Université Akli Mohand Oulhadj Bouira
Département de Génie Electrique — Année universitaire : 2015/2016
2eme année Licence : Electronique + Electrotechnique + Télécommunications + Génie biomédical
Semestre 4 — **Module : Théorie du Signal**

TRAVAUX DIRIGES 1

« Généralités sur les signaux »

Exercice 1:

Représenter les signaux suivants :

1. $\delta(t+2), \delta(t-3), 2\delta(t-1)$
2. $\varepsilon(t-1), 2\varepsilon(t+2)$
3. $y(t) = \varepsilon(t-1) - 2\varepsilon(t+2)$
4. $z(t) = r(t-1) - 2r(t-2) + r(t-3)$
5. $w(t) = 3Rect\left(t - \frac{1}{2}\right) + Rect(\frac{t-2}{2})$

Exercice 2:

On considère les deux signaux suivants :

$x_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)$ avec : $\varepsilon(t)$ c'est l'Echelon unitaire.

$x_2(t) = -r(t-2) + 2r(t-3) - r(t-4)$ avec : $r(t)$ c'est la Rampe unitaire.

1. Donner la représentation graphique des deux signaux.
2. Quelle est la nature des deux signaux ?
3. Calculer l'énergie du signal $x_1(t)$.
4. En déduire la représentation graphique du signal : $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$.

Exercice 3:

Soit le signal $x(t)$ donné par :

$$x(t) = \begin{cases} 0 & si\ t < -2 \\ 2+t & si\ -2 \le t < -a \\ 2-a \quad si\ -a \le t < a & avec\colon 0 \le a \le 2 \\ 2-t & si\ a \le t < 2 \\ 0 & si\ t \ge 2 \end{cases}$$

1. Représenter le signal $x(t)$ puis $-x(t)$.
2. Représenter le signal $x(t+2)$ et $x(t-2)$.

Exercice 4:

A. Montrer que le produit de deux signaux pairs ou impairs est un signal pair et que le produit d'un signal pair par un signal impair est un signal impair

B. Trouver les parties paire et impaire des signaux suivants :

1. $x(t) = e^{-2t}\cos(t)$
2. $y(t) = cos(t) + \sin(t) + sin(t)\,cos(t)$

C. Représenter les parties paire et impaire des signaux suivant :

1. $g(t) = \varepsilon(t)$
2. $h(t) = \varepsilon(t-2)$

Exercice 5:

1. Exprimer le signal $\varepsilon(t)$ en fonction des signaux sgn(t) seulement.
2. Exprimer le signal $Rect(t)$ en fonction des signaux $\varepsilon(t)$ seulement.
3. Simplifier les expressions suivantes :
   $x(t) = (t^2 - 2t + 3)\delta(t)$; $y(t) = (\cos t + t)\delta(t)$; $z(t) = (2t-1)\delta(t-1)$.

Exercice supplémentaires

Exercice 6:

Représenter graphiquement le signal $Rect\left(\frac{t-t_0-\frac{T}{2}}{T}\right)$, exprimer ce signal en fonction des signaux sgn(t).

Exercice 7:

Déterminer les parties paire et impaire du signal : $s(t) = Asin(wt - \alpha)$.

Exercice 8:

Représenter graphiquement les signaux suivants et calculer leur énergie et puissance :

- **a.** $s_1(t) = Aexp(-a|t|)$ avec a>0 ;
- **b.** $s_2(t) = Aexp(-at) \times \varepsilon(t)$ avec a>0 ;
- **c.** $s_3(t) = A\sin(\omega)$;
- **d.** $s_4(t) = ARect(\frac{t}{T})$;
- **e.** $s_5(t) = Atri(\frac{t}{T})$.

Exercice 9:

On considère les signaux suivants :

$$x_1(t) = \cos t$$

$$x_2(t) = \sin \pi t$$

$$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

1. Déterminer les périodes T_1 et T_2 des deux signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$.
2. Montrer que le signal $x_3(t)$ n'est pas périodique sachant que $T_3 = k_1T_1 + k_2T_2$ avec k_1 et k_2 deux entiers.
3. Déterminer les puissances P_{x_1}, P_{x_2} et P_{x_3} des signaux $x_1(t)$,$x_2(t)$ et $x_3(t)$ respectivement.

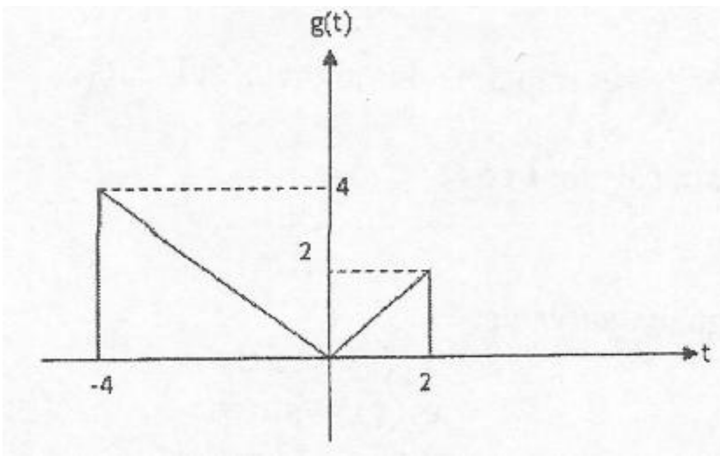
Exercice 10:

On considère le signal g(t) représenté par

la figure ci-contre :

Représenter les signaux suivants :

1. g (t-4) ;
2. g (t/1,5) ;
3. g (2t-4) ;
4. g (2-t) ;
5. g(t)ε(t)
6. g(t)ε(−t)



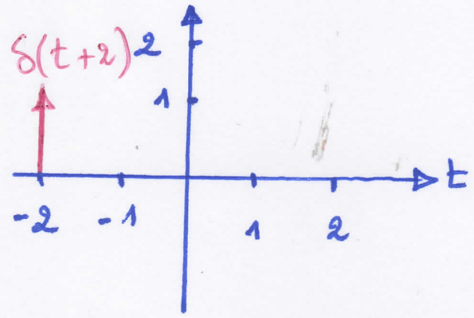
N.B : les exercices supplémentaires ne feront pas l'objet de TD.

