Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA DE BEJAIA
FACULTE DES SCIENECES ECONOMIQUES, COMMERCIALES ET DES SCIENCES DE GESTION

POLYCOPIE DE COURS

Eléments de base de Micro-économie : Cours et Exercices

Enseignant

Mr. Samir BOUMOULA
Maître de Conférences

Année Universitaire 2014-2015

Avant propos

Le cours de **microéconomie** est souvent considéré par les étudiants comme un cours abstrait et manquant de sens. Il faut dire que la microéconomie est parfois présentée de façon fortement formalisée et nombreux ceux qui ont le sentiment de faire davantage des mathématiques de l'économie ! Pour notre part, nous considérons que la formalisation mathématique est nécessaire, mais non suffisante. Il faut mettre l'outil mathématique au service de l'économie et non au cœur de celle-ci. C'est la raison pour laquelle nous avons cherché a relevé dans ce polycopie un double défi : **donner du sens à l'analyse théorique et offrir les outils mathématiques permettant aux étudiants de réussir les différents exercices et problèmes qui leur sont demandés.**

L'objectif de ce polycopie est donc de présenter de façon **simple et accessible, mais néanmoins complète, les bases de l'analyse microéconomique**. Nous avons voulu mettre a la disposition des étudiants à la fois l'essentiel des connaissances à acquérir et des mécanismes a assimiler et un instrument de travail permettant de se familiariser avec les principaux concepts et exercices qu'ils seront amenés a rencontrer.

Ainsi, le lecteur trouvera un cours précis et simple, émaillé d'encadrés ressentant la formalisation mathématique et son application.

Sommaire

Introduction générale

La microéconomie est une discipline de la science économique qui étudie le comportement des agents économiques considérés comme **centres de décisions individuels** agissant pour leur bien - être propre dans un contexte de production et de répartition des ressources **supposées rares**.

A travers l'analyse des comportements du **consommateur** et **du producteur (**on dira aussi **de l'entrepreneur** et ou plus communément de **l'entreprise**), les néo - classiques bâtissent leur théorie de la production et de la répartition des richesses et proposent en même temps, leur propre définition de **l'optimum économique** dans un contexte **de libre concurrence**.

La libre concurrence entre **les producteurs,** ces agents économiques qui **vendent** (ou qui **« offrent »)** leurs produits et les consommateurs qui **achètent** (ou qui **demandent**) les produits nécessaires à la satisfaction de leurs besoins (ou qui leur procurent **de l'utilité**) aboutit à la formation de **l'équilibre sur le marché** grâce au jeu de **la loi de l'offre et de la demande** qui va imposer la formation du **prix** et des **quantités d'équilibre** des biens ainsi échangés.
Pour mener à bien leur démonstration, les néo classiques utilisent la démarche du raisonnement **« à la marge »**. Ainsi, le consommateur n'aura pas atteint son «équilibre » tant que la consommation d'une unité supplémentaire du bien demandé lui procure un surcroît de satisfaction ou « d'utilité ». Cette **utilité marginale** est en effet selon les néo classiques à la base des **choix** du consommateur sur le marché.

De même l'entrepreneur continuera à produire ou à offrir des biens sur le marché, tant que la **productivité** liée à l'utilisation d'une unité supplémentaire d'un facteur de production (utilisé dans le processus de fabrication des biens qu'il met sur le marché) reste positive, c'est à dire tant qu'elle assure un accroissement de **l'offre.** Cette **productivité marginale**, (tout comme **le coût marginal** des facteurs) est à la base du comportement d es producteurs. Pour cette raison, l'école néo classique est dite également **école marginaliste.**

L'analyse Néo-classique porte sur quatre grands axes qui forment ce que l'on appelle communément **la théorie néoclassique**, objet du cours de microéconomie. Celui-ci comportera donc quatre parties, à savoir :

I. L'analyse du comportement du consommateur qui aboutit à la construction de **la théorie de la demande.**

II. L'analyse du comportement du producteur dont l'objectif est de bâtir **la théorie de l'offre.**

III. L'équilibre du marché ou ce qui est appelé **la théorie de l'équilibre partiel.**

IV. L'équilibre général avec comme finalité la construction de **la théorie de l'optimum économique.**

Première partie : La théorie du consommateur

Introduction

L’Ecole Néo-classique s’intéresse aux conditions de production et de répartition des biens supposés répondre à des besoins de consommation exprimés par les individus. D’une manière générale les biens destinés à **la satisfaction** des besoins exprimés ne sont pas disponibles **sans efforts**. Ils sont dits **rares** en plus du fait qu’ils sont **utiles.**

Les biens rares sont appelés **biens économiques.** Ils s’opposent ainsi à la notion de **biens libres** dont l’utilisation pour la satisfaction des besoins ne nécessite pas d’efforts particuliers car disponibles dans la nature en quantité suffisante (c’est le cas par exemple du besoin de respirer qu’éprouve, à tout instant chacun d’entre nous sans que cela n’exige de nous de produire l’air que l’on respire). Mais comme « la nature ne met pas à notre disposition (tous) les moyens de satisfaction, il faut que les hommes suppléent à cette pauvreté naturelle en fabriquant, à l’aide d’éléments empruntés au milieu extérieur, mais transformés, aménagés par l’effort humain, des objets capables d’apaiser leurs besoins. » (G. Pirou : Cours d’économie politique T1, Ed. Domat Montchrétien, Paris 1947 p.8).

Les biens économiques offerts sur le marché par les producteurs sont demandés par les consommateurs contre paiement **« d’un prix »** : la formation du **prix d’équilibre sur le marché d’un bien** constitue l’objectif des néoclassiques à travers l’analyse marginaliste qu’ils proposent comme fondement de leur démarche.

Puisqu’ils ont la faculté de satisfaire un besoin exprimé, les biens économiques sont également **utiles.** En conséquence, le consommateur est demandeur d’un bien sur le marché parce qu’il lui procure de **« l’utilité ».** L’utilité devient alors un élément du comportement **rationnel** du consommateur qui demandera des biens en vue d’en tirer **un maximum d’utilité.**

Ainsi on suppose que le consommateur est capable de mesurer les **quantités** d’utilité qu’il obtient en consommant une certaine quantité d’un bien déterminé. Dans cette conception dite **« cardinale »**, l’utilité apparaît comme une grandeur **mesurable** au même titre que n’importe quel autre bien. En fait la conception cardinale de l’utilité suggère l’idée que le consommateur est un agent économique dont l’activité est de « produire de l’utilité » en transformant les biens qu’il consomme, de la même manière qu’une entreprise transforme les matières premières en vue de produire des biens qu’elle va vendre sur le marché aux fins de maximiser son profit.

Dans la réalité pourtant, il est difficile de vérifier une telle hypothèse (la quantification de l’utilité) : en effet, s’il est parfaitement plausible qu’un consommateur soit capable à tout moment d’exprimer ses préférences de consommation « je préfère une glace à un morceau de chocolat » aucun consommateur ne pourra raisonnablement dire qu’il retire cinq fois plus d’utilité (ou de satisfaction) dans la consommation d’une glace plutôt que dans la consommation d’un morceau de chocolat. Cela signifie que le consommateur exprime tout au plus **un ordre de préférence** parmi tous les biens qui satisfont à ses besoins. Cette évaluation **ordinale** de l’utilité que procure la consommation des biens fonde la théorie des **courbes d’indifférence.**

Les Néo-classiques fondent leur analyse de la demande sur le comportement rationnel du consommateur supposé opérer des choix de consommation en fonction d’une

échelle de préférence établie sur la base de l'évaluation qu'il fait du degré d'utilité que lui procurent différentes combinaisons des biens et services auxquels il peut accéder sur le marché.
La rationalité du consommateur chez les néo classique est délimitée par trois hypothèses qui sont :

A. L'hypothèse de **l'insatiabilité ou encore de non saturation des besoins**

A chaque fois que le consommateur pourra accéder à la consommation d'une quantité supplémentaire d'un bien, il le fera : c'est l'hypothèse dite également de **non saturation** des besoins.

B. L'hypothèse **du choix unique (unicité des choix)**

Lorsque le consommateur est en face d'un choix de consommation entre deux biens X et Y, il est capable d'exprimer sa préférence. Ainsi il pourra dire s'il préfère X à Y, Y à X ou encore s'il lui est «égal» de consommer X ou Y. Il choisira en tout état de cause, **une seule** de ces trois possibilités.

C. L'hypothèse de la **transitivité**

Lorsqu'il est en face de trois biens X, Y et Z, ses choix de consommation sont « ordonnés » de telle sorte que s'il préfère X à Y et Y à Z, alors nécessairement, il préfère X à Z.

Ces trois hypothèses sont à la base de la théorie du comportement du consommateur. Une fois admises, il est possible de bâtir sa **fonction d'utilité.**

Chapitre I : La fonction d'utilité du consommateur

I. Quelques définitions préliminaires utiles

I1. La fonction d'utilité

La fonction d'utilité U, est la **traduction mathématique** de l'échelle des préférences de consommation exprimée par un individu face à plusieurs alternatives de consommation.

Elle exprime le degré de satisfaction ou d'utilité que procure la consommation d'une quantité (x) du bien X. Elle s'écrit :

$$\mathbf{UT = f(x)\ (1)}$$

Combinaison de biens, complexe de biens

Une **combinaison de biens** est une «association » de quantités de deux biens X et Y.
Soit x la quantité consommée du bien X et y la quantité consommée du bien Y, le couple (x, y) représente une combinaison des deux biens X et Y.
Une autre combinaison des biens X et Y sera représentée par exemple par le couple (x', y')

Un **complexe** de biens est une association de quantités de n biens.
Soit une économie où il n'existe (on le suppose) que trois biens X, Y et Z. Un complexe de biens sera représenté par le triplet (x, y ,z) formé des quantités x, y et z des biens X, Y et Z.

Plus généralement, dans une économie, il existe n biens. Aussi, un complexe de biens sera représenté par $(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ formé des quantités des biens. Ainsi, la fonction de l'utilité donné par la formule (1) précédente n'est qu'un cas particulier. Dans le cas général, la fonction d'utilité devient :

$$\boxed{U = f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \quad (2)}$$

Le problème du consommateur est de choisir parmi **tous** les complexes de biens celui qui lui procure un maximum de satisfaction, c'est à dire qui maximise sa fonction d'utilité.

La solution du problème de la maximisation de la fonction d'utilité permet de déterminer la fonction de demande du consommateur

II. Les postulats de base de la fonction d'utilité

Les postulats de base de la fonction d'utilité sont au nombre de trois :

Postulat 1 : La fonction d'utilité exprime le degré de satisfaction que les individus tirent de la consommation de complexes de biens différents. Ainsi, lorsque le consommateur affecte deux valeurs U_1 et U_2 telles que $\mathbf{U_1 > U_2}$, il exprime par là sa préférence à l'égard du complexe de biens C_1 qui lui procure un degré d'utilité **supérieur** à celui que lui procure un autre complexe C_2.

Postulat 2 : La fonction d'utilité est définie pour une période temporelle **donnée**. Cela signifie que l'analyse du comportement du consommateur est une analyse **statique.** L'analyse statique ne prend pas en compte les consommations **différées.**

Postulat 3 : La fonction d'utilité est supposée être **continue** et **dérivable** sur son intervalle de définition. Cela signifie que pour passer d'une valeur à une autre, elle prend toutes les valeurs intermédiaires. Du point de vue de la signification économique, ce postulat veut dire que les biens (parmi lesquels s'opèrent les choix du consommateur sont divisibles **à l'infini**). Mais s'il n'est pas totalement réaliste (ainsi, s'il peut paraître juste de parler de la consommation « d'un tiers » de kg de sucre, il n'est pas réaliste d'affirmer que l'on puisse consommer « trois cinquième » de téléviseur), ce postulat est néanmoins essentiel puisqu'il permet d'utiliser les propriétés mathématiques de la continuité des fonctions.

III. Utilité totale (UT) et Utilité marginale (UM)

1. L'UT : On a déjà évoqué le fait que le consommateur évoluait dans une économie à **n** biens. Supposons pour le moment que n = 1. Cela signifie que dans l'économie, il n'y a qu'un seul bien. Soit X ce bien.

La fonction d'utilité du consommateur **I** est alors U = f(x). La variation des quantités du bien X consommées par **I** lui procure des degrés variables d'utilité. On peut donc supposer que l'individu **I** est capable de dresser **un tableau des utilités totales** que lui procure la consommation de quantités variables du bien X, de la manière suivante :

Quantités (x) consommées du bien X	Utilité totale (U) obtenue
1	3
2	6
3	10
4	16
5	18
6	18

Ce tableau montre que lorsque la consommation du bien X augmente (variation des quantités x), l'utilité augmentait également sans que cette augmentation de l'utilité soit proportionnelle. On dit que l'augmentation de l'utilité s'effectue à un taux décroissant.

De plus, il est facile de comprendre que le postulat de l'insatiabilité n'implique pas que l'individu consomme indéfiniment. Il signifie que le consommateur est disposé à augmenter ses consommations jusqu'à la satisfaction complète du besoin exprimé. Il existe donc un point maximal (le point de satiété) au delà duquel, l'utilité totale n'augmente plus avec l'augmentation des quantités (x) consommées.

