Université Dr. Moulay Taher de Saida
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département mathématiques

2017/2018
Master(02) A.S.S.P
Stat Non Par

Examen Final

Exercice 1 :

Soit $X_1, \cdots, X_n$ un échantillon α-mélange de $X \in R$, et soit

$$\widehat{f}(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$$

l'estimateur à noyau de la fonction de densité $f(x)$ de X .
On suppose que les hypothèses suivantes soient réalisées :

$(H_1) f(x) > 0$ est une fonction bornnée et de classe C^2

$(H_2) \lim\limits_{n\to\infty} h_n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} nh_n = \infty$ et $h^a \leq \frac{c}{nlogn}$

$(H_4) K$ est intégrable , bornné et à suport compacte.

(H_5) Le coéfficient de mélange $\alpha(n)$ vérifie $\alpha(n) \leq cn^{-a}$

1. Montrer que $S_n^{*2} = o(nh)$,

Exercice 2 :

On dispose de 10 réalisations d' un échantillon de taille 10 d'une variable aléatoire X dont la fonction de répartition est inconnue.

0.14, 0.16, 0.28, 0.34, 0.13, 0.09, 0.17, 0.30, 0.25, 0.19.

- Etudier, si cet échantillon conduit à rejtter H_0 selon laquelle la fonction de répartition de cet échantillon est celle de la loi normale centrée et réduite $N(0,1)$, avec $\alpha = 0.01$.

Indication :

1. $d_{0.01} = \frac{1.035}{S}$ et $S = \sqrt{n} - 0.01 + \frac{0.85}{\sqrt{n}}$
2. $S_n^{*2} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}^{n} |cov(\Delta_i, \Delta_j)|$
3. $\Delta_i = K\left(\frac{x-X_i}{h}\right) - E\left(K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)\right)$

Dr. Mme F.Benziadi