Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2017/2018
$2^{\text{ième}}$ année licence – Informatique
module : Théorie des langages

Epreuve de Moyenne Durée

le 27/02/2018 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (*6 pts*)

Soit V un alphabet fini. On désigne par $\mathcal{P}(V^*)$ l'ensemble des parties de V^* (on note aussi 2^{V^*}).
On définit la fonction C : $\mathcal{P}(V^*) \to \mathcal{P}(V^*)$ comme suit :
pour tout langage L défini sur V, on a : $C(L) = \{ w \in V^* / \exists u \in L \text{ tel que } w = u.u \}$.

1) Soit $L = \{ \varepsilon, ab, baa, babab \}$ et $L_1 = C(L)$. Énumérer les éléments de L_1. ***(1 pt)***
2) Soit $L = \{ a^n / n \geq 0 \}$ et $L_2 = C(L)$. Caractérisez L_2, puis montrer, à l'aide du théorème de Nerode, que L_2 est régulier. ***(2 pts)***
3) Soit $L = \{a, b\}^*$ et $L_3 = C(L)$.
   3-1) Trouver une grammaire de type 1 ou de type 0 pour L_3. ***(1,5 pts)***
   3-2) À l'aide du théorème de Nerode, montrer que L_3 n'est pas régulier. ***(1,5 pts)***

EXERCICE 2 : (*7 pts*)

I) Trouver :
   I-1) une grammaire de type 3 pour L_1 = langage des mots de $\{a, b\}^*$ où chaque lettre «b» est suivie, immédiatement, par au moins deux lettres «a» consécutives (c-à-d «aa») ; ***(1,5 pts)***
   I-2) une grammaire de type 2 pour $L_2 = \{ 0^n.1^k.0^m / n \geq 0, m \geq 1, k = n+m \}$; ***(1,5 pts)***
   I-3) une grammaire de type 1 pour $L_3 = \{ a^{n^2} / n \geq 0 \}$ ($= \{ \varepsilon, a, aaaa, a^9, a^{16}, \dots , a^{n^2}, \dots \}$). ***(1,5 pts)***

II) Trouver un automate d'états finis généralisé à un seul état pour le langage L_1 de I-1). ***(1,5 pts)***

III) Trouver une expression régulière pour le langage L_1 de I-1). ***(1 pt)***

EXERCICE 3 : (*7 pts*)

Soit L_1 = ensemble des mots de $\{a, b\}^*$ tel que dans tout mot de L_1, toute séquence d'un nombre impair de 'a' est immédiatement suivie d'une séquence d'un nombre pair, non nul, de 'b'.
Soit $L_2 = \{ab, babb\}$.

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1. ***(1,5 pts)***
2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2. ***(1,5 pts)***
3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. ***(1,5 pts)***
4) Rendre l'automate de 3) déterministe, s'il ne l'est pas. ***(1,5 pts)***
5) À partir de l'automate de L_1 trouvé en 1), trouver l'expression régulière qui dénote L_1. ***(1 pt)***

Bon courage !