Arrangement avec répétition : PS

Si nous avons à choisir p éléments parmis n, la disposition étant $\boxed{\text{ordonnée}}$ et avec répétition ....

$$A_n^p = n^p$$

ex : le nombre total d'arrangement d'ordre 2 des chiffres 1, 2, 3 est égal à $3^2 = 9$.

$n = 3$ et $p = 2$.

Arrangement sans répétition

ex : combien peut-on formé de lignes tél. (une ligne tél. est constitués de 6 chiffres)

$$A_{10}^6 = 10^6$$

Arrangement sans répétition :

ordonnée

ex : combien y a-t-il de façon d'asso 8 personnes sur un banc de 4 places.

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \qquad A_8^4 = \frac{8!}{4!}.$$

Permutation sans répétition :

c'est un arrangement sans répétition de n éléments parmis n.

ordonnée

$$A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$$

Permutation avec répétition :

c'est une disposition $\boxed{\text{ordonnée}}$ de l'ensemble de ces éléments où la 1ère figure n_1 fois, le second n_2 fois, ...etc. tel que : $n_1 + n_2 + \ldots + n_n = n$.

$$P_n^{(n_1, n_2, \ldots, n_n)} = \frac{n!}{n_1! \, n_2! \ldots n_k!}$$

Combinaison sans répétition :

si la disposition est $\boxed{\text{non-ordonnée}}$ et sans répétition on dit que l'on a une combi. sans rép. de p éléments parmis n.

Rim

$$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Combinaison avec répétition :

ex : $\Omega = \{a, b, c\}$ $\quad n = 3$ et $p = 2$.

$$C_n^p = \frac{(n-1+p)!}{(n-1)!\,p!}$$

non-ordonnée

Le calcul des probabilités :

événements élémentaires :

les résultat possibles d'une expérience aléatoire.

$$P(A) = \frac{n_A}{n}.$$

Espace probabiliser :

à chaque éve. on associe un nombre > 0 compris entre 0 et 1.

Les 3 axiomes :

ax. posivité : $\forall A \subset \Omega, P(A) \geq 0$.

ax. certitude : $P(\Omega) = 1$, on dit que Ω est un éve. certain $0 \leq P(A) \leq$

ax. d'addivité : Si A et B sont incompatible alors

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\emptyset}$$

: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

- **L'évè. impossible :** la prob. de l'évè. impossible est nulle. $\boxed{P(\emptyset)=0.}$
- **Prob. d'un évè. complémentaire :** $\boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$
- Soient A et B tq : $A\cap B \neq \emptyset$.
  $\boxed{P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)}$
- Si $\boxed{B\subset A \;.\; P(B)\leq P(A)}$
- $P(A) = 0 \not\Rightarrow A = \emptyset$
- $P(A) = 1 \not\Rightarrow A = \Omega$

Soit Ω fini, P une application de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$. est une prob. ssi :

1) $P(\Omega) = 1$.
2) $\forall (A_i)$ tq $A_i\cap A_j = \emptyset$, $\forall i\neq j$.
$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum P(A_i)$
3) $\forall (A_i)$ tq $A_i \cap A_j = \emptyset \quad i\neq j$
$P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$.

espace probabilisé : le triplé $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$.

Probabilité conditionnelles :

$A\subset \Omega$: $P(A) > 0$
$B \subset \Omega$ et $A\cap B \neq \emptyset$

La prob. de réalisation de B lorsque A se réalise s'appelle : la prob. de B sachant A. $P(B/A)$.

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \qquad P(A) > 0$$

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \qquad P(B) > 0).$$

Probabilité composées

Rim

$P(B\cap A) = P(B/A)\,.\,P(A)$ si $P(A) > 0$

Pour montrer qu'une fonction est une probabilité, on doit démontrer les 3 axiomes :

1. $0 < P < 1$
2. $P(\cup A_i) = \sum P(A_i)$
3. $P(\Omega) = 1$.

Évenement indépendant :

Soient $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$.

A est indépendant de B si :

$\boxed{P(A/B) = P(A)}$.

$\boxed{P(B/A) = P(B)}$.

$\boxed{P(A\cap B) = P(A)\,.\,P(B)}$

$P((A\cap B)\cap C) = P(A\cap B)\,.\,P(C/A\cap B)$
$= P(A)\,.\,P(B/A)\,.\,P(C/A\cap B)$.

Formules des prob. totales :

$P(A) = P(\bigcup_i (A\cap A_i)) = \sum_i P(A\cap A_i)$

$P(A) = \sum_i P(A_i)\,.\,P(A/A_i)$. prob. composée.

ex. cahier

Formule de Bayers :

$$P(A_i/A) = \frac{P(A_i)\,.\,P(A/A_i)}{\sum P(A)\,.\,P(A/A_i)}$$

pendance de plusieurs ève. PS

Rim

A_i : $i=1..n$. de l'espace (Ω, A, P).

A_i sont indépendants si :

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i).$$

Incompatible : $A \cap B = \emptyset$

A et B ne se réalisent pas en même temps.