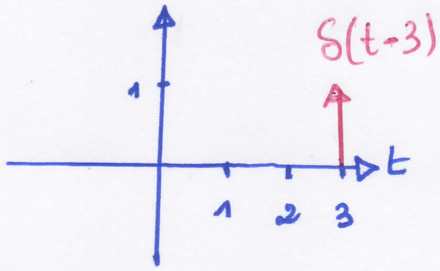
2ᵉ Année ST

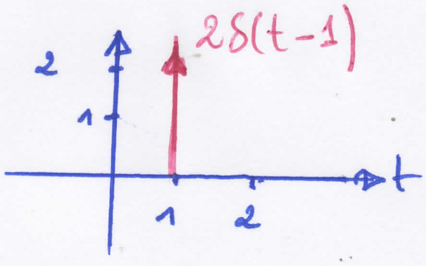
Série TD N° 01

* Exo 1 : Représentation des signaux :

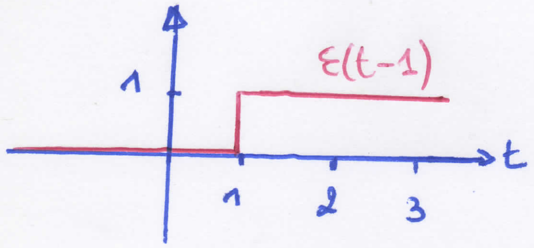
1)° $\delta(t+2)$: impulsion de Dirac d'amplitude 1 et avancée de 2

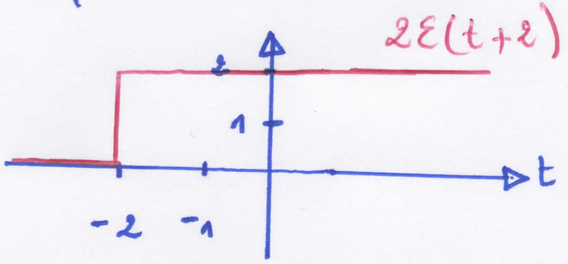




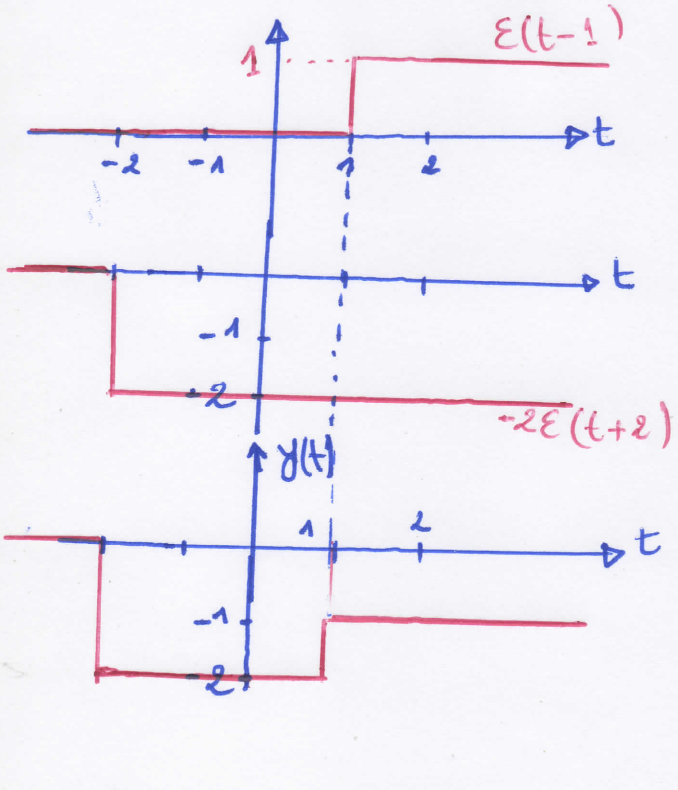


2)° Echelon : par définition $\varepsilon(t) = \begin{cases} A & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{"} \end{cases}$