En examinant le tableau précédent, on remarquera le passage de x = 5 à x = 6 ne se traduit pas par une augmentation de l'utilité. Cela montre que le consommateur n'éprouve plus le besoin de « continuer » à consommer du bien X

Au point de satiété, l'utilité totale commence à décroître. On dit alors que **l'utilité marginale** du bien X est nulle.

2. L'**UM** : Elle est définie comme la variation de l'utilité totale **UT** résultant de la variation **d'une unité** de la quantité du bien consommé. En reprenant le tableau de l'utilité total établi précédemment on peut donc établir à l'aide de cet exemple l'utilité marginale **UM**, correspondant aux **variations unitaires** des quantités consommées du bien X.

(x)	UT	UM
1	3	**3**
2	6	**3**
3	10	**4**
4	16	**6**
5	18	**2**
6	18	**0**
7	14	**-4**

3. La définition précédente de l'utilité marginale UM peut être exprimée mathématiquement de la manière suivante :

On sait que UT= f (x) est l'expression de la fonction de l'utilité totale U_t. Elle exprime le degré d'utilité que procure à un individu la consommation de quantités variables x du bien X.

Elle est par ailleurs supposée **continue** en vertu du postulat **P3.** Ainsi, si **Δx** représente la variation de la quantité consommée du bien X, l'utilité totale représente la variation correspondante **ΔU** de UT = f(x).

On définira l'utilité marginale **UM** du bien X comme **la limite** du rapport $\Delta U_t/\Delta x$ quand **Δx** tend vers **zéro.** L'utilité marginale UM du bien X exprime donc la variation de l'utilité U_t consécutive à une variation **infinitésimale** de la quantité **x.**
Or on sait qu'en mathématiques, la limite du rapport $\Delta U_t/\Delta x$ quand **Δx tend vers zéro** exprime **la dérivée** de la fonction $U_t = f(x)$ c'est à dire :

$$\boxed{UM = U' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta U_t/\Delta x}$$

Finalement, on peut écrire que :

$$\boxed{UM = f'(x) = dU_t/dx}$$

L'utilité marginale d'un bien X est égale à la dérivée de la fonction d'utilité totale. Elle exprime la variation de l'utilité totale induite par la variation d'une unité du bien consommé.

Jusqu'à présent, nous avons supposé que l'utilité est fonction de la consommation d'un seul bien. On avait en effet posé que n = 1. Abandonnons ce cas particulier et plaçons- nous dans le cas plus générale où les besoins des individus s'exprime à l'endroit de plusieurs biens de sorte que l'on ait :

$$UT = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

Par un raisonnement identique au cas précédent, il est possible de déterminer la variation de l'utilité que procure au consommateur la variation de la quantité consommée de chacun des biens. On applique pour cela le concept connu en mathématique sous le nom de **dérivée partielle.**

Pour simplifier, supposons, dans un premier temps que n = 2.Cela signifie que la fonction d'utilité de **I** prend la forme d'une fonction à deux variables. Soit x la première variable et y la deuxième. On peut donc écrire $U_t = f(x, y)$.
1. La dérivée partielle de U_t par rapport à x qui exprime, on le sait maintenant, l'utilité marginale procurée par le bien X est donnée par l'équation :

$$\boxed{UT'_x = UMx = f'_x(x, y) = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta U_t/\Delta x = \delta U_t/\delta x}$$

2. De même, la dérivée partielle de U_t par rapport à y qui exprime l'utilité marginale procurée par le bien y est donnée par l'équation :

$$\boxed{UT'_y = UMy = f'_y(x, y) = \lim_{\Delta y \to 0} \Delta U_t/\Delta y = \delta U_t/\delta y}$$

3. Finalement, lorsque $U_t = f(x, y)$ on a :

$$\boxed{UMx = \delta U_t/\delta x} \quad \text{et} \quad \boxed{UMy = \delta U_t/\delta y}$$

et en généralisant à n biens, on aura pour $UT = f(x_1, x_2, x_3,...,x_n)$:

$$\boxed{UMx_1 = \delta U_t/\delta x_1 \,;\ UMx_2 = \delta U_t/\delta x_2 \,;\ UMx_3 = \delta U_t/\delta x_3 \,;......\,;\ UMx_n = \delta U_t/\delta x_n}$$

IV. Les courbes d'indifférence ou d'iso-utilité

1. Reprenons la fonction $Ut = f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$. Elle signifie, rappelons le, que l'utilité est fonction du complexe de biens $C = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$. Supposons que ce complexe de biens se réduise à la combinaison de deux biens X et Y tels que : $U_t = f(C) = f(x, y)$. Considérons alors toutes les combinaisons telles que $U_t = U_0$ par exemple, $U_0 = f(C_1) = f(C_2)$. Considérons de même toutes les combinaisons telles que $U_t = U_1 \neq U_0$; par exemple $U_1 = f(C_3) = f(C_4)$.

On dira que les combinaisons de biens qui procurent **un même niveau d'utilité** sont situés sur **une même courbe d'indifférence**.

2. Sur la figure ci - après, les combinaisons de biens C_1 et C_2 sont situés sur la même courbe : ils procurent au consommateur **I**, le même niveau d'utilité U_0.De même, les combinaisons de biens C_3 et C_4 sont situés sur une même courbe : ils procurent au consommateur **I** le même niveau d'utilité U_1.

3. La courbe d'indifférence peut donc être définie, dans le cas général (où $C = x_1, x_2, x_3, ..., x_n$) comme **le lieu** de tous les complexes de biens qui procurent à l'individu **I** le **même niveau d'utilité**.

Les courbes d'indifférence (CI) possèdent **trois** propriétés importantes :
Les CI ont une **inclinaison** ou **pente** négative :ce sont des courbes « descendantes » représentant des fonctions **décroissantes.**
Les CI d'un même individu ne peuvent se couper : dans le cas contraire cela signifierait qu'il existe deux niveaux d'utilité pour une même combinaison de biens, ce qui serait contraire au postulat **(P1)** de la fonction d'utilité tel que défini plus haut.

Les courbes d'indifférence (CI) sont **convexes** par rapport à l'origine des axes de coordonnées : une diminution de la quantité de l'un des deux biens est compensée par une augmentation de la quantité consommée de l'autre bien.

V. Le taux marginal de substitution (TMS)

Les courbes d'indifférence (CI) expriment, nous l'avons vu un même niveau d'utilité pour des combinaisons différentes de deux biens X et Y.

Il est donc utile pour le consommateur de définir un critère ou plus précisément l'instrument qui va lui permettre de **modifier** les combinaisons de consommations de ces biens **tout en conservant le même niveau d'utilité**.

Cet instrument est le **taux marginal de substitution** ou **TMS**, en abrégé.
1. Le $TMS_{x \text{ à } y}$ permet de déterminer la quantité du bien Y à laquelle renonce le consommateur pour lui substituer une certaine quantité du bien X de telle sorte qu'il conserve le même niveau d'utilité.
2. Le $TMS_{y \text{ à } x}$ permet à l'inverse de déterminer la quantité du bien X à laquelle renonce le consommateur pour lui substituer une certaine quantité du bien Y de telle sorte qu'il conserve le même niveau d'utilité.
3. Nous savons qu'une variation des quantités consommées des biens X et Y, implique normalement une modification du degré d'utilité. Appelons **dU** la modification de l'utilité totale **UT= f (x, y)**, suite aux variations **dx** et **dy** respectivement de la quantité **x** du bien X et de la quantité **y** du bien Y. Par ailleurs on se rappelle que $UMx = \delta U_t/\delta x$ et $UMy = \delta U_t/ \delta y$ comme on se rappelle que les utilités marginales représentent les variations de l'utilité totale suite à une variation **unitaire** de x (ou de y). La variation de l'utilité totale dU sera donc égale à :

$\mathbf{dU_t = UMx.dx + UMy.dy}$ ou encore $\mathbf{dU_t = (\delta U_t/\delta x).dx + (\delta U_t/\delta y).dy}$, équation qui représente la différentielle totale de l'équation **UT= f (x, y)**

Si le consommateur **I** désire conserver **le même niveau d'utilité** tout en substituant une quantité de X à une quantité de Y, cela signifie qu'il reste sur **la même courbe d'indifférence**. Cela signifie aussi que $UT= f (x, y) = U_0$, où U_0 reste **constant** lorsque changent les quantités consommées. On a alors **dUT = 0** (la variation de l'utilité totale est égale à 0). Autrement dit :

$$(\delta U_t/\delta x).dx + (\delta U_t/\delta y).dy = 0 \Rightarrow (\delta U_t/\delta x).dx = - (\delta U_t/\delta y).dy$$

Ce qui donne, en définitive :

$$\boxed{\frac{(\delta U_t/\delta x)}{(\delta U_t/\delta y)} \quad \frac{-dy}{dx} \quad \frac{UMx}{UMy}}$$

Commentaires

1. L'expression précédente montre que le rapport des **utilités marginales** est égal à **l'opposé** de la dérivée de la fonction **y = f (x)**

2. La fonction y = f (x) donne la variation de la quantité y quand varie la quantité x. L'expression **dy/dx** est **la pente** de la courbe **d'indifférence** représentative de la fonction y = f (x) : elle est donc négative (cf. supra, propriété **(41)** des CI).

Par définition, la quantité **(- dy/dx)** est **le taux marginal de substitution** de X à Y. On vient de démontrer que le $\mathbf{TMS_{x \text{ à } y}}$ est égal au rapport des utilités marginale des **deux** biens.

Chapitre II : La maximisation de la fonction de l'utilité

I. Formalisation du problème

Nous avons vu que l'objectif du consommateur était d'optimiser son utilité. Or, sa fonction d'utilité dépend des quantités des biens Xn auxquels il peut accéder. On a en effet $\mathbf{U_t = f(x_1, x_2, x_3,...x_n)}$.
L'acquisition de quantités déterminées dépend des prix $(\mathbf{p_i})$ de ces biens et de la consistance de son revenu **(R).**

S'il décide de consacrer son revenu à l'achat de **tous** les biens Xn on aura :
$\mathbf{R=p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3+...+p_nx_n}$. Cette égalité est dite « équation du budget » ou encore « équation du revenu »).

Le problème du consommateur est donc un problème **lié**, (on dit aussi « **sous contrainte** ») . Il cherche en effet, à maximiser son utilité en tenant compte à la fois de son revenu et des prix des biens que lui impose le marché. Ce problème transcrit mathématiquement s'écrit :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Max. } U_t = f(x_n) \\ \quad \text{S/C } R = \sum_{i}^{n} p_n x_n \end{array}}$$

Supposons pour simplifier que $U_t = f(x, y)$ et que les prix des biens X et Y soient respectivement : p_x et p_y ,le problème général précédent s'écrira (dans ce cas particulier où les choix du consommateur sont limités à deux biens) :

$$\text{Max. } U_t = f(x, y)$$
$$\text{S/C } R = x.p_x + y.p_y$$

Dans ce cas particulier, l'équation du revenu du consommateur représente l'équation d'une droite dite **« droite du budget »**.

II. Les conditions de maximisation de la fonction de l'utilité

Reprenons l'équation de la droite du budget du consommateur **I**. On se souvient que dans le cas de deux biens X et Y, elle était de la forme : $\mathbf{R = x.p_x + y.p_y}$. Tirons de cette équation, la valeur de y, on aura : **y =R-xpx/Py**

Reprenons de même, la fonction d'utilité $U_t = f(x , y)$. En remplaçant y par sa valeur dans l'expression de U, on obtient $\mathbf{UT = f(x, (R - x.p_x)/p_y)}$ qui est devenu une fonction à une seule variable.

Par ailleurs, on sait qu'une fonction de la forme $U_t = f(x)$ admet un maximum au point x_0 lorsque :

1. La dérivée première U_t' est égale à 0. C'est à dire $U_t' = 0$ (condition de **1er ordre)**
2. La dérivée seconde U_t'' est négative. C'est à dire $U_t'' < 0$ (condition de **2ème ordre**)

Exemple à titre illustratif

La fonction d'utilité d'un consommateur supposé rationnel, est donné par l'équation $\mathbf{U_t = 2xy}$.Soit **px = 2 DA** le prix du bien X et $\mathbf{p_y = 1}$ **DA** le prix du bien Y. Le consommateur dispose par ailleurs d'un revenu **R égal à 10 DA** qu'il décide de consacrer entièrement à l'achat des biens X et Y. Quelles vont être les quantités du bien X et du bien Y qui maximisent l'utilité de ce consommateur ?

Solution

<u>1ère méthode : Méthode de substitution (dite encore méthode directe)</u>

On a $R = x.p_x + y.p_y$ c'est à dire $R = 2x + y$ d'où l'on tire :

$$y = R - 2x \quad (1)$$

Remplaçons y par sa nouvelle valeur dans l'expression de U (équation (1)). On obtient :
$U_t = 2x\,(R-2x)$ ou encore $U_t = -4x^2 + 2xR \quad (2)$

Comme on R = 10, on peut écrire : $U = -4x^2 + 20x$ à partir de l'équation (2).
La dérivée première de l'équation U ci - dessus est alors :

$\boxed{U_t' = -8x + 20 \quad (3)}$ d'où, quand $U_t' = 0$ il vient :

$$\boxed{x = 20/8 = 5/2 = 2{,}5}$$

Remplaçons donc x par sa valeur dans l'équation (1) on aura :
$y = R - 2.(5/2) = R-5$; comme R= 10 on obtient finalement : $\boxed{y = 10-5=5}$

Le couple (x, y) tel que x =5/2 et y =5 est le point qui annule la dérivée $U_t' = 0$.
Vérifions que $U_t'' < 0$.Reprenons l'équation (3). Sa pente est égale à (-8). Ceci montre que la dérivée de U_t' est bien négative : CQFD. La combinaison de biens X et Y telle que **x =5/2** et **y = 5** est bien la combinaison qui permet au consommateur de maximiser sa fonction d'utilité, c'est à dire constitue la solution au problème lié présenté sous la forme :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Max. } U_t = 2xy \\ \text{S/C } R = 2x + y \end{array}}$$

Il existe une autre méthode de résolution de ce type de problème « sous contrainte : elle est dite **« méthode de Lagrange »**.

