SÉRIE D'EXERCICES n° 1

EXERCICE 1 :

Soit le mot $x = ((acbc)^R.baca)^R$ (α^R désigne le reflet miroir de α)

1) Donner la chaîne de caractères à laquelle x est égal.
2) Quelle est la valeur de $|x|$, $|x|_a$, $|x|_b$ et $|x|_c$?
3) Donner un préfixe propre de x contenant au moins deux lettres 'c'.
4) Donner un suffixe propre de x contenant une seule lettre 'a'.

EXERCICE 2 : Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, A\}, S, P)$ où P contient les règles suivantes :

$$S \rightarrow aS \mid bA \quad ; \quad A \rightarrow cA \mid \varepsilon$$

1) Déterminer si les mots $w_1 = abac$, $w_2 = aabccc$, $w_3 = cabbac$ et $w_4 = ab$ sont générés par G.
2) Trouver le langage généré par G (qu'on note L(G)).

EXERCICE 3 : Pour chacune des grammaires $G_i = (\{a, b, c\}, \{S, A, R, T\}, S, P_i)$, (i=1,..,5) ; donner le type de celle-ci, puis trouver le langage engendré par chacune d'elles :

1) P_1 : $S \rightarrow bA \quad ; \quad A \rightarrow aA \mid \varepsilon$
2) P_2 : $S \rightarrow aSc \mid A$
   $A \rightarrow bAc \mid \varepsilon$
3) P_3 : $S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon$
4) P_4 : $S \rightarrow aRbc \mid abc$
   $R \rightarrow aRTb \mid aTb \quad ; \quad Tb \rightarrow bT \quad ; \quad Tc \rightarrow cc$
5) P_5 : $S \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
   $A \rightarrow aSb$
   $Ab \rightarrow \varepsilon$

EXERCICE 4 : Pour chacun des langages suivants, donner une grammaire qui l'engendre :

a) $L_1 = \{ 0^{2n} / \ n \geq 0 \}$
b) $L_2 = \{ 0^n 1^n / \ n \geq 0 \}$
c) $L_3 = \{ a^n b^{2n} / \ n \geq 0 \}$
d) $L_4 = \{ a^n b^m / \ n \leq m \leq 2 \times n \}$
e) $L_5 = \{ 0^n w w^R 1^n / \ n \geq 0 , w \in \{a, b\}^* \}$
f) $L_6 = \{ a^m b^n a^n b^m / \ n \geq 1, m \geq 1 \}$
g) $L_7 = \{ w \in \{a, b\}^+ / \ |w| \equiv 0[3] \}$
h) $L_8 = \{ 0^i 1^j / \ i \geq j \geq 0 \}$
i) $L_9 = \{ 0^i 1^j / \ i \neq j, i \geq 0, j \geq 0 \}$
j) $L_{10} = \{ a^{2^n} / \ n \geq 0 \}$

EXERCICE 5 : Soit L un langage de type $i \in \{0, 1, 2, 3\}$. Est-il possible qu'un langage $L' \subset L$ ne soit pas de type i ?

indication : on sait que le langage $\{ 0^n 1^n / \ n \geq 0 \}$ n'est pas régulier.

EXERCICE **6** : Soit le langage L défini comme suit :

L = $\{ a^{2n} b c^{2m+1} / n, m \geq 0 \}$.

1) Montrer que L est de type 3 en trouvant une grammaire de type 3 qui l'engendre.

2) Trouver une grammaire de type 2, et qui n'est pas de type 3, qui engendre L.

EXERCICE **7** : Soit le langage L défini comme suit :

L = ensemble de tous les mots de $\{0, 1\}^*$ qui contiennent un nombre pair de « 1 ».

Mêmes questions, pour L, que l'exercice 6.

EXERCICE **8** : Soit la grammaire G dont les règles de production sont :

$S \rightarrow AB \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$

$bB \rightarrow Bbb$

$B \rightarrow \varepsilon$

1) Déterminer L(G).

2) Construire une grammaire de type 2 équivalente à G.

EXERCICE **9** : Soit la grammaire G dont les règles de production sont :

$S \rightarrow RD$

$R \rightarrow aRb \mid A$

$Ab \rightarrow bbA$

$AD \rightarrow \varepsilon$

Mêmes questions, pour G, que l'exercice 8.

EXERCICE **10** : Soit l'alphabet terminal $\pi = \{a, (,), +, *\}$.

Soit L le langage des expressions arithmétiques construites sur l'alphabet π.

Trouver une grammaire, de type 2, pour L.

EXERCICE **11** : Ecrire une grammaire pour générer les identificateurs d'un langage comme Pascal. On considérera qu'un identificateur est valide s'il commence par une lettre alphabétique (majuscule ou minuscule) qui peut éventuellement être suivie d'une ou plusieurs lettres alphabétiques et/ou chiffres. Pour ce qui est des non terminaux de cette grammaire on pourra utiliser par exemple <Id1>, <Id2>, <Id3>, <Lettre>, <Chiffre>, …

EXERCICE **12** : Soit L le langage défini sur l'alphabet $\pi = \{a, b, c, \#\}$ comme suit : L = $\{ a^n b c^n \# / n \geq 0 \}$.

L peut être engendré par la grammaire suivante : G = (π, {S, A}, S, P) où P est donné par :

$S \rightarrow A\#$

$A \rightarrow aAc \mid b$

On demande d'écrire, à partir de G, un programme Pascal qui lit des chaînes de caractères et détermine si elles appartiennent à L ou non.

Indication : associer à chaque non terminal de G une procédure Pascal.