SÉRIE D'EXERCICES nº 2

EXERCICE **1** : Pour chacun des langages suivants, construire un automate d'états finis qui l'accepte :

a) $L_1 = \{ w \in \{a, b, c\}^* \,/\, w$ contient au moins une occurrence de la lettre 'a' $\}$;

b) $L_2 = \{ w \in \{a, b\}^* \,/\, w = a^n b^m a$ ou $w = ba^n ; n, m \geq 1 \}$;

c) $L_3 = \{ w \in \{0, 1\}^* \,/\, w = 1(101)^n 00$ ou $w = 0(010)^n 11, n \geq 0 \}$;

d) $L_4 = \{ w \in \{a, b\}^* \,/\, |w|$ est divisible par 6 $\}$;

e) $L_5 = \{ w \in \{0, 1\}^* \,/\, w$ ne contient pas la sous chaîne «010» $\}$;

f) L_6 = ensemble des mots de $\{0, 1\}^*$ représentant les nombres divisibles par 3 (dans le système de numération binaire naturel).

EXERCICE **2** : Etant donné les automates d'états finis non déterministes :

a) $A = < V , S , F , S_0 , I >$ où $V = \{0, 1\}$; $S = \{S_0 , S_1 , S_2\}$; $F = \{S_1 , S_2\}$; S_0 état initial
$I = \{ (0 , S_0 , S_0) ; (0 , S_0 , S_1) ; (0 , S_1 , S_1) ; (1 , S_1 , S_2) ; (1 , S_0 , S_2) ; (1 , S_2 , S_2) ; (1 , S_2 , S_0) \}$;

b) $B = < V , S , F , S_0 , I >$ où $V = \{a, b\}$; $S = \{S_0 , S_1 , S_2 , S_3\}$; $F = \{S_1\}$; S_0 état initial
$I = \{ (a , S_0 , S_0) ; (a , S_0 , S_1) ; (b , S_0 , S_2) ; (b , S_1 , S_2) ; (a , S_1 , S_3) ; (a , S_2 , S_2) ; (b , S_2 , S_1) ;$
$(b , S_2 , S_3) ; (a , S_3 , S_1) ; (b , S_3 , S_2) \}$;

1) Dessiner le diagramme graphique représentant chacun des automates A et B.
2) Déterminer une grammaire régulière à droite équivalente à chacun des automates A et B.
3) Trouver un automate d'états finis déterministe équivalent à A et à B.

EXERCICE **3** : Considérons l'automate d'états finis généralisé suivant :

$A = < V , S , F , S_0 , I >$ où $V = \{a, b\}$; $S = \{S_0 , S_1 , S_2, S_3 , S_4 , S_5\}$; $F = \{S_5\}$; S_0 état initial
$I = \{ (\varepsilon , S_0 , S_1) ; (\varepsilon , S_0 , S_3) ; (a , S_1 , S_2) ; (ab , S_2 , S_2) ; (a , S_2 , S_5) ; (b , S_3 , S_3) ; (a , S_3 , S_4) ;$
$(a , S_4 , S_5) \}$;

Construire l'automate simple équivalent à A.

EXERCICE **4** : Considérons l'automate d'états finis généralisé suivant :

$A = < V , S , F , S_0 , I >$ où $V = \{0,1\}$; $S = \{S_0 , S_1 , S_2, S_3\}$; $F = \{S_3\}$; S_0 état initial
$I = \{ (00 , S_0 , S_1) ; (0 , S_0 , S_2) ; (\varepsilon , S_1 , S_0) ; (\varepsilon , S_1 , S_3) ; (\varepsilon , S_2 , S_1) ; (1 , S_2 , S_3) ; (0 , S_3 , S_3) \}$;

1) Construire l'automate simple et déterministe équivalent à A.
2) Construire l'automate qui accepte le complémentaire de L(A).

EXERCICE **5** : Pour chacune des grammaires g1 et g2,

1) construire l'automate simple déterministe qui accepte $L(g_i)$, i=1,2 ;
2) construire l'automate simple déterministe qui accepte le complémentaire de $L(g_i)$, i=1,2 ;

grammaire g1 = $<\pi, N_1, S, P_1>$ où $\pi = \{a, b, c\}$; $N_1 = \{S, A, B\}$;

$$P_1 = \{ S \rightarrow abS \mid bA \mid \varepsilon ; \; A \rightarrow bB \mid B ; B \rightarrow aB \mid b \mid cA \} ;$$

grammaire g2 = <π, N_2, S, P_2> où $\pi = \{a, b, c\}$; $N_2 = \{S, A\}$;

$P_2 = \{ S \rightarrow aS \mid bS \mid cS \mid abcA ;\ A \rightarrow aA \mid bA \mid cA \mid \varepsilon \}$.

<u>EXERCICE **6** :</u>

Soit L_1 le langage des mots de $\{a, b\}^*$ contenant un nombre impair de lettres «a» ; et $L_2 = \{aa, ab\}$.

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1.
2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2.
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$.
4) Rendre l'automate de 3) déterministe.

<u>EXERCICE **7** :</u> Soit la grammaire g = <{a, b}, {A, B, C}, A, P> où

$P = \{ A \rightarrow aaB \mid abC ;\ B \rightarrow aC \mid a ;\ C \rightarrow bC \mid \varepsilon \}$

1) Construire l'automate simple déterministe qui accepte l'itération de L(g).
2) Construire l'automate qui accepte le reflet miroir de L(g).

<u>EXERCICE **8** :</u> Soit L_1 et L_2 deux langages définis sur V = {a, b} par :

$L_1 = \{ w \in V^* \ /\ w$ ne contient pas de sous mot «ab» $\}$; $L_2 = \{ (ba)^n.b \ /\ n \geq 0 \}$

1) Trouver une grammaire régulière à droite pour chacun des langages L_1 et L_2.
2) A partir des grammaires trouvées en 1), construire un automate d'états finis pour chacun des langages L_1 et L_2.
3) Trouver un automate d'états finis qui accepte le langage $L_1.L_2^*$.

<u>EXERCICE **9** :</u> Soit V un alphabet fini ; et soient A = <V, S_1, F_1, S_{01}, I_1> l'automate qui accepte un langage L, et B = <V, S_2, F_2, S_{02}, I_2> l'automate qui accepte le langage L'.

On supposera que A et B sont déterministes et complets.

On construit l'automate C = <V, S, F, S_0, I> qui accepte le langage L'' = L ∩ L' comme suit :

$S = S_1 \times S_2$, $F = F_1 \times F_2$, $S_0 = (S_{01},S_{02})$ et I est tel que :

$(a , (S_i,S_j) , (S_k,S_l)) \in I$ si et seulement si $(a , S_i , S_k) \in I_1$ et $(a , S_j , S_l) \in I_2$.

Construire l'automate C pour L = ensemble des chaînes de 0 et 1 représentant les nombres pairs (dans le système de numération binaire naturel) et L' = langage L_6 de l'exercice **1** de cette série.

---------------------------------<u>Fin Série 2</u>--------------------------------