<u>2ème méthode : Méthode du multiplicateur de LAGRANGE</u>

On démontre que les problèmes d'optimisation sous contrainte de la forme :

Max.(Min.) $f(x_1,x_2, x_3,...,x_n)$
S/C $g(x_1,x_2,x_3,...,x_n) = 0$ (1)

Admettent des solutions identiques à celles des fonctions de type :

$$\boxed{F(x_1,x_2,x_3,...,x_n) = f(x_1,x_2,x_3,...,x_n) + \lambda\, g(x_1,x_2,x_3,...,x_n) \quad (2)}$$

λ est appelé **« multiplicateur de Lagrange ».** Il joue le rôle d'une variable comme les autres dans l'expression de la fonction (2) ci dessus. Nous préciserons par la suite sa signification économique dans le cadre du problème particulier de la maximisation de la fonction d'utilité d'un consommateur.

La condition **nécessaire** pour que la fonction (2) admette un maximum, est que ses dérivées partielles par rapport à x_1, x_2, x_3,..., x_n et λ s'annulent en même temps. Le problème consiste donc à résoudre le système d'équation à **(n+1)** variables de la forme :

$$\boxed{\begin{array}{l} F_{x1}' = 0 \\ F_{x2}' = 0 \\ \\ F_{xn}' = 0 \\ F_{\lambda}' = 0 \end{array}} \ (S)$$

Reprenons notre exemple précédent. On avait :

Max. $\mathbf{U_t = f(x, y)}$
S/C $\mathbf{R = x.p_x + y.p_y}$ (1)

Formons la fonction (2) de la même manière que précédemment. Il vient :

$$F(x, y) = 2xy + \lambda (R-2x-y) \quad (2)$$

Pour maximiser la fonction d'utilité du consommateur, il suffit donc de résoudre le système d'équation (S ') ci après :

$$\begin{array}{l} F_x' = 2y - 2\lambda = 0 \\ F_y' = 2x - \lambda = 0 \qquad (S') \\ F_{\lambda}' = 10 - 2x - y = 0 \end{array}$$

Après calcul, on obtient : $\mathbf{x = 5/2}$ **;** $\mathbf{y = 5}$ **et** $\mathbf{\lambda = 5}$. Cette solution correspond bien au résultat trouvé par la première méthode.

Signification économique du paramètre de LAGRANGE

Reprenons le système d'équation (S ') dans le cas général. A partir des deux premières équations de (S '),il vient :

$F_x' = U_{tx}' - \lambda p_x = 0 \Rightarrow \lambda = U_{tx}'/p_x = (\delta U_t/\delta x)/p_x$

$F_y' = U_{ty}' - \lambda p_y = 0 \Rightarrow \lambda = U_{ty}'/p_y = (\delta U_t \delta y)/p_y$

Ces résultats montrent que le multiplicateur λ est égal aux utilités marginales des biens X et Y pondérées par leur prix

Par ailleurs, comme on a : $U_{tx}'/p_x = U_{ty}'/p_y \Leftrightarrow U_{tx}'/ U_{ty}' = p_x/p_y$ on peut énoncer que :

Le consommateur atteint le niveau de son utilité maximale lorsque les utilités marginales pondérées par les prix sont égales ou encore :

A l'équilibre, **le rapport des utilités marginales** est égal au **rapport des prix des biens consommés.**

Revenons à la troisième équation de (S '). On peut l'écrire dans le cas général, de la manière suivante : $F_\lambda' = R - x.p_x - y.p_y = 0$. Ce qui revient à écrire que $R = x.p_x + y.p_y$. Si on dérive cette expression de R successivement par rapport à x puis par rapport à y, il vient $\delta R/\delta x = p_x$ et $\delta R/\delta y = p_y$.

On peut donc écrire : $U_{tx}'/ U_{ty}' = [\delta U_t/\delta x]/[\delta U_t/\delta y]$ puisqu'on sait déjà que :
$U_{tx}'/ U_{ty}' = p_x/p_y$. Il vient alors: $[\delta R/\delta x] /[\delta R/\delta y]=[\delta U_t/\delta x]/ [\delta U_t/\delta y]$. Enfin, on a
$\delta U_t/\delta x = \lambda p_x \Rightarrow \lambda = (\delta U_t/\delta x)/p_x$ et $\delta U_t/\delta y = \lambda p_y \Rightarrow \lambda = (\delta U/\delta y)/p_y$ (en vertu de la résolution des deux premières équations de S '). Or, on sait aussi que : $\delta R/\delta x = p_x$ et $\delta R/\delta y = p_y$ on peut alors écrire que : $\lambda = (\delta U_t/\delta x)/p_x = (\delta U_t/\delta x)/ (\delta R/\delta x)$ de même $\lambda = (\delta U_t/\delta y)/ (\delta R/\delta y)$ et en simplifiant dans les deux cas, il vient finalement :

$$\boldsymbol{\lambda = \delta U_t/\delta R}$$

Ce qui signifie que λ exprime la variation de l'utilité totale quand le revenu varie d'une unité.

III. Représentation graphique de l'équilibre du consommateur

Nous savons maintenant que la fonction d'utilité d'un individu peut être exprimée graphiquement par une « carte d'indifférence », c'est à dire par plusieurs courbes d'indifférence qui indiquent les différents niveaux d'utilité obtenus à partir de quantités variables des biens consommés.

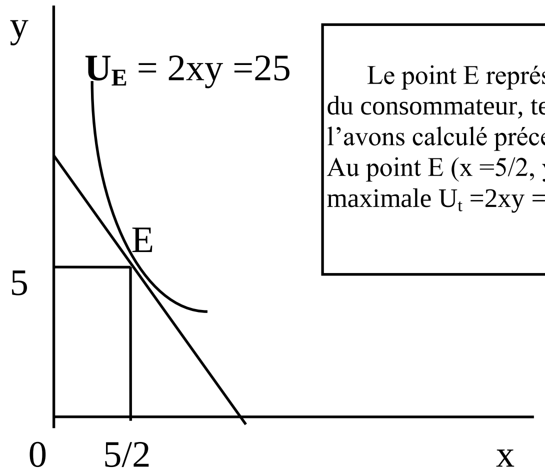
Or les niveaux d'utilité varient en fonction de la variation du montant du revenu R lorsque les prix des biens ne changent pas eux - mêmes (cette. question de l'effet de la variation des prix sera examinée plus loin, v. infra).
Reprenons pour l'instant, notre exemple précédent où :

$$\mathbf{UT = 2xy \text{ et } R = 10 \text{ avec } p_x = 2 \text{ et } p_y = 1}$$

Supposons que le consommateur C décide de consacrer entièrement son revenu R à la consommation du seul bien X, il pourra acheter au plus $x = R/p_x = 5$ unités du bien X. Ce point peut donc être représenté sur un graphique par le couple (5, 0).

Dans le cas où au contraire, il décide de ne consommer que du bien Y, il obtiendra au plus une quantité $y = R/p_y = 10$ unités du bien Y. Ce point peut être représenté sur le même graphique

par le couple (0, 10). En joignant ces deux points on obtient la représentation graphique de la « droite de budget » du consommateur **I.**



Le point E représente l'optimum du consommateur, tel que nous l'avons calculé précédemment. Au point E (x =5/2, y = 5), l'utilité maximale $U_t = 2xy = U_E = 25$.

Fig.2 Equilibre du consommateur

Le point sur le graphique montre que l'équilibre du consommateur **I** est atteint au point **de tangence** entre la courbe d'indifférence $U_t = 25$ et la droite de budget $y = R/p_y - x.p_x/p_y = -2x + 10$

IV. Les variations de l'équilibre du consommateur

1. Effet de la variation du revenu : Construction de la courbe consommation-revenu (courbe d'Engel) :

Le point d'équilibre E déterminé précédemment a été obtenu dans des conditions de prix et du revenu **donnés**. Aussi, est-il intéressant d'examiner la situation où se modifie **la contrainte de revenu.**

Le consommateur étant rationnel, **sa consommation d'équilibre** va être modifiée si son revenu R venait à changer. Graphiquement cela signifie que sa droite de budget va se déplacer :

- « Vers le haut » lorsque **R'> R** ou
-« Vers le bas » lorsque **R''< R**

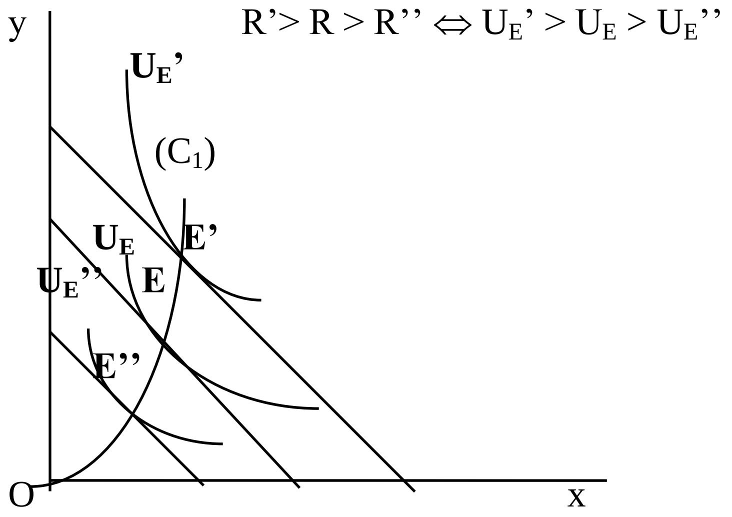


Fig.3 : Courbe consommation – revenu (CCR)
Ou Courbe d’Engel

La **courbe de niveau de vie** (ou courbe consommation-revenu) appelée aussi courbe d’Engel est formée des points de tangence (qui expriment les points d’équilibre successifs) entre les différentes courbes d’indifférence et les droites budgétaires. La courbe de revenu coupe les axes de coordonnées au point O car pour R = 0, les consommations des biens X et Y sont nulles (**R= 0 ⇔ x = 0 et y = 0**)

2. Effet de la variation du prix de l’un des biens : Construction de la courbe consommation – prix (CCP) :

De la même manière que le consommateur a été placé dans l’hypothèse probable de la variation de son revenu, imaginons ici l’hypothèse de la variation du prix sur le marché de l’un des deux biens.
Supposons que c’est le prix du bien X qui varie.

Lorsque p_x **diminue**, tel que $\mathbf{p_x' < p_x}$ et si le consommateur **I** utilise tout son revenu R à l’achat de X, il pourra disposer d’une quantité plus importante de X. Soit x’ cette nouvelle quantité.

Lorsque par contre, le prix p_x **augmente**, tel que $\mathbf{p_x'' > p_x}$ et si le consommateur utilise tout son revenu à l’achat de X, il disposera d’une quantité moins importante de X. Soit x’’ cette nouvelle quantité.

Comme entre temps le prix de Y n’a pas varié, les droites de budgets obtenues auront pour point commun le point où la consommation de Y est maximale (cas où il consacre la totalité de son revenu à l’achat de Y uniquement).
Représentons graphiquement les situations que nous venons d’envisager, on obtient la fig.4 ci-après :

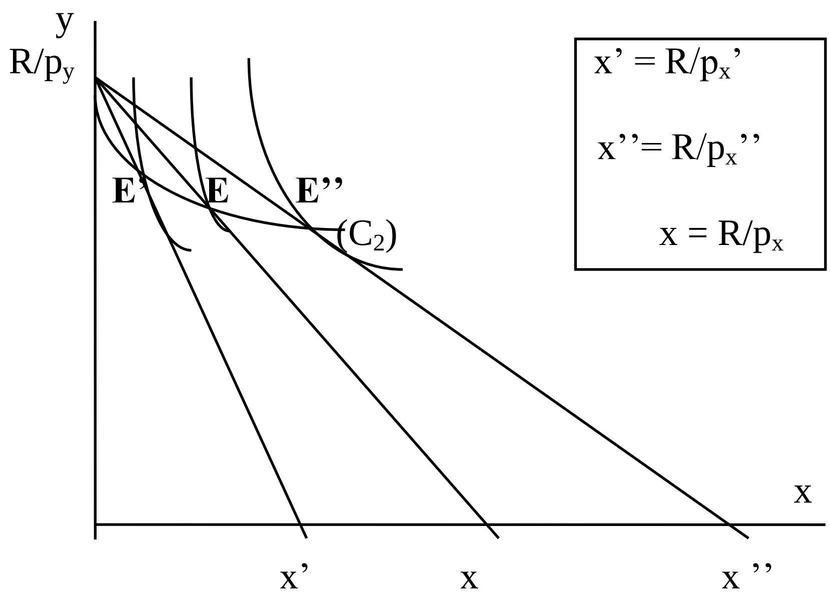


Fig.4 : Courbe consommation-prix (CCP)

La courbe qui joint les points E', E, E'' est appelée courbe **consommation - prix**. Elle exprime l'effet de la variation du prix de **l'un** des deux biens sur les quantités consommées des **deux** biens (l'autre prix et le revenu R restant constants).

