Série TD N°02

* Exo 1 :

1) La valeur moyenne du signal $x(t)$:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt .$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0} -\frac{V_0}{2}\,dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_0}{2}\,dt\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{A_0 = 0}$$

2) La puissance moyenne :

$$P_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|^2\,dt$$

$$= \frac{1}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0} \frac{V_0^2}{4}\,dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_0^2}{4}\,dt\right]$$

$$\boxed{P_{moy} = \frac{V_0^2}{4}}$$

3) La décomposition en Série de fourier :

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)$$

or : $x(t)$ est impair $\Rightarrow A_n = 0$.

et : $B_n = \frac{2}{T}\int_T x(t)\sin(n\omega t)\,dt$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)\sin(n\omega t)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{0} -\frac{V_0}{2}\sin(n\omega t)\,dt + \int_{0}^{\frac{T}{2}} \frac{V_0}{2}\sin(n\omega t)\,dt\right]$$

$$= \frac{V_0}{T}\left[\left[\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}\right]_{-\frac{T}{2}}^{0} + \left[-\frac{\cos(n\omega t)}{n\omega}\right]_{0}^{\frac{T}{2}}\right]$$

$$\boxed{B_n = \frac{V_0}{n\pi}\left(1 - \cos(n\pi)\right)} \qquad \text{avec : } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

* si n est pair $\Rightarrow B_n = 0$. $\quad (n = 2p)$

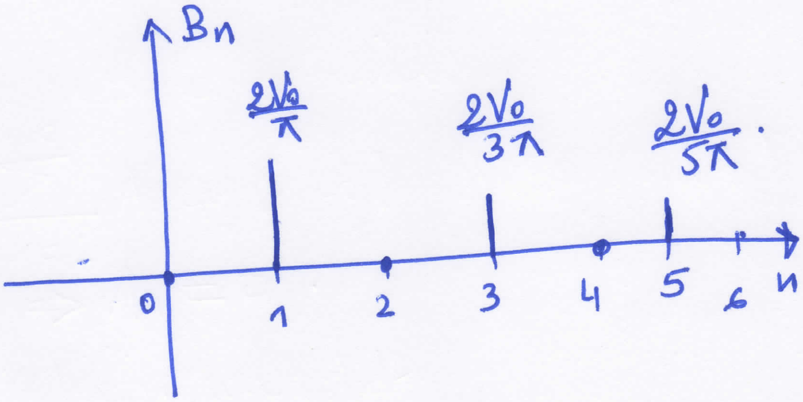
* si n est impair $\Rightarrow B_n \neq 0$ $\quad (n = 2p+1)$.

Donc :

$$x(t) = \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{2V_0}{(2p+1)\pi}\,\sin\big((2p+1)\omega t\big).$$

4) B_n pour $n \leq 6$:

n	0	1	2	3	4	5	6
B_n	0	$\frac{2V_0}{\pi}$	0	$\frac{2V_0}{3\pi}$	0	$\frac{2V_0}{5\pi}$	0



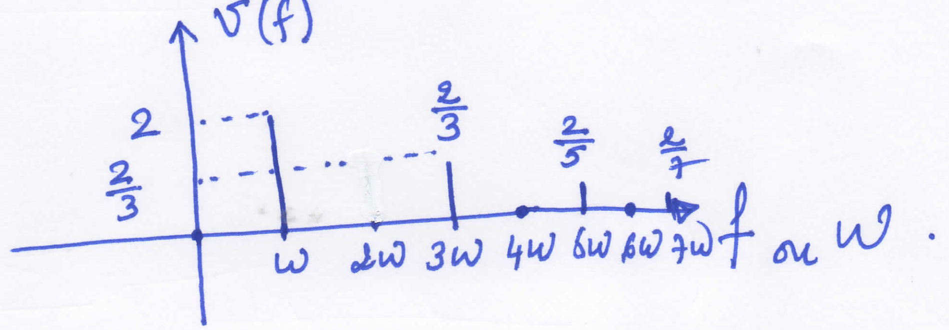
* **Exo 2 :**

$$v(t) = \underline{\underline{5}} + 2\sin(\omega t) + \frac{2}{3}\sin(3\omega t) + \frac{2}{5}\sin(5\omega t) + \cdots$$

1) Valeur moyenne :

$\boxed{V_0 = 5V}$ par identification à la forme générale de la décomposition en SF.

2)° Le spectre en amplitude : $f = \frac{\omega}{2\pi}$.



3)° Valeur efficace :

~~Valeur efficace~~ $\cancel{= \sqrt{v(t)^2}}$.

$$V_{eff}^2 = (V_{moy})^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (V_{n\,eff})^2$$

or : $A_m \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow V_{eff} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$.

Donc :

$$V_{eff}^2 = (5)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{3\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{5\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{7\sqrt{2}}\right)^2 + \cdots$$

$$= (5)^2 + \frac{2^2}{2}\Big(\underbrace{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots}_{\frac{\pi^2}{8}}\Big)$$

$$= 5^2 + 2\left(\frac{\pi^2}{8}\right).$$

$$= 25 + \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow V_{eff} = \sqrt{27{,}46} \Rightarrow \boxed{V_{eff} = 5{,}24V}$$