UNIVERSITÉ PARIS XII VAL de MARNE

ECONOMIE
Faculté de Sciences Economiques et de Gestion

UNIVERSITE PARIS VAL DE MARNE
FACULTÉ DE SCIENCES
ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
61 avenue du Général de Gaulle, 94010
Créteil Cedex

Analyse Economique du consommateur et du producteur 1 - MICROECONOMIE

Licence d'Economie et Gestion - Première année
Groupe TD N°10 : Gwenn PARENT

CORRECTION de l'interrogation N°1

Questions de cours : (3 points)

1. **Citez les 5 axiomes de la rationalité (il n'est pas nécessaire de les détailler).**
   - Axiome de transitivité
   - Axiome de continuité
   - Axiome de totalité
   - Axiome de monotonicité ou non-saturation
   - Axiome de convexité

   Voir le dossier 1 pour reprendre les définitions de chacun de ces axiomes.

2. **Expliquez la distinction utilité ordinale / utilité cardinale.**

   cf. texte du dossier 1.

   La description des préférences du consommateur est une étape indispensable pour expliquer les choix de consommation de celui-ci. A la manière des auteurs néoclassiques de la fin du 19ème siècle, tels l'anglais Jevons, l'autrichien Menger ou le français Walras, on peut d'abord supposer que l'on peut **quantifier**, c'est à dire mesurer l'utilité, la satisfaction que le consommateur retire de ses choix. Cette première approche postule donc que l'utilité peut être mesurée par un indicateur et elle est dite *cardinale*. L'utilité qu'un consommateur ressent est alors quantifiable au même titre que son poids ou sa hauteur. Comparant deux situations où la situation du consommateur a changé (par exemple parce que son revenu s'est modifié ou parce que certains prix ont varié), on pourra attribuer un niveau d'utilité à chacune de ces situations : par exemple 100 "unités d'utilité" dans la première situation et 200 dans la seconde, affirmant ainsi que l'utilité du consommateur a doublé en passant de la situation 1 à la situation 2.

   L'idée selon laquelle la quantification de l'utilité serait un préalable indispensable à une description du choix du consommateur est en fait inutilement restrictive. Ainsi que l'on montré Pareto et Slutsky puis Hicks et Samuelson, la **classification** est ici préférable à la quantification. Pour représenter les préférences du consommateur, il n'est pas nécessaire de quantifier l'utilité, mais simplement de popuvoir comparer et classer tout couple de situations possibles. On passe alors à la théorie *ordinale* de l'utilité où le consommateur est supposé pouvoir comparer deux à deux et donc ordonner l'ensemble des choix possibles.

QCM : (3 points)

Ces propositions sont-elles vraies ou fausses ? Expliquez pourquoi les propositions fausses le sont.

1. **$y = 2x^{\frac{1}{2}}$ peut-être l'équation générale des courbes d'indifférence d'une certaine fonction d'utilité $U(x, y)$.**

FAUX. En effet, les courbes d'indifférence sont l'expression des préférences du consommateur. Ces préférences ne tiennent pas compte ni des prix des biens, ni de son revenu. Pour une fonction d'utilité $U(x, y)$ qui dépend donc des variables x et de y, on obtient une équation de courbe d'indifférence $y = f(U, x)$ fonction du niveau d'utilité fixé U et de la quantité de bien x, $y = 2x^{\frac{1}{2}}$ est une fonction de x uniquement et pas du niveau d'utiltité U, donc il ne s'agit pas de l'équation **générale** des courbes d'indifférence pour une certaine fonction d'utilité $U(x, y)$, mais de l'équation d'une courbe d'indifférence particulière, pour laquelle le niveau d'utilité U a été fixé.