La courbe (C_2) montre que plus le prix **augmente**, plus la quantité du bien X que le consommateur (I) pourra s'acheter avec son revenu R (constant), **diminue**. Ce que l'on peut résumer schématiquement par :

Si P_x ↗ ⇔ D_x ↘

$\Downarrow$

La **demande** d'un bien est une fonction **décroissante** de **son prix**

$\Uparrow$

Si P_x ↘ ⇔ D_x ↗

La courbe (C_2) part du point de coordonnées (0 , R/P_y) car , en supposant que P_x continue à augmenter, il arrivera un moment où l'individu **I** ne pourra plus acquérir le bien X, cela voudra dire que dans ce cas extrême, il consacre la totalité de son revenu R à la consommation de Y et dans ce cas le point d'équilibre, (E) va se confondre avec le point (0, R/p_y).

Cela montre qu'en réalité, la demande du bien X dépend du prix de ce bien (p_x) du revenu (R) et du prix de tous les autres biens Y (p_y) en plus évidemment du goût (G).

On exprime donc ce résultat par la relation générale :

$$\boxed{D_x = f(R, p_x, p_y, G)}$$

Chapitre III : Fonction de la demande et notion d'élasticité de la demande

Expression, construction et déplacement de la courbe de demande
1. L'expression de la demande

Rappel : on vient de montrer que la quantité demandée d'un bien X qu'un individu **I** (le consommateur **I**) est « capable » de s'acheter au cours d'une période déterminée, dépend de

plusieurs éléments (son prix $\mathbf{p_x}$, le prix des autres biens $\mathbf{p_y}$, son revenu **R** et bien sûr, ses goûts **G**). La demande D_x peut donc être formalisée de la manière suivante :

$$\boxed{Dx = f(p_x, p_y, R, G,) \quad (1)}$$

Comme G est une donnée naturelle, propre à chaque individu, la demande d'un bien se détermine par rapport aux autres éléments, c'est à dire par rapport aux seules **variables économiques**. On aura donc :

$$\boxed{D = f(p_x, p_y, R) \qquad (2)}$$

Remarque: Si l'on admet que dans la réalité il existe n biens parmi lesquels **I** effectue ses choix, , la variable (p_y) va symboliser le prix de tous les autres biens X_{n-1} dans la formulation de l'équation (2).

D'autre part, si l'on considère la période au cours de laquelle R et p_y sont contants, la demande du bien X s'exprime alors comme une fonction de la seule variable $\mathbf{p_x}$. On aura donc :

$$\boxed{\mathbf{D = f(p_x)}} \quad (3)$$

Comme le revenu R de I est limité, si p_x augmente, alors D_x diminue et si p_x diminue, alors D_x augmente. Ce résultat, nous l'avons interprété de la manière suivante :

> La demande d'un bien est une fonction **décroissante** de son prix.

Dire que la demande est une fonction décroissante du prix, cela revient à dire que la pente de l'équation $D_x = f(p_x)$ est négative. Cela signifie aussi que la courbe représentative de la demande est **décroissante**.

2. Construction et déplacement de la courbe de demande

Exemple : Soit un consommateur **I** dont les quantités demandées du bien X varient de la manière ci - après (T1) :

T1 : Variation de la quantité demandée du bien X en fonction de son prix p_x

D_x	1	2	3	4	5
P_x	10	8	6	5	3
Point/ Graphe	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**

En joignant les points A, B, C, D et E représentés dans un repère orthonormé, on obtient « la courbe de demande » (d) du consommateur **I** pour le bien X ci après : (cf.fig.5).

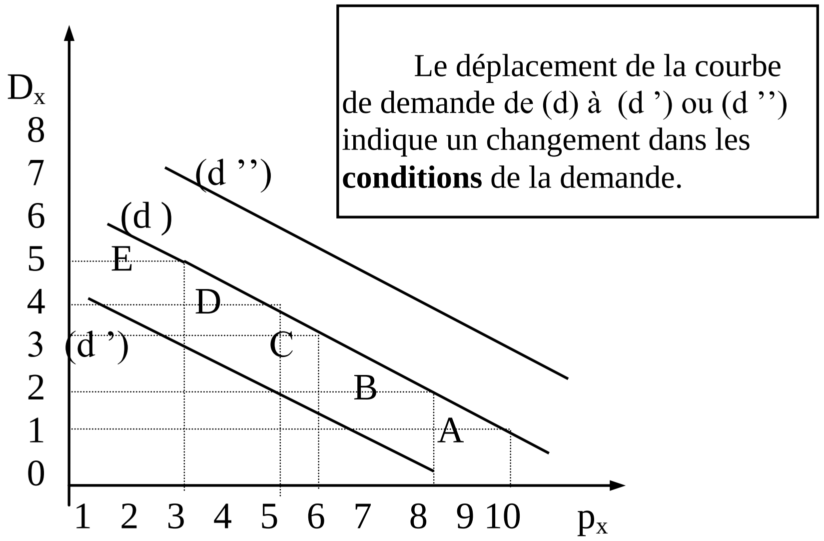


Fig.5 : Courbe de demande

Si l'on faisait varier l'une des variables de la fonction $Dx = f(px, py, R, G)$, autre que la variable p_x, la courbe représentative de D_x va se déplacer de (d) à (d ') ou (d '') :

> On dit qu'un changement des conditions de la demande entraîne **un déplacement de** la courbe de demande, contrairement à un déplacement **le long de la courbe** qui signifie une variation des quantités demandées consécutivement à la variation du prix du bien.

3. Notions de bien ordinaire et bien inférieur

A. Lorsqu'un accroissement (une baisse) du revenu R d'un consommateur **I** entraîne une augmentation (une diminution) de la demande du bien X celui ci est **un bien ordinaire** pour le consommateur **I**.

B. Lorsqu'une augmentation du revenu R d'un consommateur **I** n'entraîne pas d'accroissement de la demande du bien X, le bien X est dit **bien inférieur** pour le consommateur **I**.

1. Un **déplacement** (« vers le haut » ou « vers le bas ») de la courbe de demande du bien X **[passage de (d) à (d ') ou à (d '')]** signifie que X est **un bien ordinaire** pour **I**.
2. Le déplacement de la courbe de demande indique une variation dans **le pouvoir d'achat (PA)** du consommateur **I**.
3. Un déplacement **le long** de la courbe de demande (d) du bien X indique une variation du prix (p_x) sur le marché de X.

4. Notion de biens complémentaires et biens équivalents

A. Biens complémentaires

Dans l'hypothèse où le prix (p_x) du bien X et le revenu R du consommateur **(I) restent constants**, le bien Y sera dit **complémentaire** du bien X si une **augmentation** du prix (p_y) du bien Y entraîne **une diminution** de la quantité demandée du bien X. C'est le cas par exemple du café (bien X) et du sucre (bien Y) : Comme la consommation de sucre (Y) accompagne la consommation de café (X), l'augmentation du prix (p_y) du sucre va entraîner la diminution de la demande de café.

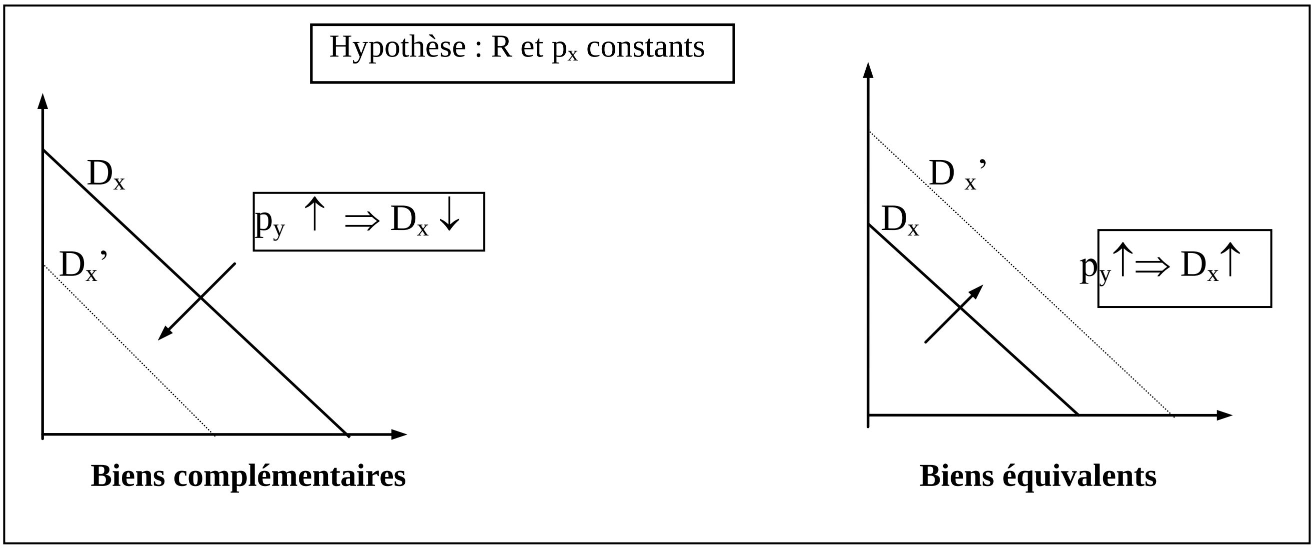
B. Biens équivalents

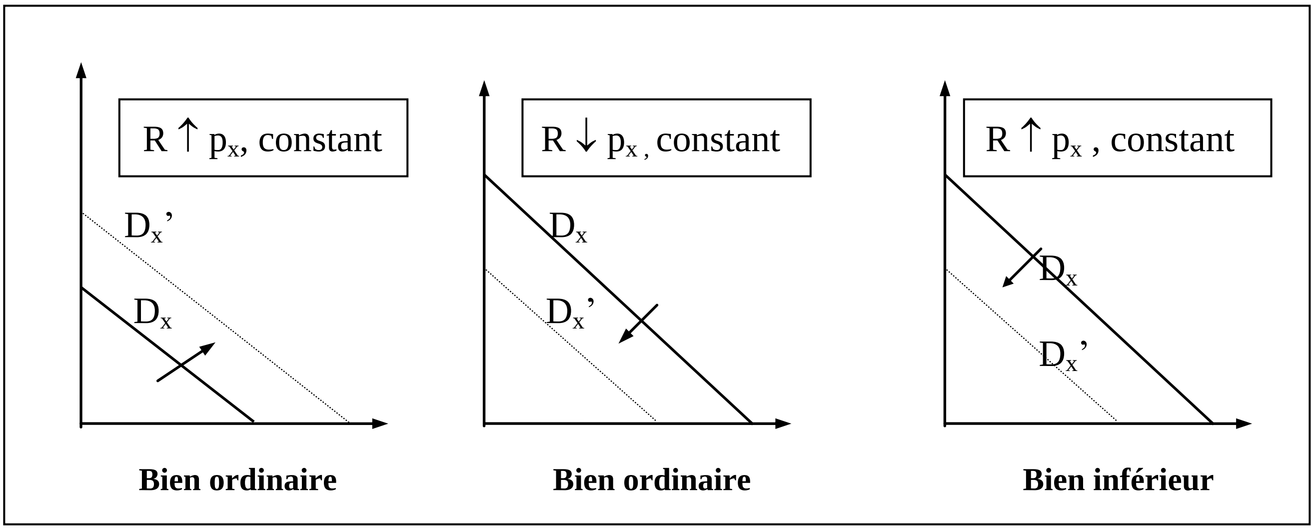
Dans l'hypothèse où le prix (p_x) du bien X et le revenu R du consommateur **(I) restent constants,** le bien Y sera dit équivalent ou substituable au bien X si **une augmentation du prix (p_y)** du bien Y entraîne **une augmentation de la quantité** du bien X. C'est le cas par exemple du café (X) et du thé (Y) : Comme la consommation de café (X) procure le même effet que la consommation de thé (Y), l'augmentation du prix (p_y) du thé impliquera une augmentation de la demande de café (X).

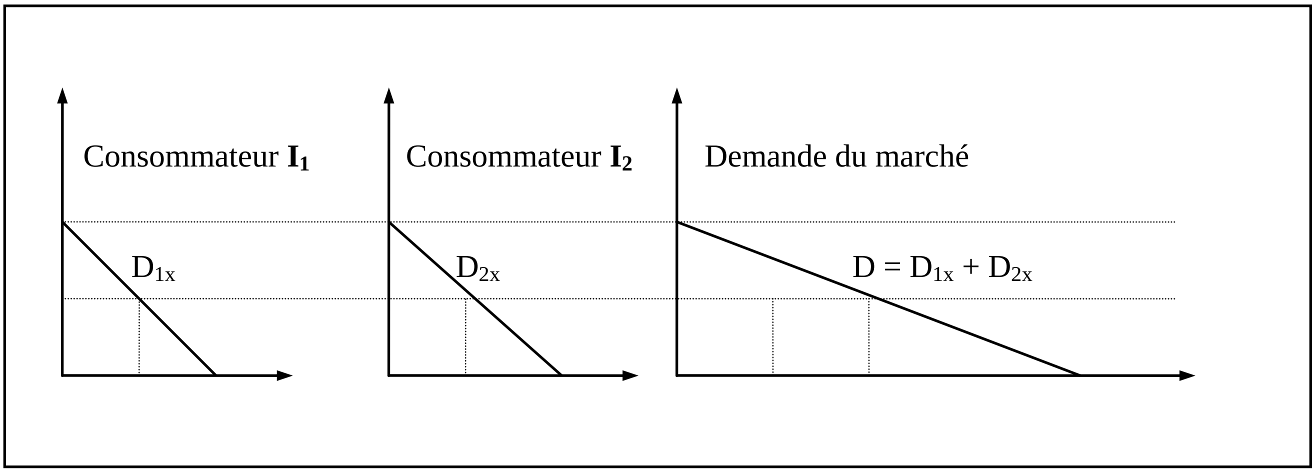
5. La demande du marché

La demande du marché ou demande **globale** d'un bien X indique la quantité totale demandée par **tous** les consommateurs de ce bien **au cours d'une période (P) donnée** . Elle est égale à la somme des demandes individuelles exprimées par l'ensemble des consommateurs à un moment donné.

