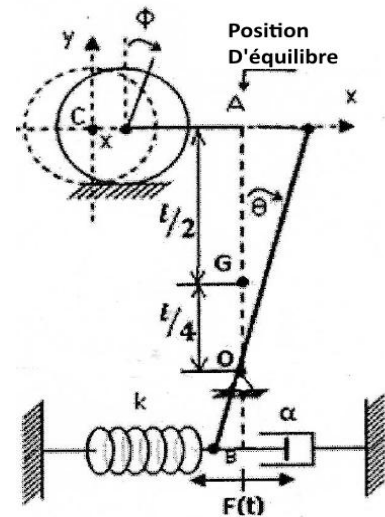


## EXAMEN DE RATRAPAGE

### Exercice 01 (10 points)

Soit le système mécanique composé d'un disque homogène ( $m_1, R$ ), qui peut rouler sans glisser sur un plan horizontal, d'une barre AB ( $m_2, l$ ) qui peut osciller autour d'un axe O perpendiculaire au plan du mouvement ( $J = \frac{1}{12} m_2 l^2$ ), d'un ressort  $K$  et d'un amortisseur  $\alpha$ . La barre horizontale CA est de masse négligeable.

- 1- Calculer le lagrangien du système.
- 2- Calculer la fonction de dissipation
- 3- Le point B est soumis à une force extérieure  $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$   
établir l'équation différentielle du mouvement et déduire  $\omega_0$  et  $\lambda$ , ainsi que la condition d'oscillation en fonction de  $m_1, m_2, l, k, g$  et  $\alpha$ .
- 4- Donner la solution générale, en fonction des expressions de l'amplitude et de la phase des oscillations forcées



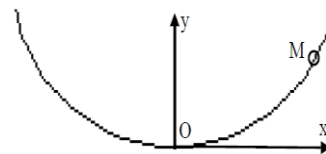
### Exercice 2 (10 points)

Un mobile pesant  $M$  assimilable à un point matériel de masse  $m$  coulisse sans frottement sur l'arc de cycloïde dessiné ci-contre. On repère sa position par ses coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  sur deux axes  $Ox$  horizontal et  $Oy$  vertical dirigé vers le haut.

L'équation paramétrique de la cycloïde est :

$$x = b(\theta - \sin\theta), \quad y = b(1 - \cos\theta)$$

où  $b$  est une constante et  $\theta$  une variable dont la variation entre  $-\pi$  et  $+\pi$  engendre l'arc. On note  $g$  la pesanteur.



- 1- Exprimer les coordonnées  $(dx, dy)$  d'un déplacement élémentaire du mobile en fonction de  $b, \theta$  et  $d\theta$ .
- 2- En déduire la longueur  $ds$  de ce déplacement.
- 3- Déduire que l'abscisse curviligne  $s = \widehat{OM}$  comptée positivement vers la droite, est  $s = 4b \sin(\frac{\theta}{2})$ .
- 4- Montrer que l'énergie potentielle associée à la force totale subie par le mobile est  $Ep = \frac{mgs^2}{8b}$ .
- 5- Exprimer l'énergie totale du mobile est en fonction de  $s$  et  $\dot{s}$
- 6- Déduire l'équation différentielle du mouvement portant sur la fonction  $s(t)$ .

**Remarque:** tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.