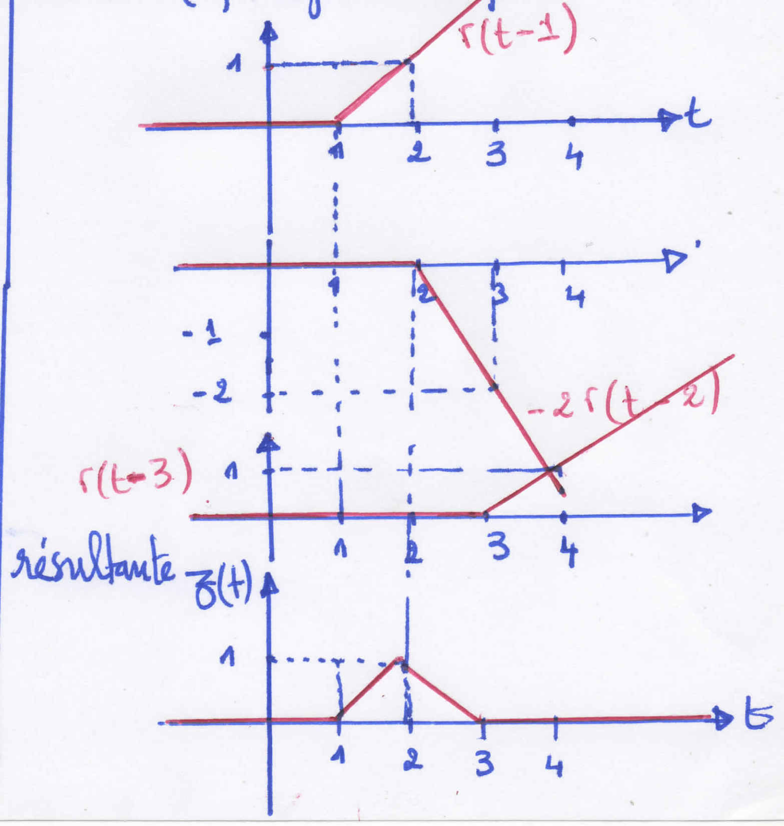


3)° $y(t) = \varepsilon(t-1) - 2\varepsilon(t+2)$;

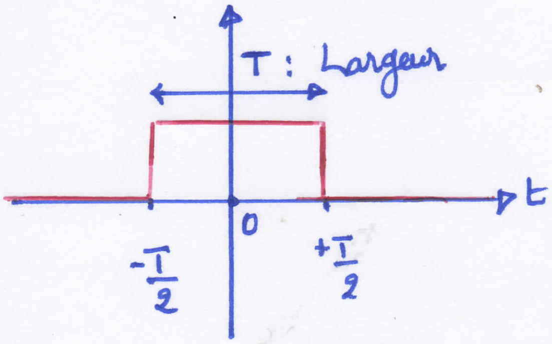


4)° $z(t) = r(t-1) - 2r(t-2) + r(t-3)$

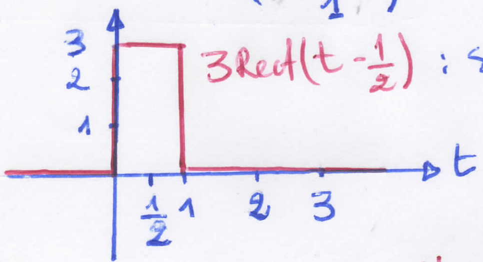
avec $r(t)$: signal rampe.



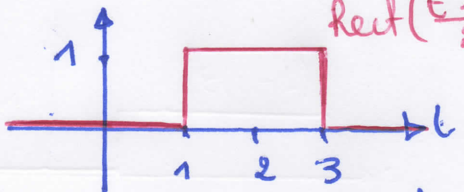
5) Signal rectangulaire (Porte) : $Rect\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} A & si \ -\frac{T}{2} \leq t \leq +\frac{T}{2} \\ 0 & \sim . \end{cases}$



$$w(t) = 3\,Rect\left(t - \frac{1}{2}\right) + Rect\left(\frac{t-2}{2}\right)$$
$$= 3\,Rect\left(\frac{t-\frac{1}{2}}{1}\right) + Rect\left(\frac{t-2}{2}\right).$$

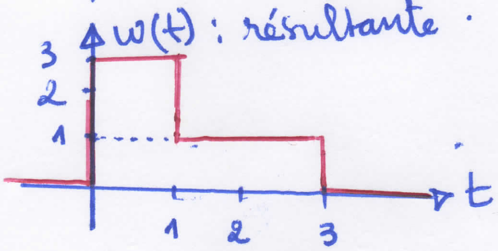


$3Rect(t-\frac{1}{2})$: signal rectangulaire d'amplitude $A = 3$ de centre $\frac{1}{2}$ et de largeur $T = 1$.

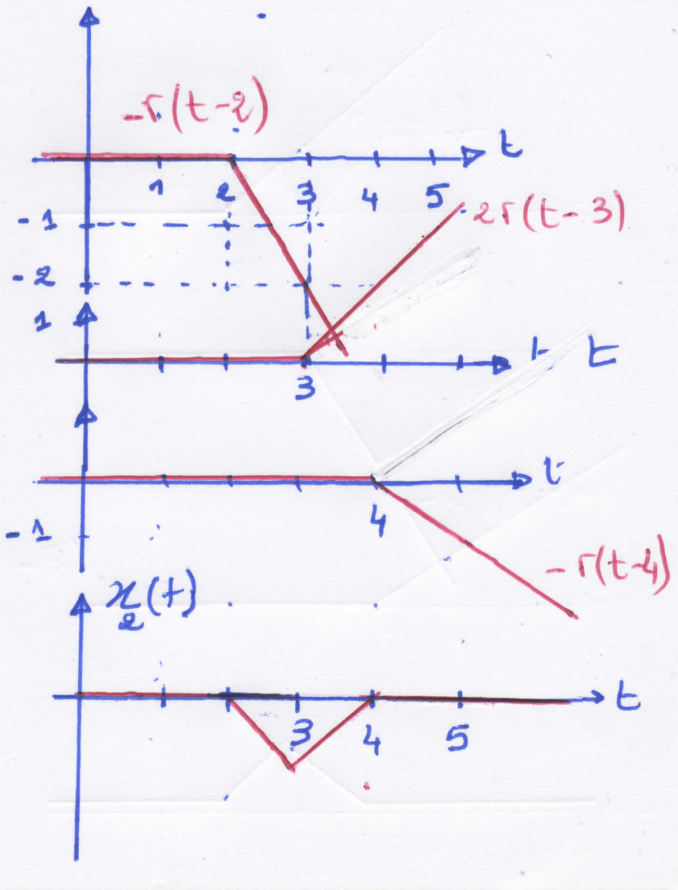


$Rect\left(\frac{t-2}{2}\right)$

$A = 1$
centre $= 2$
$T = 2$.

