



SÉRIE D'EXERCICES n° 3

EXERCICE 1 : Soit le langage $L = \{a, b\} \cdot \{a, b, c\}^2 \cup \{c\} \cdot \{a, b\}$.

- Trouver toutes les dérivées de L par rapport aux mots $w \in \{a, b, c\}^*$
- L est-il régulier ?
- Construire l'automate d'états finis qui accepte L .

EXERCICE 2 : Utiliser les dérivées pour vérifier si les langages suivants sont réguliers :

- $\{a^{2n} / n \geq 0\}$;
- $\{a^n \cdot b^m / n, m \geq 1\}$;
- $\{a^n \cdot b^n / n \geq 0\}$;
- $\{w \cdot w^R / w \in \{a, b\}^*\}$.

EXERCICE 3 : I) Trouver, intuitivement, des automates qui acceptent les langages dénotés par les expressions régulières :

- $(a \cup b \cup c)^* \cdot a \cdot b \cdot c \cdot (a \cup b \cup c)^*$;
- $aa \cdot (a \cup b)^* \cup (ab)^* \cdot bb$.

II) En utilisant les dérivées, construire des automates correspondants aux expressions régulières :

- $(1 \cdot 1^* \cdot 0 \cdot 0^* \cdot 1)^* \cdot 0 \cdot 1^*$;
- $(a \cup ba)^* \cdot bb \cdot b^* \cdot a$.

EXERCICE 4 : Soient A et B deux langages quelconques liés par l'équation : $X = A \cdot X \cup B$.

- Montrer que $A^* \cdot B$ est la solution minimale de l'équation.
- Montrer que si $\varepsilon \notin A$, alors cette solution est unique.

EXERCICE 5 : Soit la grammaire $g = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B\}, S, P \rangle$ où :

$$P = \{ S \rightarrow aA \mid \varepsilon ; A \rightarrow bA \mid cB ; B \rightarrow bB \mid a \}$$

- Trouver le système d'équations (d'expressions régulières) correspondant.
- Résoudre ce système.

EXERCICE 6 : Soit la grammaire $g = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B\}, S, P \rangle$ où :

$$P = \{ S \rightarrow baA \mid aS \mid \varepsilon ; A \rightarrow aA \mid bB \mid \varepsilon ; B \rightarrow cB \mid aA \}$$

- Construire l'automate d'états finis simple \mathcal{A} équivalent à g .
- Ecrire le système d'équations associé à \mathcal{A} .
- Trouver l'expression régulière qui dénote $L(\mathcal{A})$.