Si $D_x \neq D_x' \Leftrightarrow P \neq P'$







II. Notion d'élasticité de la demande

1. Définitions des concepts

A. L'élasticité-prix de la demande mesure la variation relative de la quantité demandée d'un bien X consécutive à la variation relative de son prix (p_x) .Ainsi, lorsque D = f (p_x), alors on a :

$$\boxed{E_{Dx/px} = \Delta_x/D_x \,/\, \Delta p_x/p_x}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{E_{Dx/px} = \Delta_x/\Delta p_x \,.p_x/D_x}$$

Remarques

1. On sait que D_x=f(p_x) est une fonction décroissante du prix. L'élasticité - prix de la demande est donc **négative** puisque D_x et p_x varient en sens contraire.
2. On sait aussi que d'une manière générale, on a D_x = f (R, p_x, p_y). On peut ainsi calculer un coefficient d'**élasticité - revenu** et un coefficient d'**élasticité - prix croisée** de D_x.

B. L'élasticité-revenu de la demande mesure la variation relative de D_x consécutive à une variation relative du revenu R. Ce coefficient prend la forme mathématique ci après :

$$\boxed{E_{Dx/R} = \Delta D_x/D_x \,/\, \Delta R/R}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{E_{Dx/R} = \Delta D_x/\Delta R \,.R/D_x}$$

C. L'élasticité prix-croisée (de substitution) de la demande du bien X mesure la variation relative de la demande D_x consécutive à une variation relative du prix p_y du bien Y

$$\boxed{E_{Dx/py} = \Delta D_x/D_x \,/\, \Delta p_y/p_y}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{E_{Dx/py} = \Delta_x/\Delta p_y \,.p_y/D_x}$$

2. Demande élastique, demande inélastique, demande unitaire

Remarques préliminaires

1. On sait que l'élasticité de la demande par rapport au prix d'un bien est négative du fait que D_x et p_x varient en sens contraire. Pour ne pas avoir à compliquer les calculs, il suffit de multiplier par (-1) l'expression ($E_{Dx/px}$). On aura ainsi :

$$(- E_{Dx/px}) = - \Delta D_x/\Delta p_x \,.p_x/D_x > 0 \quad (1)$$

2. On définit l'élasticité de la fonction $D_x = f(p_x)$ comme étant la limite du rapport de l'accroissement relatif de D_x à l'accroissement relatif de p_x .C'est à dire :

$$E_{Dx/px} = \lim_{\Delta p_x \to 0} \Delta D_x/D_x \;/\; \Delta p_x/p_x = p_x/D_x \,.dD_x/dp_x = p_x/D_x \,.f\,'_{px} \quad (2)$$

b. On dira que la demande Dx = f (px) est **élastique** lorsque **$(-E_{Dx/px}) > 1$**

c. On dira que la demande Dx = f (px) est **inélastique** lorsque **$(-E_{Dx/px}) < 1$**

d. On dira que la demande Dx = f (px) a une **élasticité unitaire** lorsque **$(- E_{Dx/px}) = 1$**

3. Elasticité ponctuelle et élasticité d'Arc

Définitions

On appelle **élasticité d'arc,** l'élasticité prix de la demande entre **deux points** de la courbe de demande dont l'expression est de la forme $D_x = f(p_x)$. L'élasticité d'arc n'a qu'une **valeur approximative** qui devient d'autant plus précise que **l'arc est plus petit,** c'est à dire que les deux points se rapprochent l'un de l'autre ($\Delta p_x \to 0 \Rightarrow E_{Dx/px} = p_x/D_x.\ f\,'_{px}$) jusqu'à ne plus représenter qu'**un point limite**.

Or d'après l'équation (2) ci - dessus l'élasticité prix de la demande peut être calculée en **tout point** de la courbe de demande. Sa valeur ponctuelle est donnée justement par la formule (2).

On appellera alors **élasticité ponctuelle** l'élasticité en **un point quelconque** de la courbe de demande du bien X représentative de la fonction $D_x = f(p_x)$. Elle est donnée par la formule générale :

$$\boxed{E_{Dx/px} = f\,'_{px} \,.p_x/D_x}$$

4. Elasticités partielles de la demande

On a défini précédemment la notion d'élasticité de la demande en considérant que celle - ci était une fonction d'une seule variable (p_x). Or nous savons qu'en réalité, la quantité demandée d'un bien X dépendait à la fois du prix de X et des prix des autres biens.

On écrira donc d'une manière générale $Dx = f(p_x, p_y)$ où (p_y) symbolise le prix de tout autre bien que X.
A partir de cette équation on peut donc calculer les coefficients d'élasticité partielle de la demande (D_x) par rapport à toutes les variables (p_x) et (p_y).
Ainsi, on aura :

-Elasticité **partielle** de **(D_x)** par rapport à **(p_x) :**

$$\boxed{E_{Dx/px} = \delta D_x/\delta p_x \,.p_x/D_x} \Rightarrow \boxed{\text{Elasticité partielle } \textbf{directe}}$$

-Elasticité **partielle** de **(D_x)** par rapport à **(p_y)** :

$$\boxed{E_{Dx/py} = \delta D_x/\delta p_y \,.p_y/D_x} \Rightarrow \boxed{\text{Elasticité partielle } \textbf{croisée}}$$

III. Effet de substitution, effet de revenu et effet total

Supposons que $D_x=f(p_x, p_y, R)$.

-L'effet de substitution (ef/s) traduit la manière dont varie la quantité demandée du bien X (ou du bien Y) par rapport au bien Y (par rapport au bien X) lorsque varie le prix p_x (ou p_y) du bien X (du bien Y) « toutes choses étant égales par ailleurs ».

-Ainsi, si P_x (ou p_y) augmente (pendant que R et p_y (ou p_x) restent inchangés) l'ef/s traduira la manière dont le consommateur substituera une certaine quantité du bien Y à X (du bien X à Y). On a donc :

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta° \, p_x \Rightarrow (\text{ef/s}) \Rightarrow \text{substitution de Y à X} \\ \Delta° \, p_y \Rightarrow (\text{ef/s}) \Rightarrow \text{substitution de X à Y} \end{array}}$$

-L'effet de revenu (ef/R) traduit la modification des quantités demandées du bien X (ou du bien Y) lorsque varie le revenu R du consommateur, « toutes choses étant égales par ailleurs ».
Ainsi lorsque R varie (pendant que les prix (p_x) de X et le prix (p_y) de Y restent inchangés) l'ef/R traduira la manière dont se modifie l'équilibre du consommateur par rapport à X (par rapport à Y).

Ces deux effets de la modification de l'un des facteurs de la fonction de demande se traduisent graphiquement de la manière suivante (Fig.6).

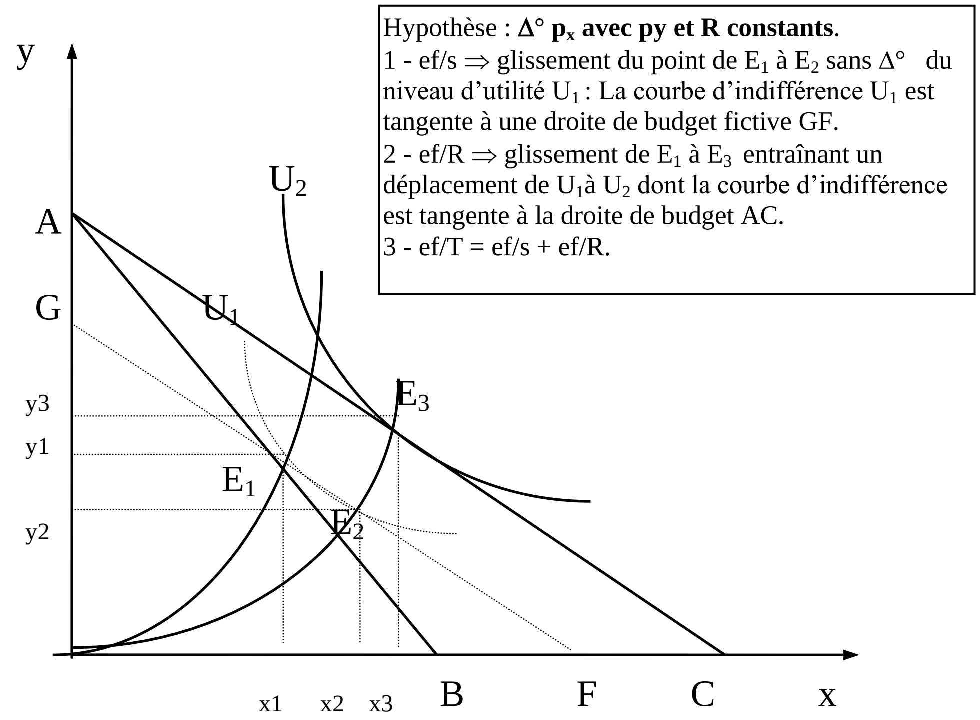


Fig. 6 Effet de substitution et effet de revenu

Interprétation de la Fig 6

1. La courbe U_1 et la droite AB se coupent en un point E_1 représentant le point d'équilibre du consommateur pour un niveau donné de son revenu R, et des prix p_x et p_y des biens X et Y. En effet, les points A et B représentent respectivement les combinaisons A $(0, R/p_y)$ et B $(R/p_x, 0)$. Le point d'équilibre E1 est situé à la fois sur la droite de budget AB et la courbe d'indifférence telle que :

$$U_1 = \text{Max. } U_t = f(x, y)$$
$$S/C \; R = x.p_x + y.p_y$$

Le point d'équilibre est représenté sur le graphique par le point $E_1(x_1, y_1)$

2. Supposons que **p_x diminue** pendant que R et p_y demeurent constants. La variation de px va induire une modification de la situation d'équilibre initiale représentée par E_1, point de tangence entre la droite AB et la courbe d'indifférence de niveau U_1.

La diminution de p_x va entraîner une modification de la demande des quantités de X et de Y, parce que le consommateur va profiter de la baisse de px pour acheter plus de bien X . Sur le graphique cela va se traduire par un glissement de x_1 vers x_2. Pour garder le même niveau d'utilité U_1, le glissement de x_1 vers x_2 implique une variation de la quantité de Y. C'est le passage de y_1 vers y_2 sur l'axe des ordonnées. Le glissement de x_1 vers x_2 entraînant le glissement de y_1 vers y_2 sans variation du niveau d'utilité indique que le consommateur a substitué du bien X au bien Y. Autrement dit, la diminution de p_x s'est traduite par **un effet de substitution (ef/s)** matérialisé sur le graphe par le passage de E_1 à E_2.

Or, le glissement de E_1 vers E_2 implique le « basculement » de la droite initiale de budget AB vers une nouvelle droite « fictive » GF telle que GF soit tangente à la courbe d'indifférence de niveau U_1 au point d'équilibre E_2 et ce, en vertu de la règle selon laquelle au point d'équilibre la courbe d'indifférence de niveau le plus élevé de l'utilité est tangente à la droite de budget du consommateur.

3 - Mais la baisse du prix p_x du bien X signifie que le consommateur est devenu « plus riche » puisque son revenu réel (son pouvoir d'achat) est plus élevé. En supposant qu'il consacre tout son revenu à l'achat du bien X, le point B (R/p_x, 0) de la droite de budget initiale AB va se déplacer vers un nouveau point C (R/p_x', 0) tel que $R/p_x' > R/p_x$ puisque $p_x' < p_x$. Ainsi, lorsque le prix du bien X diminue, la droite de budget initiale AB se déplace vers la droite AC. Comme le consommateur est devenu plus riche, il pourra donc modifier les quantités de X et de Y de telle sorte qu'il puisse avoir un niveau **supérieur** d'utilité : c'est **l'effet de revenu (ef/R)** Sur le graphique cette situation est matérialisée par le glissement de E_1 (x1, x1) vers E_3 (x_3, y_3) situé à la fois sur la droite AC et la courbe d'indifférence U_2 telle que $U_2 > U_1$.

4. En définitive, le passage de E_1 à E_3 , appelé **effet total (ef/T)** de la variation du prix de X est le résultat d'un double effet (induit par la variation du prix de l'un des deux biens) :
Un effet de substitution (Ef/s), matérialisé par le glissement de E_1 à E_2 sur la fig.6 et
Un effet de revenu (Ef/R), (dû à l'augmentation du niveau du pouvoir d'achat consécutif à la diminution de p_x) matérialisé par le glissement de E_2 à E_3 sur la fig.6.