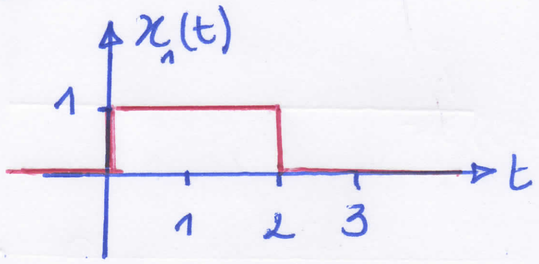


$$x_2(t) = -r(t-2) + 2r(t-3) - r(t-4)$$



* Exo 2)

$$x_1(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-2) :$$



2)° La nature de $x_1(t)$ et $x_2(t)$: signaux déterministe car, on connait leur comportement à travers le temps et on peut les décrire mathématiquent. (expression Analytique, formule ...).

3)° Energie du signal $x_1(t)$:

$$x_1(t) = \mathcal{E}(t) - \mathcal{E}(t-2)$$
$$= \mathrm{Rect}\left(\frac{t-1}{2}\right)$$
$$= \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

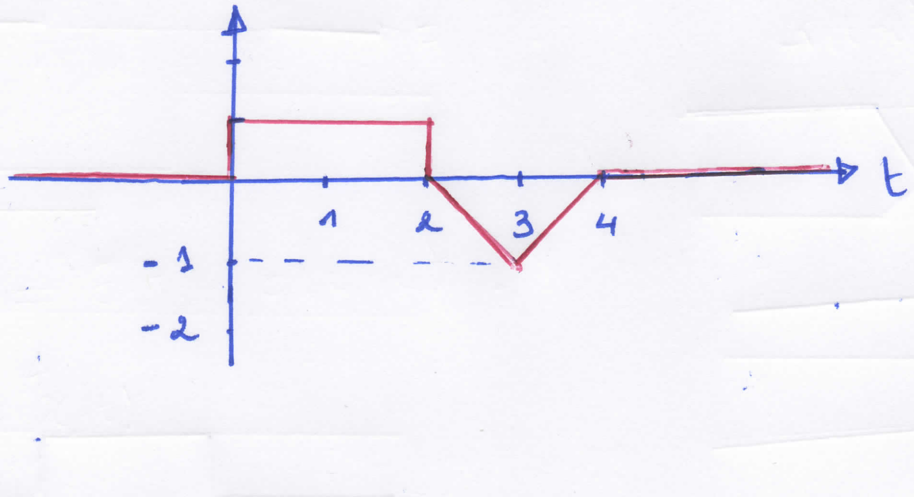
c'est un signal à Energie finie alors :

alors : $$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_1(t)|^2 dt = \int_0^2 1\, dx = [x]_0^2$$

$$\boxed{E = 2}$$

4) Représentation du signal :

$x_3(t) = x_1(t) + x_2(t)$; on trace la résultante



À suivre

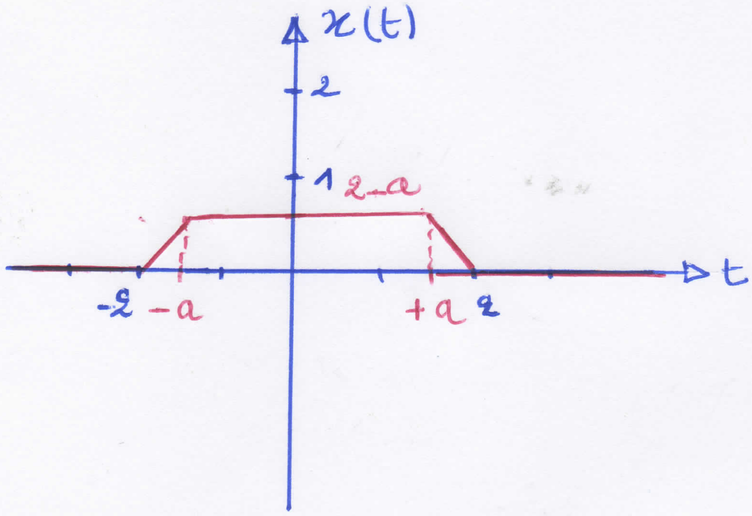
suite et fin

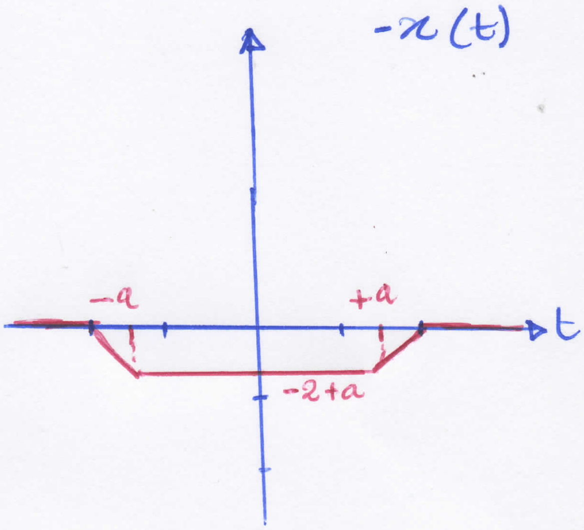
* Exo3 :

