Université Dr .T .Moulay de Saida-Faculté de Sciences

Département de Mathématiques

Troisième année Licence en mathématique
Module:optimisation **Durée : 02 h**
Année: 2017/2018

Examen

Exercice 01:
1- Montrer que si $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ posséde un minimum, alors celui-ci est unique.
2- On suppose que f est strictement convexe, montrer qu'alors le minimum de f est atteint en un unique point.
3- Soit x^*, un minimum local pour le problème

$$\begin{cases} \min f(x) \\ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases} \tag{1}$$

i . Montrer que si f est différentiable en x^*, alors $\nabla f(x^*) = 0$. On dit que x^* est un point stationnaire ou critique.
ii . Montrer que si f est deux fois différentiable en x^*, alors $Hessf(x^*)$ est semi-définie positive.
4. Soit $f : I \to \mathbb{R}$une fonction convexe et strictement croissante; étudier la convexité de $f^{-1} : f(I) \to I$.
Exercice 02: On se propose le problème suivant

$$f(x, y) = xye^{\left(x^2+y^2\right)}.$$

1. Déterminer les points critiques de f et leur nature.
2. Est ce que f admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$.
Exercice 03: Déterminer les extrema, s'ils existent, des fonctions suivantes
1. $f(x, y) = ax^2 + by^2$,$(a, b \in \mathbb{R})$
2. $f(x, y) = x^2y^2 + x^2 + y^2 + 2axy$, $(a \geq 0)$.

Bon courage.

Dr. N. Bekkouche.