On peut donc résumer symboliquement que E**f/T = Ef/S + Ef/R.**

Remarques

1. Le raisonnement qui vient d'être exposé sur la base d'une variation du prix de X peut être mené sur la base d'une variation du prix de Y. Les résultats sont identiques.
2. Les points E_2 et E_3 sont situés sur la même courbe de niveau de vie (ou courbe de consommation - revenu) qui joint, nous l'avons vu, les points d'équilibre successifs liés aux variations du revenu. Celui - ci peut varier en termes monétaire (variation nominale) ou en termes de pouvoir d'achat (variation de revenu **réel** lié à la variation des prix).
3. Les droites de budget AC et GF sont parallèles entre elles. En effet, le glissement de E_3 vers E_2 indique que la droite AC glisse **parallèlement à elle-même** jusqu'à FG parce que le rapport des prix reste constant.

Deuxième Partie : La théorie de la production

Introduction

La théorie du comportement du consommateur repose sur l'hypothèse de cette capacité de l'individu (I) à établir des choix de consommation à l'aide de l'utilité qu'il retire des différentes quantités de biens qu'il achète sur le marché de ces biens compte tenu de ses goûts, de son revenu et de leurs prix. Son objectif étant de maximiser cette utilité. La consommation consiste donc pour l'individu (I) à transformer des quantités de biens achetées pour « produire » de l'utilité pour lui - même.

De la même façon, **le producteur** (on dira aussi **l'entrepreneur** et par extension, **l'entreprise**) est un individu (l'entreprise comme l'individu est considérée comme **centre de décision autonome**) dont l'activité consiste également à transformer des quantités de biens et services acquises sur le marché pour fabriquer un produit (P) non pas « pour lui - même » mais qu'il vendra sur le marché aux consommateurs (demandeurs) de (P) : la consommation et la production sont des activités **complémentaires** l'une de l'autre !

En produisant puis en vendant (P), le producteur cherche à **maximiser son profit**. Cet objectif du producteur dépend donc des quantités de biens et services qu'il transforme pour obtenir les quantités de produits P qu'il ira vendre sur le marché. Le volume de sa production dépend, en d'autres termes, de la quantité de **facteurs de production** qu'il achète et qu'il utilise dans la fabrication de (P). Les dépenses occasionnées par l'achat des facteurs de production constituent des **« coûts de production »** du produit (P) : les coûts de production dépendent donc des quantités de facteurs. Au total on retient de ce qui précède :
1. Le consommateur obtient de l'utilité U, en transformant par la consommation, des quantités de biens achetés sur le marché.
2. De même, le producteur obtient un produit (P) en transformant par la production des quantités de facteurs de production achetés sur le marché.

Il faut retenir donc que si pour le consommateur la maximisation de son utilité dépend de son revenu (quantité de monnaie) compte tenu des prix des biens qui lui procurent de l'utilité, pour le producteur, la maximisation de son profit dépend de la différence entre ces recettes (obtenues en vendant son produit) et ses dépenses (occasionnées par l'achat des quantités de facteurs de production).

En résumé, le producteur rationnel cherchera à augmenter ses ventes de produits pour maximiser son profit. Celui - ci sera donc le résultat
1. du volume (quantité) de production
2. du niveau des coûts de production

Le comportement rationnel du producteur s'analyse ainsi à travers :

-La relation entre les quantités produites et les quantités de facteurs utilisées : c'est l'approche par **les fonctions de production** et
-La relation entre les recettes et dépenses : c'est l'approche par **les fonctions de coûts.**
Autrement dit, ce que l'on va appeler **la fonction d'offre** du producteur sur le marché de (P) peut - être analysée du point de vue **technique** (combinaison de facteurs et volume de production) ou du point de vue **économique** (quantités vendues et prix des facteurs de production). Le producteur utilise, pour obtenir le produit (P) qu'il va offrir (vendre) sur le marché des facteurs de production dont les quantités sont liées au volume de la production.

Certains facteurs de production demeurent fixes durant **la période** de production pendant que d'autres facteurs varient en fonction **du volume** de la production.

On définit ainsi, pour une période déterminée de production deux types de facteurs de production : le facteur fixe et le facteur variable.
On dira alors que :
-le facteur (K) est **fixe** lorsque la quantité utilisée (k) de (K) est indépendante de la quantité (p) fabriquée du produit (P) au cours d'une période temporelle (T) donnée.
-le facteur (L) est **variable** lorsque la quantité utilisée (l) de (L) dépend de la quantité (p) du produit (P) fabriquée durant **la même période (T)**.

Ainsi, les facteurs sont fixes ou variables en fonction de la période considérée. Les facteurs variables seront d'autant plus nombreux que la période de production est longue. Autrement dit, les facteurs considérés comme des facteurs fixes au cours d'une période deviennent des facteurs variables lorsque s'allonge la période de production.
La courte période (CP) sera donc définie comme étant la période où « la capacité de production » installée (outillage, bâtiments) reste inchangée : En CP, la main d'œuvre et les matières premières sont des facteurs variables tandis que les bâtiments et l'outillage sont des facteurs fixes.
La longue période (LP) sera au contraire définie comme étant la période temporelle suffisamment longue pour que la capacité de production installée change : le producteur procède à des investissements dont le but est d'accroître la production.

En **CP**, il existe des facteurs **fixes** (la capacité de production installée) et des facteurs **variables** (la main d'œuvre et les matières premières).
En **LP**, tous les facteurs sont **variables** (la main d'œuvre, les matières premières et la capacité de production changent avec le volume de la production.

Chapitre I : L'approche technique par les fonctions de production

L'approche technique du comportement du producteur est basée sur l'analyse de **la relation** entre le volume de la production et les quantités de facteurs de production. C'est l'analyse par les **fonctions de production**.

La fonction de production est l'expression mathématique de cette relation entre les quantités de facteurs de production et les quantités de produit obtenues. Compte tenu de ce qui a été développé en introduction, il y a lieu de considérer la fonction de production de courte période et la fonction de production de longue période.

I. La fonction de production de courte période

L'hypothèse établie de la CP est que la capacité de production installée (terre, outillage et bâtiments) ne varie pas : ce sont des **facteurs fixes**. Au contraire, les volumes de la main d'œuvre et des matières premières varient en fonction du volume du produit fabriqué : ce sont des **facteurs variables**.

Supposons donc un producteur (une entreprise) qui fabrique sur une capacité donnée de production, un produit (P) à partir de deux facteurs (K) et (L).Si l'on désigne par (p) la quantité de produit (P) obtenue et par (k) et (l) les quantités de facteurs utilisées pour fabriquer (p), on pourra écrire symboliquement que : **P = f (k, l) (I)**

La relation (I) est **la fonction de production** de l'entrepreneur (E). Elle exprime le fait que le volume de production (ou la quantité) du produit (p) dépend des quantités (k) et (l) de facteurs utilisées.

Comme la fonction d'utilité du consommateur, la fonction de production est supposée **continue** sur son intervalle de définition. Cela implique que les quantités de facteurs de production sont **divisibles «à l'infini »** et ce même s'il n'est pas « tout à fait » réaliste de parler d'utilisation d'un huitième d'ouvrier ! C'est une hypothèse de travail dont la conséquence est de dire que :

La quantité du produit (p) peut - être obtenue à l'aide d'un nombre infini de combinaisons de facteurs K et L.

Dés lors, cette hypothèse de la continuité permet de définir deux nouveaux concepts :
-le concept de **productivité** physique des facteurs et
-le concept d'**iso - produit**.

1. Les concepts de productivité physique des facteurs

A partir de la relation « technique » qui relie le volume du produit (p) aux quantités de facteurs k et l, on définit les concepts de productivité **totale**, productivité **moyenne** et productivité **marginale** d'un facteur de production.

A. La productivité totale d'un facteur de production :

Reprenons la relation (I) ci dessus et supposons donnée la quantité k du facteur K. Soit k_0 cette quantité constante de K. la fonction de production précédente devient fonction d'une seule variable, la quantité l du facteur L. Elle s'écrit :

$$P=f\,(k_0\,,\,l)\ (2)$$

La relation (2) exprime le fait que le volume de production (p) varie en fonction de la seule variable l puisque k_0 est une constante. Elle représente la **productivité totale** du facteur L. Elle est obtenue à l'aide d'une combinaison d'une quantité **variable** du facteur L et d'une quantité constante du facteur K.

B. La productivité moyenne d'un facteur de production

Si la relation (2) représente la productivité totale du facteur L, alors on en déduit que la productivité moyenne du facteur K sera : $P_M = p/l = f\,(k_0, l)/l$ (3)

La relation (3) montre que la productivité **moyenne** du facteur L est égale au **rapport** de la quantité totale (p) du produit sur la quantité (l) du facteur L utilisée pour obtenir (p).

C. La productivité marginale d'un facteur

La productivité **marginale** d'un facteur de production exprime la variation de la productivité totale de ce facteur lorsque la quantité utilisée de ce facteur. Reprenons la fonction de production donnée par la relation (I) ci dessus. Nous avions supposé qu'elle était **continue** sur son intervalle de définition. De la relation (I), on avait tiré la relation (2) qui exprime le fait que le volume de la production est fonction de la seule variable (l). Appelons Δl la variation du facteur L et Δp la variation correspondante de p. On définit la productivité marginale du facteur L comme la limite du rapport $\Delta p/ \Delta l$ quand Δl tend vers 0. Autrement dit, si p_{mg} désigne la productivité marginale du facteur L, on aura :

$$Pm = \lim_{\Delta l \to 0} \Delta p/ \Delta l = \delta p/\delta l = f'_l (k_0, l) \qquad (4)$$

La productivité **marginale** d'un facteur L est égale à la variation de la productivité totale consécutive à la variation d'une unité de la quantité (l) utilisée de ce facteur. Elle s'exprime à l'aide de **la dérivée partielle** de la fonction de production (I).

2. Illustration graphique

Soit $p = f (k_0, l)$ la fonction de production telle que:

Qu. de L		**$p = f (k_0, l)$**	**$p_M = f (k_0,l)/l$**	**$p_m = \delta p/\delta l$**
	0	0	0	-
Ph.I	1	4	4	4
	2	12	6	8
	3	17	5,6	5
	4	20	5	3
Ph.II	5	22	4,4	2
	6	23	3,8	1
	7	23	3,2	0

Commentaire du tableau

1. L'augmentation de la quantité de facteur (l) entraîne dans un premier temps, **un accroissement plus que proportionnel** de la quantité de produit (p). Dans le même temps, **la productivité marginale est croissante** : C'est la phase 1 de la production.
2. Très rapidement, on voit que la quantité de produit augmente **moins que proportionnellement**, à mesure que la quantité du facteur (l) augmente. Durant toute cette phase, **la productivité marginale est décroissante :**C'est la phase 2 de la production, qui exprime **« la loi des rendements décroissants ».**

Le raisonnement, à la base de cette loi des rendements décroissants est le suivant (cf. l'ouvrage déjà cité du Pr. A.Benachenhou p.282.) : L'utilisation croissante d'un facteur variable (l) combinée avec un facteur de production fixe va entraîner **probablement** dans un premier temps (Ph.I) un rendement croissant (une production (p) plus que proportionnelle) puis celle ci va **probablement**, dans un second temps (Ph.II) se ralentir et **croître moins rapidement que l'augmentation des quantités de facteurs utilisées.** C'est ce qu'expriment le tableau et le graphique précédent.

Ainsi, la **loi des rendements décroissants** (certains auteurs préfèrent parler de **« loi de la productivité marginale décroissante »** (Cf. J. Lecaillon, in Analyse micro économique : Ed. Cujas Paris 1967, p.83) signifie que la phase où la production est la plus efficace est celle où l'augmentation des quantités de facteurs production implique la décroissance de la productivité marginale. Ainsi sur le graphique (cf.7), on remarque :

-La courbe représentative de Pmg passe par un point **maximum** correspondant **au point d'inflexion** de la courbe représentative de Pt (à partir duquel, l'augmentation de la production est **moins que proportionnelle** à la quantité de facteur utilisée). La courbe Pmg commence alors à décroître jusqu'à s'annuler **au moment où Pt atteint son maximum.**

La courbe représentative de Pmg coupe la courbe P_M (du produit moyen) en **son point maximum** ce que l'on démontre assez facilement :
En effet, on sait que la courbe PM = Pt/l = $f(k_0,l)/l$, atteint son maximum lorsqu'on a :
(Pt/l)' = 0 c'est à dire lorsque $f'_l(k_0,l) = 0$.

Or, $f'_l(k_0,l) = 0 \Rightarrow \boxed{l.\ f'(k_0,l) - f(k_0,l)/l^2 = l.\ f'(k_0,l)/l^2 - f(k_0,l)/l^2 = 0}$

d'où l'on tire ainsi que :

$$\boxed{f'(k_0,l)/l^2 = f(k_0,l)/l^2}$$

soit, en simplifiant on obtient :

$$f'(k_0,l)/l = f(k_0,l)/l^2 \text{ ou encore } f'(k_0,l) = f(k_0,l)/l \Rightarrow \text{CQFD}$$

On sait en effet que :

$$\boxed{f'(k_0,l) = Pm \text{ et } f(k_0,l)/l = PM}$$

II Les courbes d'iso - produit

1. Définition et représentation graphique

Dans ce qui précède, nous avions considéré la relation fonctionnelle $p = f(k_0, l)$ entre la quantité produite (p) et un facteur de production (l) qui variait pendant que l'autre (k) restait constant (noté k_0). Dans l'hypothèse de la variation des deux facteurs, il est plausible, tout en restant dans la courte période, d'envisager des combinaisons de facteurs (k, l) qui permettent d'obtenir le même volume (p_0) de production. La relation fonctionnelle devient dans ce cas :

$$\boxed{P_0 = f(k, l)}$$

Donc la représentation graphique, appelée **courbe d'iso-produit** ou **isoquants**, peut-être définie comme la représentation de toutes les combinaisons de facteurs K et L qui donnent le **même niveau de production**.