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < -2 \\ 2+t & \text{si } -2 \leq t < -a \\ 2-a & \text{si } -a \leq t < a \\ 2-t & \text{si } a \leq t < 2 \\ 0 & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$$

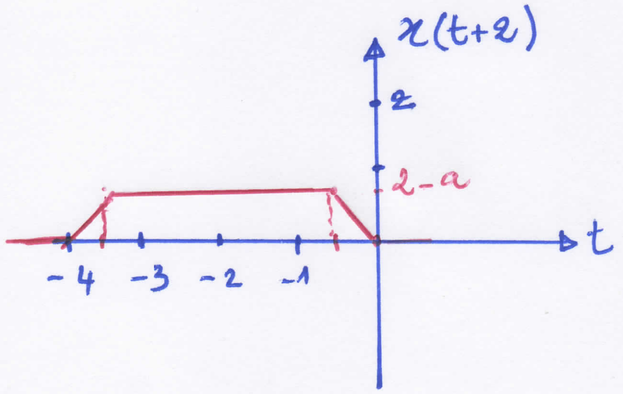
avec la condition : $0 \leq a \leq 2$

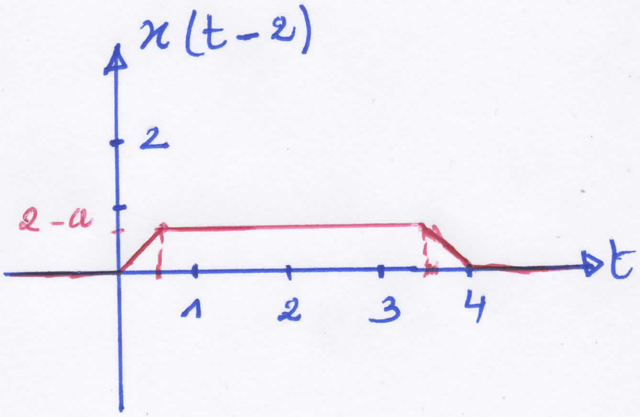
1)° Représentation du signal $x(t)$:





2) Représentation du signal $x(t+2)$





*** Exo4 :**

$$x(t) = e^{-2t}\cos(t).$$

$$x(t) = x_p(t) + x_{imp}(t)$$

avec :

$$x_p(t) = \frac{1}{2}\left[x(t) + x(-t)\right]$$

$$x_{imp}(t) = \frac{1}{2}\left[x(t) - x(-t)\right]$$

$$x(-t) = e^{2t}\cos(-t) = e^{2t}\cos(t).$$

Alors :

$$* \quad x_p(t) = \frac{1}{2}\left[e^{-2t}\cos(t) + e^{2t}\cos(t)\right]$$

$$= \cos(t) \cdot \frac{e^{-2t} + e^{2t}}{2}$$

or : $\dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2} = ch(x).$

$$\frac{e^{x} - e^{-x}}{2} = Sh(x)$$

$$\boxed{x_p(t) = \cos(t) \cdot ch(2t)}$$

$$* \quad x_{imp}(t) = \frac{1}{2}\left[e^{-2t}\cos(t) - e^{2t}\cos(t)\right]$$

$$= -\cos(t)\,\frac{e^{2t} - e^{-2t}}{2}$$

$$\boxed{x_{imp}(t) = -\cos(t)\,Sh(2t)}$$

2) $y(t) = \cos(t) + \sin(t) + \sin(t)\cos(t).$

$$y(-t) = \cos(t) - \sin(t) - \sin(t)\cos(t).$$

$\boxed{y_p(t) = \cos(t)}$ et $\boxed{y_{imp}(t) = \sin(t) + \sin(t)\cos(t)}$

fin

N° d'Inscription : .... Date : ....

Année : .... Module : Théorie du signal

TD (N°01) (suite)

Ex (04) :

A) * produit de deux signaux pairs : P_1 et P_2

Soit : $s(t) = P_1(t) \times P_2(t)$

On a : $s(-t) = P_1(-t) \times P_2(-t)$

$P_1(-t) = P_1(t)$ et $P_2(-t) = P_2(t)$ donc : $s(-t) = P_1(t) \times P_2(t)$

$\Rightarrow s(-t) = s(t)$

$\Rightarrow s$ est pair

* produit de deux signaux impairs : I_1 et I_2

Soit : $s(t) = I_1(t) \times I_2(t)$

On a : $s(-t) = I_1(-t) \times I_2(-t)$

$I_1(-t) = -I_1(t)$ et $I_2(-t) = -I_2(t)$

d'où : $s(-t) = (-I_1(t))(-I_2(t)) = I_1(t) \times I_2(t) = s(t)$

$\Rightarrow s(-t) = s(t)$

$\Rightarrow s$ est pair

* produit d'un signal pair par un signal impair :

soit : $s(t) = P(t) \times I(t)$ $\begin{cases} P : \text{signal pair} \\ I : \text{signal impair} \end{cases}$

on a :

