1}{2}} = \frac{U}{4\ x^{\frac{1}{2}}}$$

Soit en prenant le carré de cette équation, on peut donner l'équation générale des courbes d'indifférences de ce consommateur :

$$\boxed{y = \frac{U^2}{16\ x}}$$

Nous avons donc :
- Pour $U = 4$, l'équation de la courbe d'indifférence $y = \frac{1}{x}$
- Pour $U = 8$, l'équation $y = \frac{4}{x}$

Nous pouvons représenter graphiquement ces deux courbes d'indifférence, en prenant pour le tracé, quelques points de chaque courbe. Voir le graphique final en page 5.

2. **Déterminez l'équation de la droite de budget. Représentez la graphiquement pour $P_x = 8$, $P_y = 4$ et $R = 16$.**
L'équation de la droite de budget dans le cas général est : $R = xP_x + yP_y$.
Donc ici, nous avons une droite de budget d'équation $16 = 8x + 4y$, que nous pouvons représenter dans le plan (x, y) en exprimant y par rapport à la variable x : $4y = 16 - 8x$ donc :

$$\boxed{y = 4 - 2x}$$

Voir le graphique final en page 5.

Quelle conclusion pouvez-vous tirer de ce graphique quant au niveau d'utilité maximal (U_{MAX}) que le consommateur pourra atteindre ?
Nous remarquons que la droite de budget coupe la CI de niveau $U = 4$, donc le consommateur peut encore augmenter son utilité en passant à une CI de niveau supérieur. En revanche, la CI de niveau $U = 8$ ne coupe pas la droite de budget et ne la "touche" pas, donc le consommateur ne pourra pas obtenir un niveau de satisfaction égal à 8 avec son revenu R. On peut donc en conclure que le niveau maximal d'utilité que le consommateur pourra atteindre compte tenu des prix fixés et de son revenu est compris entre 4 et 8.

$$\boxed{4\ <\ U_{MAX}\ <\ 8}$$

3. **Donnez la définition de l'utilité marginale. Calculez U_{mx} et U_{my} (notation alternative $U_x^{'}$ et $U_y^{'}$)**
L'utilité marginale du bien x mesure la variation d'utilité découlant d'une petite variation de la quantité de bien x (la quantité de bien y étant maintenue constante). En termes mathématiques, il s'agit de la dérivée première de $U(x, y)$ par rapport à x : $U_{mx} = U_x^{'} = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}$.

Ici, nous avons $U(x,y) = 4\ x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}}$, donc :
$U'_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 4\ y^{\frac{1}{2}} * (\frac{1}{2}\ x^{-\frac{1}{2}}) = 2(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}}$

De la même manière :
$U'_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = 4\ x^{\frac{1}{2}} * (\frac{1}{2}\ y^{-\frac{1}{2}}) = 2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}}$

$$\boxed{U'_x = 2(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} \qquad \text{et} \qquad U'_y = 2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}}}$$

4. **Qu'est ce que le Taux Marginal de substitution ? Donnez la formule de $TMS_{y/x}$ et calculez le pour la fonction d'utilité donnée.**
Taux marginal de substitution : pour tout couple (x,y), le TMS du bien y au bien x (noté $TMS_{y/x}$) est la quantité additionnelle de bien y nécessaire pour compenser la diminution d'une unité du bienx, alors que le consommateur reste au même niveau d'utilité.

Nous savons que : $TMS_{y/x} = \frac{U'_x}{U'_y}$ tout au long de la courbe d'indifférence.
Donc d'après la question précédente on a : $TMS_{y/x} = \frac{2(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}}}{2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}}} = \frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} * \frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} = \frac{y}{x}$

$$\boxed{TMS_{y/x} = \frac{y}{x}}$$

5. **Déterminez l'optimum du consommateur <u>par la méthode du Lagrangien</u>. Faites l'application numérique pour $P_x = 8$, $P_y = 4$ et $R = 16$ et représentez le panier optimal du consommateur sur votre graphique (notation : point C).**

Le programme d'optimisation du consommateur s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} max \quad U(x,y) = 4\ x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}} \\ S.C. \quad : \quad 16 = 8x + 4y \end{cases}$$

Lagrangien du programme d'optimisation :

$$L(x,y,\lambda) = 4\ x^{\frac{1}{2}}\ y^{\frac{1}{2}} + \lambda(16 - 8x - 4y)$$

Résolution du programme d'optimisation : Conditions du premier ordre du programme :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} - 8\lambda = 0 \\ 2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} - 4\lambda = 0 \\ 16 - 8x - 4y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \lambda = \frac{2}{8}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}(\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} \\ \lambda = \frac{2}{4}(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} \\ 16 = 8x + 4y \end{cases}$$

Soit encore :

$$\iff \begin{cases} (\frac{y}{x})^{\frac{1}{2}} = 2(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} \\ \lambda = \frac{1}{2}(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} \\ 16 = 8x + 4y \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2x \\ \lambda = \frac{1}{2}(\frac{x}{y})^{\frac{1}{2}} \\ 16 = 8x + 4(2x) = 16x \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Le point C de coordonnées $x^* = 1$ et $y^* = 2$ correspond au choix optimal du consommateur (cf graphique)

Il faudrait également vérifier les conditions du second ordre pour vérifier qu'il s'agit bien d'un maximum et non d'un minimum, mais cela n'était pas attendu dans cette interro.

6. **Quel est le niveau maximum d'utilité (U_{MAX}) que le consommateur puisse atteindre ?**
Le consommateur atteignant son niveau maximal d'utilité pour le panier de bien optimal ($x^* = 1$ et $y^* = 2$), nous avons donc :
$U_{MAX} = U(1,2) = 4\ 1^{\frac{1}{2}}\ 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$

$$\boxed{U_{MAX} = 4\sqrt{2}}$$

Graphique :