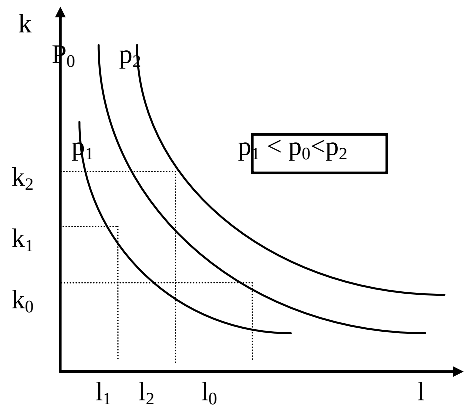


Fig. 8 : Courbes d'iso - produit.

Les courbes d'iso-produit (isoquantes) sont de même nature que les courbes d'indifférence de la théorie du consommateur. En particulier, elles permettent de définir **le taux marginal de substitution** des facteurs lorsque l'on se déplace le long de la courbe d'iso - produit, c'est à dire, lorsque varient les combinaisons de facteurs sans que cela n'implique une variation de la quantité produite.

2. Le taux marginal de substitution technique des facteurs de production (TMST)

Comme dans le cas du consommateur, il est « intéressant » pour le producteur rationnel de savoir à quel taux il va pouvoir substituer les facteurs de production de manière à garder le même niveau de production, c'est à dire de faire varier la combinaison de facteurs tout en restant sur la même courbe d'iso - produit. Pour ce faire, il va déterminer le taux marginal de substitution technique, en raisonnant à partir de la différentielle totale de la fonction de production p = f(k, l). On a en effet :

$$\boxed{dp = \delta p/\delta k.\ dk + \delta p/\delta l.\ dl}$$

Comme par hypothèse $p = p_0$ = constante (sur l'iso quant), on a donc :

dp = 0 d'où l'on tire : $\boxed{\delta p/\delta l.\ dl = -\ \delta p/\delta k.\ dk \Rightarrow \frac{\delta p/\delta k}{\delta p/\delta l} = -\ dl/dk}$

La quantité (-dl/dk) qui représente l'opposé de la pente de la courbe iso - produit est appelée **taux marginal de substitution technique (noté TMST)**.

Le TMST est égal au rapport des productivités marginales des facteurs de production puisque l'on sait que δp/δl = Pm (l) et δp/δk = Pm (k).

Chapitre II : La fonction de production de longue période

Rappelons que nous avons « opposé » la courte période à la longue période en faisant valoir que dans l'hypothèse de la LP, tous les facteurs de production, y compris la capacité de production installée, est des **facteurs variables.** Autrement dit**,** en LP, il n'existe pas de **facteurs fixes**.

I. Notion de « rendement d'échelle » ou rendement dimensionnel

On dira que **l'échelle** de la production a varié, lorsque les quantités de facteurs de production utilisés par le producteur varient **simultanément** dans **la même proportion.** On parlera également dans ce cas du changement de **la taille** de l'entreprise. Il est ainsi intéressant de savoir comment varie la production lorsque change la taille de l'entreprise.

Considérons un entrepreneur qui décide à un moment déterminé de modifier dans la même proportion les quantités de ses facteurs de production (équipements, travail et matières premières). Quelle va être la quantité produite dans ces nouvelles conditions ? C'est là en réalité **la question des rendements d'échelle** qu'il est amené à se poser.

Supposons par exemple une variation des quantités de facteurs passant du simple au double :

Si, lorsque la quantité de facteur passe du simple au double et que parallèlement la quantité produite augmente dans **la même proportion**, alors on dira que **les rendements sont constants**. Ce cas est parfaitement plausible, il n'est cependant pas systématique. En effet, pour différentes raisons (techniques, organisationnelles et managériales, les modifications des quantités de facteurs dans une certaine proportion n'induisent pas toujours une variation directement proportionnelle de la quantité produite. Deux autres possibilités peuvent se présenter :

A. Si la variation de la quantité produite est **plus que proportionnelle** à la variation des quantités de facteurs utilisés, on dira que **les rendements sont croissants**.
B. Si au contraire, la variation de la quantité produite est **moins que proportionnelle** à la variation des quantités de facteurs utilisés, on dira que **les rendements sont décroissants**.

II. Les fonctions de production homogènes

1. Définition d'une fonction de production homogène

Soit p = f (k, l) une fonction de production à deux variables k et l. On dira que cette fonction est **une fonction de production homogène de degré (λ)** , ($\lambda \in R$) si

$$\boxed{\begin{array}{c}\forall\, a \in R^{+} - \{0\}\text{ , on a :} \\[1em] f(ak, al) = a^{\lambda} \cdot f(k, l) = a^{\lambda}.p\end{array}}$$

On énonce différemment, qu'une fonction de production est homogène de degré **(λ)** lorsque la multiplication des facteurs par une constante **(a)** entraîne la multiplication de la fonction par la valeur **(a^{λ})** .

2. Fonctions de productions homogènes et rendements à l'échelle

Rappelons que si on a : $f(ak, al) = a^{\lambda} f(k, l) = a^{\lambda} f(k, l) = a^{\lambda}. p$, alors $p = f(k, l)$ est dite fonction homogène de degré **(**λ**)**.

Supposons une fonction de production $p = f(k, l)$ homogène de degré $\boldsymbol{\lambda > 1}$. D'après ce qui précède, on peut écrire que : $\forall a \in R^{+} - (0)$ on aura $f(ak, al) = a^{\lambda}. f(k, l) = a^{\lambda}.p$. Ce qui signifie qu'en multipliant la quantité de facteurs par **a** , la quantité produite a été, elle, multipliée par la quantité $\boldsymbol{a^{\lambda} > a}$ (on sait en effet que $\forall \lambda > 1$, on $a^{\lambda} > a$) ; c'est à dire que la quantité obtenue du produit est **plus que proportionnelle** à la quantité des facteurs utilisés : dans ce cas, on dira que **les rendements sont croissants**.

Exemple : Posons $\lambda = 2$ et envisageons le cas où le producteur décide de tripler la quantité de ses facteurs de production : c'est à dire que $a = 3$). La fonction de production étant par hypothèse, une fonction homogène, on peut donc écrire : $f(3k, 3l) = 3^{2} .f(k, l) = 9p$. Ce qui montre qu'en multipliant par 3, les facteurs de production, le producteur a multiplié par 9 la quantité produite. **Les rendements sont plus que proportionnels à la quantité de facteurs utilisés**

Supposons maintenant que la fonction de production $p= f (k, l)$ est homogène de degré $\boldsymbol{\lambda = 1}$. Multiplions les quantités de facteurs par $a > 0$; on aura , toujours d'après la définition de la fonction homogène : $f(ak, al) = a^{1}. f(k, l) = a .p$. Ce qui signifie qu'en multipliant la quantité de facteurs par **a** , la quantité obtenue produite a été, elle, multipliée par la même proportion **a.** (on sait en effet que $\forall a$, $a^{1} = a$) ; c'est à dire que la quantité obtenue du produit est **proportionnelle** à la quantité de facteurs utilisés : dans ce cas, on dira que **les rendements sont constants**.

Exemple : Supposons que dans ce cas, le producteur décide également de tripler la quantité de ses facteurs de production. On peut écrire donc de la même façon : $f(3k, 3l) =3^{1}.f(k, l) = 3p$. Ce qui signifie qu'en multipliant la quantité de facteurs par 3, la quantité de produit obtenue est **également** multipliée par 3. **Les rendements sont constants.**

Supposons enfin que la fonction de production $p = f(k, l)$ est homogène de degré $\boldsymbol{0 < \lambda < 1}$. Multiplions les quantités de facteurs par $a > 0$; on aura, d'après la définition de la fonction de production homogène : $f(ak, al) = a^{\lambda}f(k, l) = a^{\lambda}.p$. Ce qui signifie qu'en multipliant la quantité de facteurs par **a**, la quantité produite obtenue a été, elle, multipliée par

la quantité $\boldsymbol{a^{\lambda} < a}$ (on sait en effet que$\forall$ $\lambda <1$, λ étant positif, on a $\boldsymbol{a^{\lambda} < a}$, lorsque **a** est lui - même positif) ; c'est à dire que la quantité obtenue du produit est **moins que proportionnelle** à la quantité de facteurs utilisés : dans ce cas, on dira que **les rendements sont décroissants**.

Exemple : Posons $\lambda =1/2$ et envisageons de même que le producteur décide de tripler la quantité de ses facteurs de production. On peut donc écrire : $f(3k,3l) = 3^{1/2}f(k, l) = 3^{1/2} .p$. Comme $3^{1/2} < 3$, on voit que la quantité obtenue du produit est moins que proportionnelle à la quantité de facteurs utilisés. **Les rendements sont décroissants**.

Remarque : Considérons une fonction de production homogène de degré $\boldsymbol{\lambda = 0.}$ On peut donc écrire que $f(ak, al) = a^{0} f(k, l) = a^{0}.p$. Or, on sait que $\forall$ **a >0** on a $\boldsymbol{a^{0} = 1}$ On en déduit que lorsqu'une fonction de production est homogène de degré **λ =0**, on aura toujours **f(ak, al) = f(k, l) = p**. C'est un cas particulier parmi les fonctions de production à rendements décroissants (fonction de production homogène de degré :**$\lambda < 1$**).

RESUME

Degré	Rendements
$\lambda > 1$	Rendements **croissants**
$\lambda = 1$	Rendements **constants**
$\lambda < 1$	Rendements **décroissants**

III. La fonction de production de COBB-DOUGLAS

La fonction Cobb-Douglas est une fonction de production homogène de type particulier qui porte le nom des deux économistes américains qui l'ont étudiée en s'employant à analyser les effets de l'augmentation des quantités des facteurs K et L dans **une même proportion**. La particularité de cette fonction de production tient d'abord à sa formulation caractéristique. Elle se présente en effet sous la forme :

$$\boxed{P = f(l, k) = \beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}}$$

Où: P est le volume de la production

l et k sont respectivement, les quantités utilisées du facteur « travail » L et du facteur « capital » K.

α et β sont des constantes telles que : **$0 < \alpha < 1$ et $\beta > 0$**

Augmenter la quantité de facteurs dans une même proportion revient à multiplier l et k par le même nombre a > 0. Il vient : $\beta(al)^{\alpha}.\,(ak)^{1-\alpha}$ ce qui donne en isolant le facteur commun (a) :

$$a\,(\beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}) = a.\,p = a^{1}.\,p$$

$$\Downarrow$$

La fonction COBB-D OUGLAS est une fonction homogène de degré λ =1

Comme la fonction Cobb-Douglas est une fonction homogène de degré 1, ses dérivées partielles sont, (en vertu de la propriété 1 des fonctions homogènes), elles - mêmes des fonctions homogènes de degré **λ = 0**.

Calculons ces dérivées partielles. Après calculs, il vient :

$$\delta p/\delta l = \beta\alpha l^{\alpha-1}.k^{1-\alpha} \quad \text{et} \quad \delta p/\delta k = \beta l^{\alpha}(1-\alpha)k^{-\alpha}$$

Appliquons alors la propriété 2 c'est à dire : $\lambda p = \lambda f(k, l) = l.(\delta p/\delta l) + k.(\delta p/\delta k)$. Comme on vient de montrer que la fonction **Cobb-Douglas** était homogène de degré $\lambda = 1$, on doit avoir : $p = l.(\delta p/\delta l) + k.(\delta p/\delta k)$, soit (puisque $p=\beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}$) :

$\beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha} = l.(\delta p/\delta l) + k.(\delta p/\delta k) = l.\,[\beta\alpha l^{\alpha-1}.k^{1-\alpha}] + k.\,[\beta l^{\alpha}(1-\alpha)k^{-\alpha}]$. En développant le

deuxième membre de cette égalité, on obtient, après calculs :

$$\boxed{\begin{array}{c} \beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha} = \alpha.\,(\beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}) + (1-\alpha).(\beta\, l^{\alpha}\, k^{1-\alpha}) \\ \Downarrow \\ p = \alpha p + (1-\alpha)p \end{array}}$$

Commentaire : Ce résultat montre que si on rémunère les facteurs de production selon leur productivité marginale respective (**$\delta p/\delta l$** pour le facteur travail et **$\delta p/\delta k$**) pour le capital), la production totale est répartie exactement entre les facteurs dans les proportions α pour le travail et **$(1-\alpha)$** pour le capital. On démontre par ailleurs assez facilement que α et **$1-\alpha$** représentent respectivement l'élasticité de (p) par rapport aux facteurs L et K.

Chapitre III : L'objectif du producteur

I. Position du problème

Les développements précédents sont basés sur l'aspect technique du comportement du producteur où il était question de combinaison de facteurs et de quantités produites. Pour aller plus loin dans l'analyse, nous allons introduire maintenant des éléments d'ordre économique afin de mieux cerner l'objectif ultime du producteur rationnel.

