

Année 2007-2008

Analyse économique du consommateur et du
producteur 1 - MICROECONOMIE

Licence d'Économie et Gestion - Première année

Durée : 1H30

CORRECTION EXAMEN Janvier
2008

Sans documents, ni calculatrices

VOUS DEVEZ REpondre A CHAQUE QUESTION DE MANIÈRE DÉTAILLÉE, EN EXPLIQUANT CE QUE VOUS FAITES ET POURQUOI.

I. Exercice 1 (11 points)

Le producteur Bleuberries produit des myrtilles. Cette firme a la fonction de production suivante : $Q = 6T^{1/3} L^{2/3}$ où L représente le nombre de travailleurs et T la surface cultivée en hectares. Nous noterons P_L le prix du travail, P_T le prix de la terre et C le coût de production pour la firme. Nous supposons que : $P_L = 12$, $P_T = 6$ et $C = 900$.

1) Donnez l'équation de coût de ce producteur.

L'équation de coût est donnée par :

$$C = P_T T + P_L L$$

$$\text{Donc : } 900 = 6T + 12L$$

2) Déterminez l'équation du sentier d'expansion et donnez sa définition.

Sentier d'expansion : Cf cours

Nous savons que à l'optimum le TMST est égal au rapport des prix. Nous pouvons donc en déduire que à

$$\text{l'optimum : } TMST_{L/T} = \frac{PmT}{PmL} = \frac{P_T}{P_L}$$

$$\text{D'où : } \frac{2T^{-2/3} L^{2/3}}{4T^{1/3} L^{-1/3}} = \frac{6}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{L}{T} = \frac{1}{2}$$

Par conséquent $L=T$

Ceci représente l'équation du sentier d'expansion.

3) Quelle est la fonction de coût total, la fonction de coût marginal et la fonction de coût moyen de cette firme lorsque l'on se trouve en courte période et que le facteur terre est fixe : $T = 4$? Définissez les notions de coût marginal et de coût moyen.

Pour déterminer la fonction de coût total, il faut remplacer le sentier d'expansion dans la fonction de production :

$$Q = 6L^{1/3}L^{2/3} = 6L$$

$$\text{D'où } L = \frac{Q}{6}$$

Nous introduisons L dans l'équation de coût :

$$CT = 6T + 12\frac{Q}{6}$$

Or, $T=4$

donc la fonction de coût total : $CT = 24 + 2Q$.

$$\text{Fonction de coût marginal : } \frac{\partial CT}{\partial Q} = 2 = Cm$$

$$\text{Fonction de coût moyen : } \frac{CT}{Q} = \frac{24}{Q} + 2 = CM$$

Coût marginal : Voir cours

Coût moyen : Voir cours

4) Supposons que nous soyons maintenant en longue période.

a) Expliquez ce que cette notion de longue période signifie.

Longue période : Voir cours

b) Quelle seront les quantités de facteurs utilisées à l'optimum pour ce producteur ?

Nous savons que $T=L$. Il suffit de remplacer cette équation du sentier d'expansion dans l'équation de coût :

$$900 = 6T + 12T \Leftrightarrow 900 = 18T$$

$$\Rightarrow T = \frac{900}{18} = 50 = L$$

Ce producteur utilisera donc 50 hectares de terre ainsi que 50 individus pour sa production.

c) Quelle sera alors son niveau de production ?

Il suffit de remplacer K et T dans la fonction de production :

$$\text{D'où : } Q = 6 \times 50^{1/3} \times 50^{2/3} = 6 \times 50 = 300$$

Cette firme produira donc 300 unités de myrtilles

5) Si ce producteur souhaite tripler sa production, de combien doit-il augmenter ses facteurs de production ? S'agit-il ici de rendement d'échelle ou de rendement de facteurs ? Expliquez.

Pour répondre à cette question il faut déterminer l'homogénéité de la fonction de production :

Pour cela multiplions tous les facteurs par α .

$$\begin{aligned} Q(\alpha T, \alpha L) &= 6(\alpha T)^{1/3}(\alpha L)^{2/3} \\ &= \alpha Q(T, L) \end{aligned}$$

Cette fonction est donc homogène de degré 1. (Nous retrouvons le résultat attendu à savoir qu'une fonction de type Cobb Douglas est homogène d'un degré égal à la somme des puissances)

Par conséquent, pour tripler sa production il faut que $\alpha = 3$ donc, il faut multiplier le facteur terre et le facteur travail par 3.