2. **Les courbes d'indifférence pour un bien x normal, et y un bien neutre sont verticales (dans le plan (x, y)).**
VRAI. Le bien y étant neutre, sa consommation ne procure pas de satisfaction au consommateur, donc pour un certain niveau de consommation du bien x, tous les couples (x, y) auront le même niveau d'utilité quelle que soit le niveau de consommation du bien y. Les courbes d'indifférence sont donc verticales (x fixé, y quelconque).

3. **A l'optimum, nous avons $TMS_{\frac{Y}{X}} = \frac{P_X}{P_Y}$.**
VRAI. A l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix, c'est à dire qu'à optimum, la pente de la courbe d'indifférence est la même que celle de la droite de budget. Courbe d'indifférence et droite de budget sont tangentes à l'optimum (sauf dans les cas particuliers de solutions en coin, cf. Exo 4 du TD2)

4. **Le Taux Marginal de Substitution est la pente de la droite de budget.**
FAUX. Le taux Marginale de Substitution est la pente d'une courbe d'indifférence en tout point de cette courbe. Pour tout couple (x, y), le TMS du bien y au bien x (noté $TMS_{y/x}$) est la quantité additionnelle de bien y nécessaire pour compenser la diminution d'une unité du bien x, alors que le consommateur reste au même niveau d'utilité, c'est à dire si l'on reste sur la même courbe d'indifférence.

Exercice : (14 points)

La fonction d'utilité d'un consommateur s'écrit : $U(X, Y) = \frac{1}{4}\ X^2\ Y$.
Nous supposons que ce consommateur alloue l'intégralité de son revenu nominal R à l'achat de biens X et Y.
Notons P_X et P_Y, les prix respectifs de ces deux biens.

1. **Donnez la définition d'une courbe d'indifférence. Donnez l'équation générale des courbes d'indifférence de ce consommateur. Tracez les courbes d'indifférence pour $U = 1$ et $U = 2$.**
Une courbe d'indifférence relie tous les paniers de biens (x, y) entre lesquels le consommateur est indifférent et retire une utilité U. C'est donc la courbe de tous les paniers de biens qui procurent au consommateur le même niveau de satisfaction (ou d'utilité) U.

Nous avons $U(X, Y) = \frac{1}{4}\ X^2\ Y$, donc on cherche à exprimer les CI (courbes d'indifférence) de ce consommateur dans le plan (X, Y) : Fixons d'abord le niveau d'utilité de la CI : soit U le niveau d'utilité retiré par le consommateur. L'équation de la courbe d'indifférence de niveau U se trouve de la manière suivante :

$$Y = \frac{U}{\frac{1}{4}\ X^2}$$

Soit :

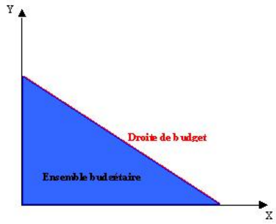
$$\boxed{Y = \frac{4U}{X^2}}$$

Nous avons donc :
- Pour $U = 1$, l'équation de la courbe d'indifférence $Y = \frac{4}{X^2}$
- Pour $U = 2$, l'équation $Y = \frac{8}{X^2}$

Cf. Graphique en fin de corrigé.

2. **Qu'est ce que l'ensemble budgétaire ? Déterminez l'équation de la droite de budget pour $P_X = 10$, $P_Y = 2$ et $R = 20$. Représentez cette droite de budget sur le même graphique que précédemment. Que remarquez-vous ?**

L'ensemble budgétaire est l'ensemble de tous les couples (X, Y) que le consommateur peut acheter avec son revenu nominal R et compte tenu des prix des biens P_X et P_Y. Cet ensemble est borné par l'axe des abcisses en bas, l'axe des ordonnées à gauche, et la droite de budget en haut à droite. Cf. graphique