$s(-t) = P(-t) \times I(-t) \Rightarrow s(-t) = P(t) \times (-I(t))$

$\Rightarrow s(-t) = -P(t) \times I(t)$

$\Rightarrow s(-t) = -s(t)$

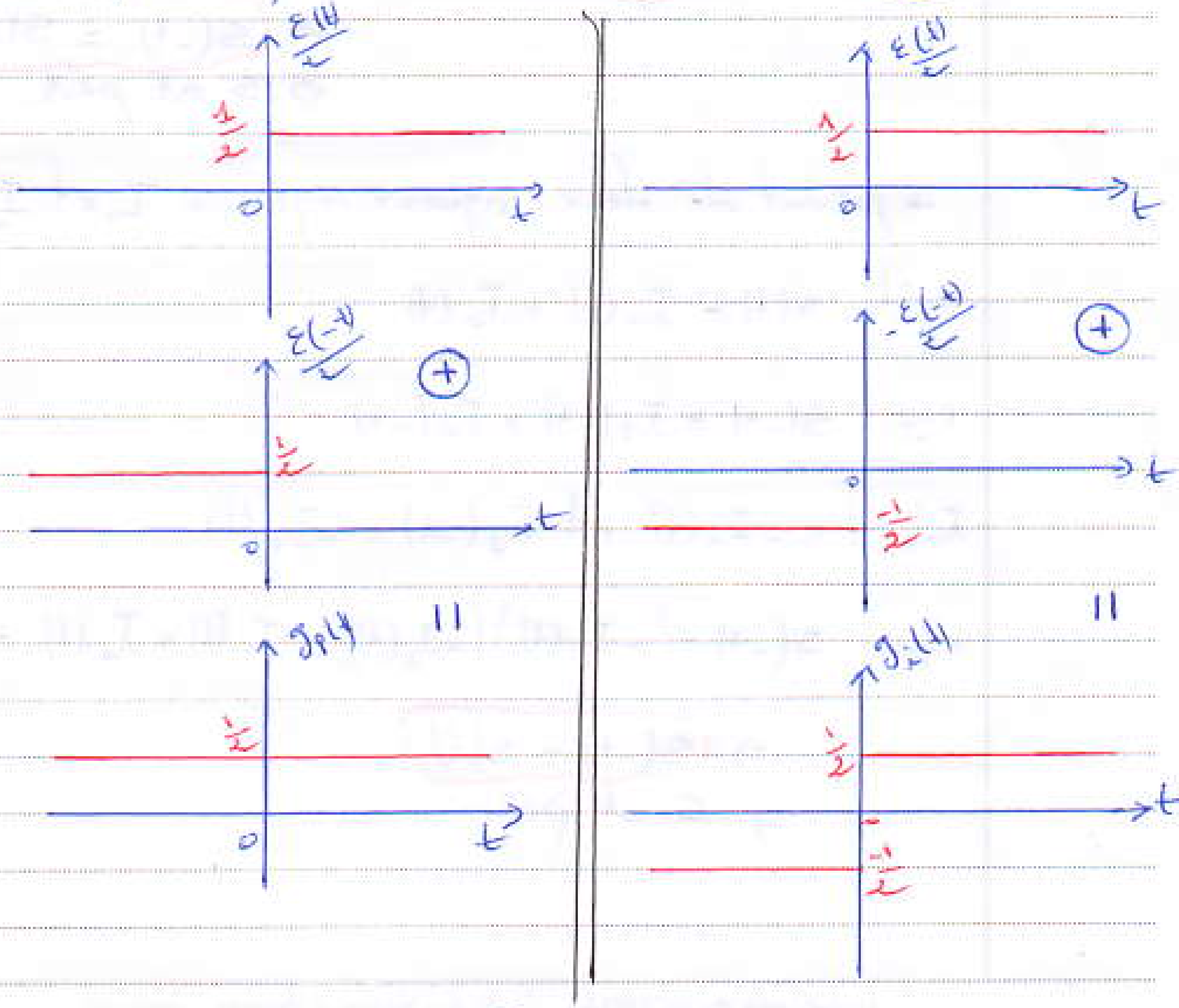
$\Rightarrow$ s est un signal impair.

c) Représenter les parties paire et impaire des signaux suivants :

① $\rightarrow g(t) = \varepsilon(t)$ (échelon unitaire)

* la partie paire : $g_p(t) = \dfrac{g(t) + g(-t)}{2} = \dfrac{\varepsilon(t) + \varepsilon(-t)}{2}$

* la partie impaire : $g_i(t) = \dfrac{g(t) - g(-t)}{2} = \dfrac{\varepsilon(t) - \varepsilon(-t)}{2}$



