



Examen de rattrapage

le 10/04/2018 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE 1 : (6 pts)

Soit V un alphabet fini. On désigne par $\mathcal{P}(V^*)$ l'ensemble des parties de V^* .

On définit la fonction $C : \mathcal{P}(V^*) \rightarrow \mathcal{P}(V^*)$ comme suit :

pour tout langage L défini sur V , on a : $C(L) = \{ w \in V^* / \exists u \in L \text{ tel que } w = u.u \}$.

1) Soit $L = \{ (ab)^n / n \geq 0 \}$ et $L_1 = C(L)$.

1-1) Caractériser L_1 (i.e donner la propriété vérifiée par les mots de L_1). (1 pt)

1-2) À l'aide du théorème de Nerode, montrer que L_1 est régulier. (1 pt)

2) Soit $L = \{ a^n.b^n / n \geq 0 \}$ et $L_2 = C(L)$.

2-1) Caractériser L_2 . (1 pt)

2-2) À l'aide du théorème de Nerode, montrer que L_2 n'est pas régulier. (1 pt)

3) Déterminer $L_1.L_2$ et $L_1 \cap L_2$. (1 pt)

4) Soit L un langage quelconque. Quelle relation y a-t-il entre $C(L)$ et $L.L$? (1 pt)

EXERCICE 2 : (8 pts)

I) Trouver :

I-1) une grammaire de type 3 pour $L_1 = \text{langage des mots de } \{a, b, c\}^*$; où dans chaque mot de L_1 , chaque lettre de rang pair est un «a» (les lettres sont numérotées à partir du n° 1) ; (1,5 pts)

I-2) une grammaire de type 2 pour $L_2 = \{ b^n.a.b^n.a / n \geq 0 \}$; (1,5 pts)

I-3) une grammaire de type 1 pour $L_3 = \{ u.u / u \in \{0, 1\}^* \}$; (1,5 pts)

I-4) une grammaire de type 0 pour $L_4 = \{ a^n.b^m.c^{n \times m} / n, m \geq 0 \}$. (1,5 pts)

II) Trouver un automate d'états finis simple pour le langage L_1 de I-1) de cet exercice. (2 pts)

EXERCICE 3 : (6 pts)

Soit A l'automate d'état fini simple défini par : $\langle V, S, F, S_0, I \rangle$; où :

$V = \{a, b, c\}$, $S = \{ S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \}$, $F = \{ S_4, S_5 \}$ et $I = \{(a, S_0, S_1), (a, S_0, S_2), (a, S_1, S_1), (b, S_1, S_3), (c, S_2, S_3), (a, S_3, S_3), (a, S_3, S_4), (c, S_3, S_5), (b, S_4, S_4)\}$.

1) Dessiner le graphe représentant l'automate A . (1 pt)

2) Construire un automate d'états finis partiellement généralisé qui accepte $(L(A))^R$. (1 pt)

3) Construire un automate d'états finis partiellement généralisé qui accepte $(L(A))^+$. (1 pt)

4) Construire l'automate déterministe équivalent à A . Dessiner son graphe. (2 pts)

5) À partir de l'automate A , trouver l'expression régulière qui dénote $L(A)$. (1 pt)

Bon courage !