L'équation de la droite de budget dans le cas général est : $R = XP_X + YP_Y$.
Donc ici, nous avons une droite de budget d'équation $20 = 10X + 2Y$, que nous pouvons représenter dans le plan (X, Y) en exprimant Y par rapport à la variable X : $2Y = 20 - 10X$ donc :

$$\boxed{Y = 10 - 5X}$$

Voir le graphique final

Nous remarquons que la droite de budget coupe la CI de niveau $U = 1$, donc le consommateur peut encore augmenter son utilité en passant à une CI de niveau supérieur. En revanche, la CI de niveau $U = 2$ ne coupe pas la droite de budget et ne la "touche" pas, donc le consommateur ne pourra pas obtenir un niveau de satisfaction égal à 2 avec son revenu R. On peut donc en conclure que le niveau maximal d'utilité que le consommateur pourra atteindre compte tenu des prix fixés et de son revenu est compris entre 1 et 2.

3. **Donnez la définition de l'utilité marginale. Calculez U_{mX} et U_{mY} (notation alternative $U_X^{'}$ et $U_Y^{'}$)**
L'utilité marginale du bien X mesure la variation d'utilité découlant d'une petite variation de la quantité de bien X (la quantité de bien Y étant maintenue constante). En termes mathématiques, il s'agit de la dérivée première de $U(X, Y)$ par rapport à X : $U_{mX} = U_X^{'} = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial X}$.

Ici, nous avons $U(X, Y) = \frac{1}{4} X^2 Y$, donc :
$U_X^{'} = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial X} = \frac{1}{4} * 2X * Y = \frac{XY}{2}$

De la même manière :
$U_Y^{'} = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial Y} = \frac{1}{4} * X^2 * 1 = \frac{X^2}{4}$

$$\boxed{U_X^{'} = \frac{XY}{2} \qquad \text{et} \qquad U_Y^{'} = \frac{X^2}{4}}$$

4. **Donnez la formule du $TMS_{Y/X}$ et calculez le pour la fonction d'utilité donnée.**

Nous savons que : $TMS_{Y/X} = \frac{U_X^{'}}{U_Y^{'}}$ tout au long de la courbe d'indifférence.

Donc d'après la question précédente on a : $TMS_{Y/X} = \frac{\frac{XY}{2}}{\frac{X^2}{4}} = \frac{XY}{2} * \frac{4}{X^2} = \frac{2XY}{X^2} = \frac{2Y}{X}$

$$\boxed{TMS_{Y/X} = \frac{2Y}{X}}$$

5. **Déterminez l'optimum du consommateur en utilisant le TMS déjà calculé, avec les valeurs numériques précédentes $P_X = 10$, $P_Y = 2$ et $R = 20$. Représentez le panier optimal du consommateur sur votre graphique.**
Nous savons qu'à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix, donc :

$$TMS_{Y/X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Nous avons donc : $TMS_{Y/X} = \frac{2Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{2}$, soit :
$2Y = 5X$ ou encore $Y = \frac{5}{2}X$ que l'on peut remplacer dans la droite de budget : $20 = 10X + 2Y$.

On obtient alors : $20 = 10X + 2(\frac{5}{2}X) = (10+5)X = 15X$ donc $X^* = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ et $Y^* = \frac{5}{2} * \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

Le point C de coordonnées $X^* = \frac{4}{3}$ et $Y^* = \frac{10}{3}$ correspond au choix optimal du consommateur (cf graphique)

6. **Donnez la formule générale du Lagrangien. Quelles sont les conditions de premier ordre ? (il n'est pas demandé de résoudre le problème de maximisation du consommateur, mais seulement de donner les conditions du premier ordre)**
   Le programme d'optimisation du consommateur s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} max \quad U(X,Y) = \frac{1}{4}\ X^2\ Y \\ S.C. \quad : \quad 20 = 10X + 2Y \end{cases}$$

   Lagrangien du programme d'optimisation :

$$L(X,Y,\lambda) = \frac{1}{4}\ X^2\ Y + \lambda(20 - 10X - 2Y)$$

   Conditions du premier ordre du programme :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}$$

Graphique :