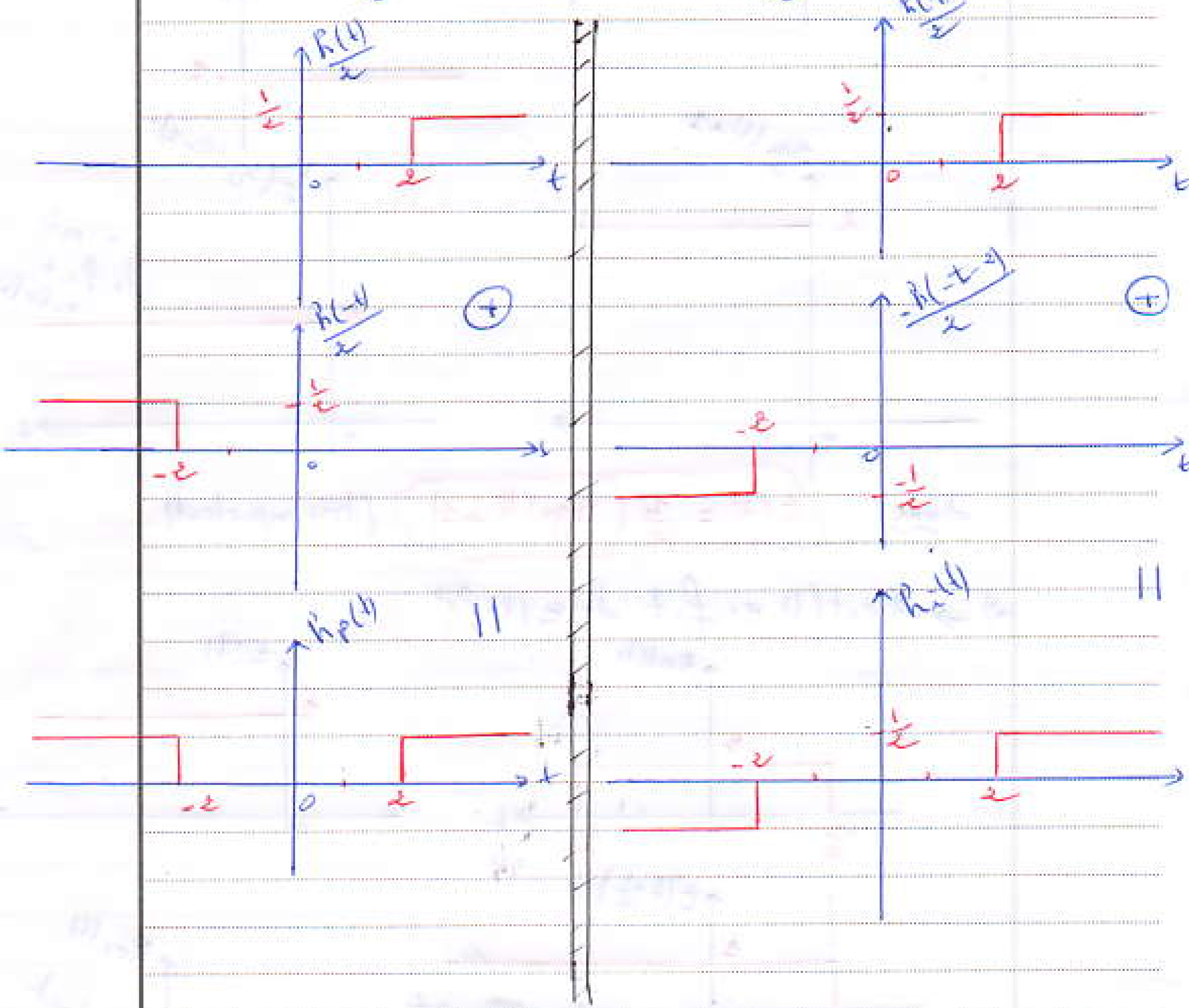
Nom : .... Prénom : ....

N° d'Inscription : .... Date : ....

Année : .... Module : Théorie du signal

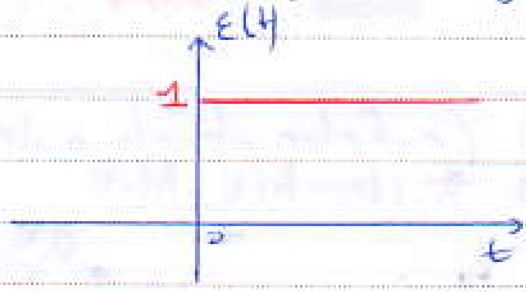
(2) → $h(t) = \mathcal{E}(t-2)$ (echelon décalé à droite)

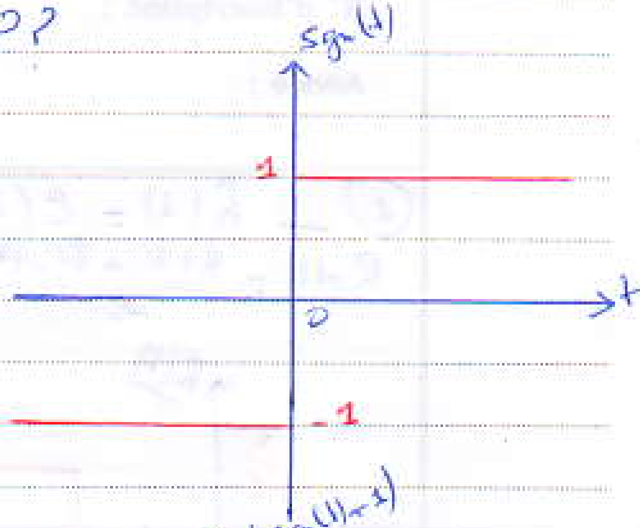
$h_p(t) = \frac{h(t)+h(-t)}{2}$ et $h_i(t) = \frac{h(t)-h(-t)}{2}$

