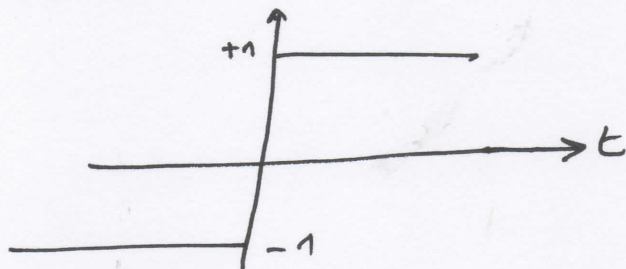


*Exo 3:

$$x(t) = \begin{cases} +1 & t \geq 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases} = \text{sgn}(t).$$

suite ↓

1)° Représentation de $x(t)$:



2)° La Transformée de Fourier:

En regardant dans la table des TF:

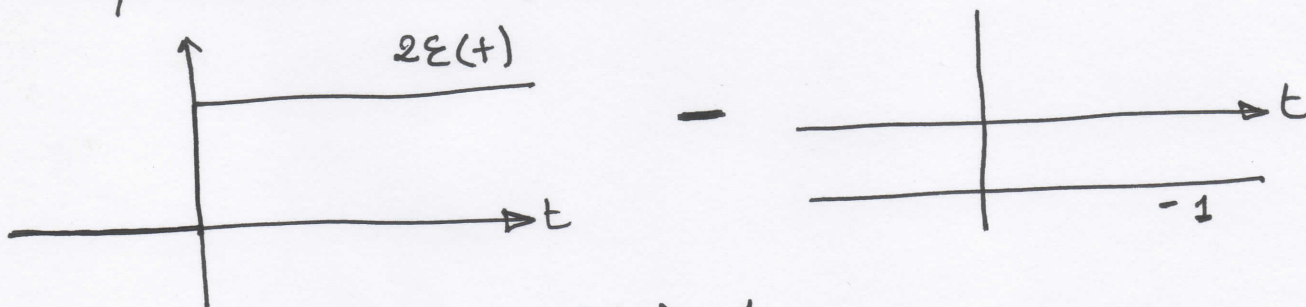
$$\text{sgn}(t) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{j\pi f} \text{ au sens des distributions.}$$

3)° Par calcul:

En exploitant la propriété de dérivation:

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \xrightarrow{\text{TF}} (j2\pi f)^n X(f).$$

or: on peut écrire autrement le signal $x(t)$:



Donc: $x(t) = 2\varepsilon(t) - 1.$

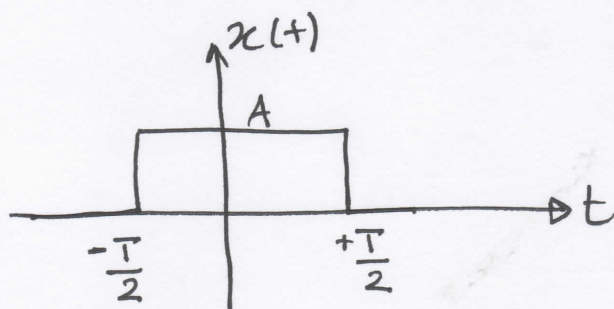
$$\frac{dx(t)}{dt} = 2\delta(t) \text{ et la TF } \{2\delta(t)\} = 2.$$

Donc:

$$2 = j2\pi f X(f) \Rightarrow \boxed{X(f) = \frac{1}{j\pi f}}$$

* Exo 4:

$$x(t) = A \text{Rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$



$T \neq$ période
c'est la largeur de
la porte.

1) La TF:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A e^{-j2\pi f t} dt$$

$$X(f) = \frac{-A}{j2\pi f} \left[e^{-j2\pi f t} \right]_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{-A}{j2\pi f} \left[e^{-j\pi f T} - e^{+j\pi f T} \right] = \frac{A}{\pi f} \left[\frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2j} \right]$$

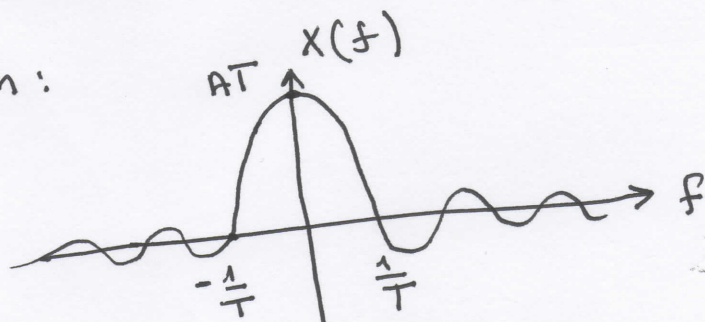
Donc:

$$X(f) = \frac{A}{\pi f} \cdot \sin(\pi f T) = \frac{T}{T} \cdot \frac{A}{\pi f} \sin(\pi f T) \cdot \sin(\pi f T)$$

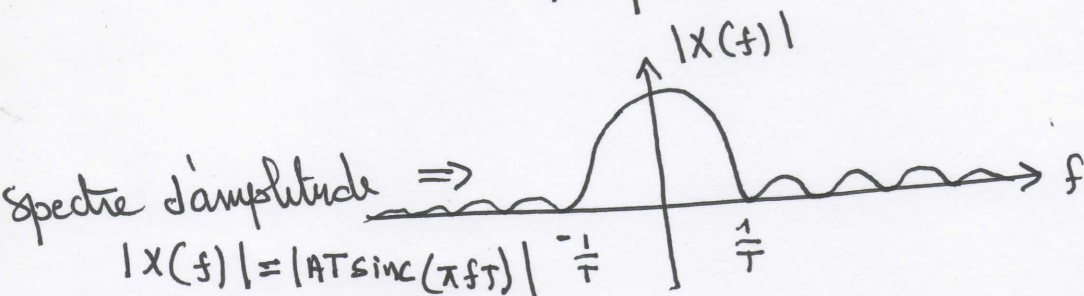
$$X(f) = A \cdot T \text{sinc}(\pi f T)$$

$\text{sinc} \rightarrow$ sinus cardinal.

2) Representation:



Spectre d'amplitude \Rightarrow



3) Densité spectrale d'énergie : DSE

$$P(f) = |X(f)|^2 = (AT)^2 \text{sinc}^2(\pi fT).$$

4) Energie :

~~side~~ : $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$ (temps).

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (\text{freq}).$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} A^2 \cdot dt \Rightarrow \boxed{E = A^2 T}$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} (AT)^2 \text{sinc}^2(\pi fT) df.$$

$$= A^2 T \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} T \text{sinc}^2(\pi fT) df}_{= 1 \text{ (propriété)}}.$$

Donc :

$$\boxed{E = A^2 T}$$

Donc le Théorème de Parseval est vérifié :

$$\underline{\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df}$$