Donc : $T=L=150$

Il s'agit donc ici de rendement d'échelle : Voir cours

Exercice II (7 points)

Supposons maintenant que Pierre consomme des myrtilles issues du producteur Bleuberries ainsi que des groseilles. Il a pour fonction d'utilité $U = 4M^{1/4}G^{3/4}$. Nous supposons que M est la consommation de myrtilles et G la consommation de groseilles. Nous noterons P_M le prix des myrtilles, P_G le prix des groseilles et R son revenu.

1) *Quelle est l'équation de la courbe d'indifférence de ce consommateur lorsque $U_0 = 32$?*

$$U = 4M^{1/4}G^{3/4} \Leftrightarrow M = \left(\frac{U}{4G^{3/4}} \right)^4$$

$$\text{Pour } U = U_0 = 32 \Rightarrow M = \frac{8^4}{G^3}$$

2) *Donnez la contrainte budgétaire de ce consommateur. Quelle est sa définition ?*

Contrainte budgétaire : voir cours

$$R = P_M M + P_G G$$

3) *Déterminez les quantités consommées à l'optimum de myrtilles et de groseilles par ce consommateur.*

A l'optimum le TMS est égal au rapport des prix.

$$\text{Donc : } TMS_{G/M} = \frac{U_M M}{U_G G} = \frac{P_M}{P_G}$$

$$\Rightarrow \frac{M^{-3/4} G^{3/4}}{3M^{1/4} G^{-1/4}} = \frac{P_M}{P_G} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \frac{G}{M} = \frac{P_M}{P_G}$$

Donc, $G = 3 \frac{P_M}{P_G} M$ Nous avons déterminé la courbe consommation revenu.

On introduit cette équation dans la contrainte budgétaire :

$$R = P_M M + P_G \times 3 \frac{P_M}{P_G} M = 4P_M M$$

$$\Rightarrow M^* = \frac{R}{4P_M}$$

On introduit M^* dans la courbe consommation revenu :

$$G^* = 3 \frac{P_M}{P_G} \frac{R}{4P_M} = \frac{3}{4} \frac{R}{P_G}$$

- 4) *Définissez la notion de biens inférieurs, de biens normaux et de biens de luxe. Pierre consomme t'il des biens inférieurs, normaux ou de luxe ? Démontrer-le.*

Biens inférieurs : Voir cours

Biens normaux : voir cours

Biens de luxe : Voir cours

Pour déterminer quel type de bien consomme Pierre, il faut déterminer l'élasticité revenu.

$$\varepsilon_R^M = \frac{\partial M}{\partial R} \frac{R}{M}$$

$$\text{D'où : } \varepsilon_R^M = \frac{1}{4P_M} \frac{R}{M} = \frac{1}{4P_M} \frac{R}{R/4P_M} = 1$$

Les myrtilles sont donc des biens normaux

Faisons de même pour les groseilles :

$$\varepsilon_R^G = \frac{\partial G}{\partial R} \frac{R}{G}$$

$$\varepsilon_R^G = \frac{3}{4P_G} \frac{R}{G} = \frac{3}{4P_G} \frac{R}{3R/4P_G} = 1$$

Les groseilles sont donc également des biens normaux

- 5) *Quelle est l'utilité optimale de ce consommateur lorsque $R = 128$, $P_M = 4$ et $P_G = 12$?*

Application numérique :

$$M^* = \frac{128}{4 \times 4} = 8$$

$$G^* = \frac{3 \times 128}{4 \times 12} = \frac{128}{16} = 8$$

$$U^* = 4 \times 8^{1/4} \times 8^{3/4} = 4 \times 8 = 32$$

Question de synthèse (2 points)

Quel serait l'impact sur la demande en myrtilles et en groseilles de Pierre si le producteur Bleuberreries modifiait son prix de vente (P_M) de manière à obtenir un profit égal à 1500 ?

$$\pi = P_M Q - CT$$

$$\Rightarrow 1500 = P_M \times 300 - 900$$

$$\Rightarrow P_M = \frac{1500 + 900}{300} = \frac{24}{3} = 8$$

Le nouveau prix des myrtilles serait de 8€

$$\text{Donc, } M^* = \frac{128}{4 \times 8} = 4 \text{ et } G=8.$$

L'augmentation du prix des myrtilles a provoqué la baisse de la consommation de ce fruit chez ce consommateur.