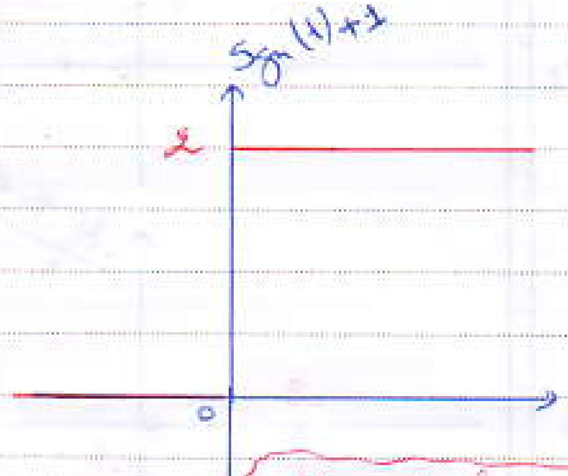


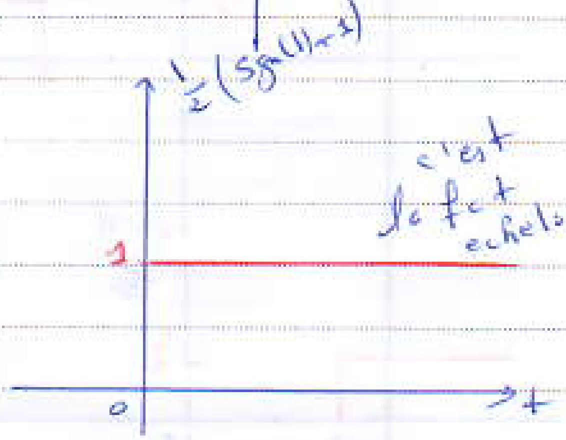
Ex 05 :

1) → $\varepsilon(t)$ en fct de $\text{sgn}(t)$??





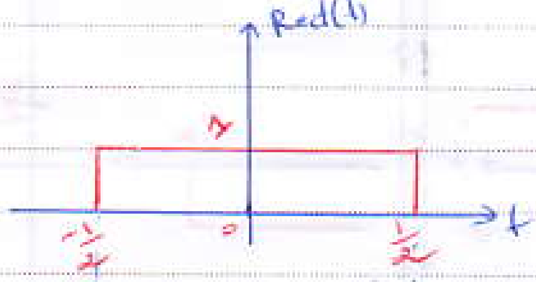


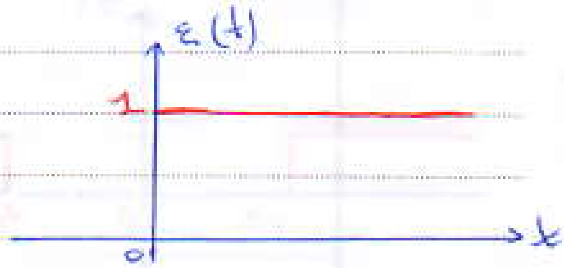


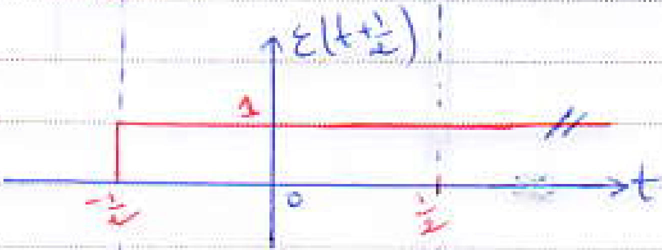
c'est la fct echelon

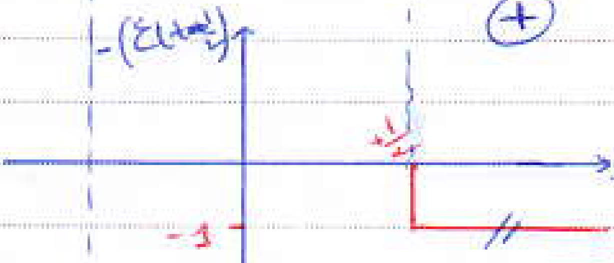
donc : $\varepsilon(t) = \frac{1}{2}\left(\text{sgn}(t) + 1\right)$ (très important)

2) → $\text{Rect}(t)$ en fct de $\varepsilon(t)$??

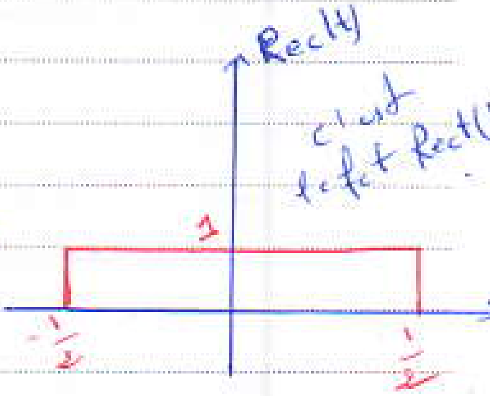








$\oplus$ =



c'est la fct Rect(t)

donc : $\text{Rect}(t) = \varepsilon\left(t + \frac{1}{2}\right) - \varepsilon\left(t - \frac{1}{2}\right)$ (très important)

Nom : .... Prénom : ....

N° d'Inscription : .... Date : ....

Année : .... Module : Théorie du signal

3) → simplifier les expressions suivantes:

*

$x(t) = (t^2 - 2t + 3)\,\delta(t)$

on pose: $f(t) = t^2 - 2t + 3$

donc: $x(t) = f(t)\,\delta(t) = f(0)\,\delta(t)$

$f(0) = 3$

d'où: $\boxed{x(t) = 3\,\delta(t)}$

** $y(t) = (\cos t + t)\,\delta(t)$

on pose $f(t) = \cos t + t$

donc: $y(t) = f(t)\,\delta(t) = f(0)\,\delta(t)$

$f(0) = \cos(0) + 0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{y(t) = \delta(t)}$

*** $z(t) = (2t - 1)\,\delta(t-1)$

on pose: $f(t) = 2t - 1$

$z(t) = f(t)\,\delta(t-1) = f(1)\,\delta(t-1)$

on a: $f(1) = 1$

$\Rightarrow \boxed{z(t) = \delta(t-1)}$