Comme tous les autres biens économiques, les facteurs de production ont un prix déterminé par le marché (de chacun de ces facteurs). Ils s'imposent donc en tant que tels lorsque l'entrepreneur choisit une certaine combinaison « technique » de production.

De même, le prix du produit P que mettra en vente le producteur est déterminé par le marché de P: il s'impose là aussi comme une donnée dont tient compte le producteur dans sa stratégie de production. En d'autres termes, le producteur ne peut pas vendre son produit au prix qu'il veut. Il n'exerce par hypothèse, aucune influence ni sur le marché des facteurs de production qu'il utilise ni sur celui des produits qu'il met lui-même en vente.

Ces hypothèses sont une conséquence du Marché de Concurrence Pure et Parfaite (MCPP) que nous analyserons plus loin, dans lequel évolue le producteur rationnel. Celui - ci cherche non pas tant à produire plus mais à mettre sur le marché une certaine quantité du produit P qu'il fabrique, de manière à maximiser son profit. Ainsi, un producteur rationnel (on dira aussi un entrepreneur rationnel) aura un double souci :

1. d'une part, il cherchera à vendre (à produire) une quantité du produit P telle qu'il puisse réaliser **une recette R maximale**.

2. d'autre part il cherchera à minimiser les dépenses occasionnées par l'achat des facteurs de production, c'est à dire à **minimiser ses coûts totaux (C_t) de production.**

L'objectif ultime de l'entrepreneur est donc de maximiser la différence π = **($R - C_t$)**
Soit :

$$\mathbf{Max.\ \pi = (R - C_t)}$$

1. Equation de coût total et ligne d'iso-coût

Dans un souci de simplification de l'analyse, plaçons - nous dans le cas où l'entrepreneur utilise sur une capacité de production **fixe** (déjà installée), deux facteurs **variables** (L et K) respectivement le facteur travail et le facteur capital et ce pour fabriquer le produit (P).

Soit p_l et p_k les prix unitaires des facteurs L et K, sur les marchés de L et K. Appelons l et k respectivement les quantités utilisées de ces facteurs variables pour la production d'une certaine quantité p du bien P. Dans ces conditions, **les coûts d'utilisation** des facteurs seraient : $\mathbf{C_l = l.\ p_l}$ et $\mathbf{C_k = k.\ p_k}$ respectivement pour le facteur L et pour le facteur K. Si par ailleurs, on désigne par les coûts $\mathbf{C_f}$ liés aux facteurs fixes, on aura au total :

$$\boxed{C_t = C_l + C_k + C_f} \quad (1)$$

C'est, l'équation du coût total, dans laquelle la somme ($C_l + C_k$) représente **le coût d'utilisation** des facteurs variables que l'on note :

$$\boxed{C_{vt} = C_l + C_k = l.\ p_l + k.\ p_k = C_t - C_f} \quad (2)$$

L'équation (1) devient en définitive :

$$\boxed{C_t = C_{vt} + C_f} \quad (3)$$

Remarque : Le coût total n'est pas illimité dans la mesure où les ressources de l'entrepreneur ne sont elles - mêmes pas illimitées. Une fois installée sa capacité de production (dont le coût est C_f), les ressources disponibles (R_d) pour l'achat des quantités l et k respectivement des facteurs variables L et K sont au plus égales coût variable total puisque l'objectif du producteur est de minimiser ses coûts. On a alors :

$$\boxed{R_d = C_{vt} = l.\ p_l + k.\ p_k} \quad (4)$$

L'équation (4) appelée **équation de coût** (dans laquelle l et k sont les variables et p_l et p_k sont des paramètres) représente une droite appelée **la ligne d'iso-coût**.

2. La représentation graphique de la ligne d'iso-coût et ses caractéristiques

Par un raisonnement analogue à celui qui nous a permis de représenter la droite budgétaire dans le cas du consommateur rationnel, on construit la droite représentant l'équation de coûts du producteur que l'on a appelée ligne d'iso - coût (voir Fig. 9).

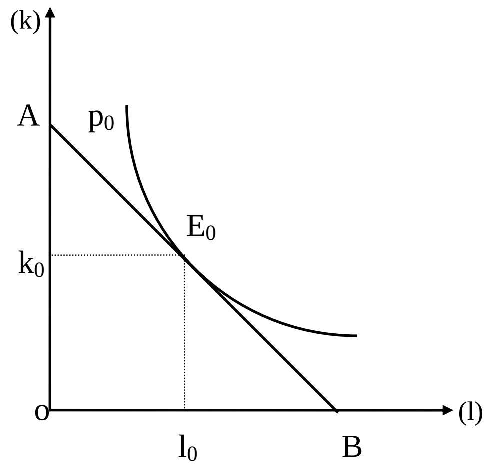


Fig.9 : Ligne d'iso - coût

Construction et définition de la ligne d'iso - coût:

a/ Supposons que le producteur utilise toutes ses ressources disponibles (R_d) à l'achat du seul facteur k ;l'équation (4) devient $R_d = C_{vt} = k. .p_k$. Dans ce cas, la quantité maximale de K que le producteur peut acheter sera égale à $k = R_d/p_k$. La quantité de L sera alors égale à 0 Le point A $(0, R_d/p_k)$ est situé sur la droite représentative de l'équation (4) ci dessus.

b/Par un raisonnement identique on construit le point B $(R_d/p_l ,0)$ situé également sur la droite représentative de l'équation (4). Dans le cas du point B, le producteur dépense toutes ses ressources disponibles à l'achat du facteur L.

En joignant les deux points A et B on construit la ligne d'iso - coût, expression de l'équation de coût (4) que l'on pourrait définir comme étant : **le lieu géométrique de toutes les combinaisons de facteurs de production K et L que le producteur est susceptible d'acquérir compte tenu de ses ressources.**

Comme la droite budgétaire dans le cas de l'analyse du comportement du consommateur, la ligne d'iso - coût est **décroissante**. Sa pente est donc **négative.** On démontre cela assez facilement en effet, à partir de l'expression (4) ci - après :

$$\boxed{R_d = C_{vt} = l.\ p_l + k.\ p_k} \quad (4)$$

De cette expression on peut mettre en évidence la valeur de la pente de la ligne d'iso - coût en opérant une transformation de l'écriture de (4) d'où l'on peut tirer :

$l.\ p_l = R_d - k.\ p_k \Rightarrow l = -\ k.\ (p_k/\ p_l) + (R_d/\ p_l)$. Or l'expression

$$\boxed{l = -\ k.\ (p_k/\ p_l) + (R_d/\ p_l)} \quad (4')$$

représente l'équation d'une droite de la forme $y = ax + b$. Nous savons que dans ce cas la pente de y est égale à (a). Par analogie, on déduit que dans l'expression (4'), la pente est égale à$[-\ (p_k/\ p_l)]$. Comme la quantité $(p_k/\ p_l)$ est **positive**, puisqu'elle représente le rapport des prix des facteurs de production, la quantité $[-\ (p_k/\ p_l)]$ est nécessairement **négative**. Ce qui implique que la ligne d'iso - coût est **décroissante**

II. La formalisation de l'objectif du producteur

1. L'équilibre du producteur

Les développements consacrés à l'équation de coût laissent entrevoir que le producteur rationnel vise à déterminer la combinaison optimale des facteurs de production qui lui permettra de fabriquer une quantité (p) de P telle que son profit soit maximum.

Graphiquement, cet objectif se traduit par la nécessité de faire coïncider **l'iso - quant de niveau le plus élevé** avec **la ligne d'iso-coût** correspondant à un **coût total donné**. Sur la fig. 9, cette situation est représentée par le point E_0 (l_0, k_0). Plus les ressources nécessaires à la couverture des coûts totaux (coûts fixes + coûts variables) sont importantes plus l'iso - quant correspondant à ces ressources est éloigné de l'origine (Fig. 10).

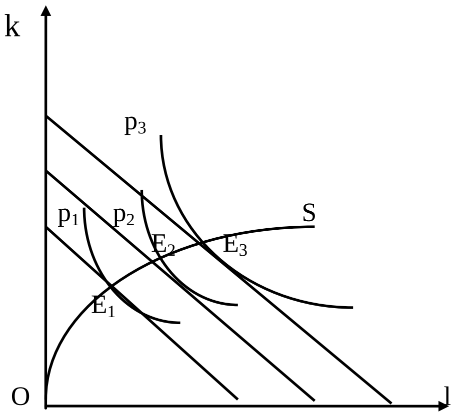


Fig. 10 : Situations d'équilibre

Commentaire

La fig.10 représente différentes situations d'équilibre E_1, E_2 et E_3, correspondant à des niveaux de production P_1, P_2 et P_3 eux - mêmes différents parce que correspondants à des coûts totaux différents. Ainsi on a d'après ce graphique

$$\boxed{p_3 > p_2 > p_1}$$

L'équilibre du producteur se présente sous la forme d'un **problème lié** qui peut être formalisé mathématiquement par :

$$\begin{array}{l} \text{Max. } p = f(l, k) \\ \text{S/C } Rd = Ct - Cf = l.\ p_l + k.\ p_k \end{array}$$

Les quantités de facteurs k_0 et l_0 qui satisfont à la contrainte ci dessus forment la solution au problème de l'équilibre du producteur. Elles constituent en effet la combinaison de facteurs de production qui permet au producteur de réaliser le volume de production maximal compte tenu de la nécessité pour lui de minimiser ses coûts.

2. Les conditions d'équilibre du producteur

Tel que nous venons de l'identifier, le problème du producteur consiste à rechercher le niveau de production maximal **sans dépasser le niveau des coûts** exprimé par l'équation (4) ci - dessus. Graphiquement, comme le montre la fig.9, la solution à ce problème se situe **au point de tangence (E_0)** entre la ligne d'iso - coût et la courbe d'iso - produit de niveau le plus élevé **(p_0)**.

Au niveau de ce point, les pentes de la ligne d'iso - coût et celle de la courbe d'iso - produit sont par définition égales. Comme la pente de la courbe d'iso - produit est donnée par le rapport **dl/dk** (représentant la dérivée de la fonction l = f(k)) tandis que la pente de la ligne d'iso - coût est, nous l'avons montré plus haut **($a = - p_k/p_l$)**, on peut donc écrire qu'à **l'équilibre** on a toujours :

$$dl/dk = - p_k/p_l \Rightarrow - dl/dk = p_k/p_l \Rightarrow TMST_{l\,à\,k} = p_k/p_l$$

$$\Downarrow$$

$$TMST_{l\,à\,k} = Pm_l/Pm_k = P_k/P_l$$

Cette condition s'énonce ainsi

A l'équilibre, le rapport des prix des facteurs de production est égal au rapport de leurs productivités marginales qui est lui - même égal au taux marginal de substitution technique entre les facteurs.

III. Le sentier d'expansion de l'entreprise

1. Définition et représentation graphique du sentier d'expansion de l'entreprise

Reprenons la fig.10. Joignons les points O, E_1, E_2, E_3 . On obtient une courbe (OS) dont l'origine est le point O (0, 0) correspondant à un niveau de production **nul**. **Cette courbe exprime la manière dont varie l'équilibre du producteur lorsque varient les quantités de facteurs de production.** Pour cette raison, elle est appelée **sentier d'expansion de l'entreprise.** Le sentier d'expansion appelé aussi courbe d'échelle traduit l'activité de l'entreprise à mesure que se modifie **l'échelle (ou taille)** de l'entreprise.

Le sentier d'expansion d'une entreprise aura la forme **d'une droite** dans le cas d'une fonction de production homogène et ce en vertu de la propriété P_1 des fonctions homogènes (cf. supra). On se rappelle en effet que celle - ci signifie que les productivités marginales des facteurs de production restaient inchangées lorsque les quantités de facteurs variaient dans les mêmes proportions. Par suite les lignes d'iso - coût(l_1k_1 ; l_2k_2 ; l_3k_3) successives étaient parallèles entre elles de sorte que les points d'équilibre successifs E_1, E_2 et E_3 soient alignés.

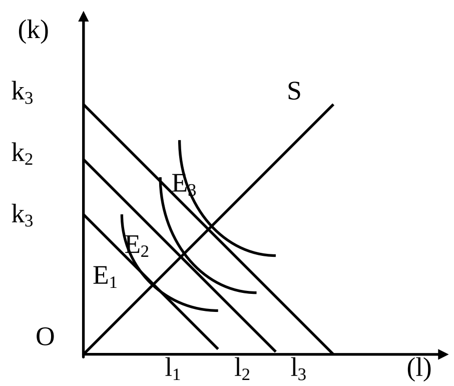


Fig.11 : Sentier d'expansion
et fonction de production homogènes

2. Propriétés et conséquence de la définition du sentier d'expansion

a. Rappels

a1 - Le sentier d'expansion est la représentation graphique de tous les points d'équilibre E_1, E_2, E_3 ... correspondant à chaque fois au niveau de production **maximum** et au coût de production **minimum**.

a2. Dans le cas d'une fonction de production homogène, le sentier d'expansion est le lieu géométrique de tous les points d'équilibre où les $TMS_{l \text{ à } k}$ entre les facteurs de production L et K et les rapports des productivités marginales correspondant sont **invariables** (égaux).

b. Conséquence

Les définitions et le résultat ci dessus rappelés impliquent comme conséquence, le fait que dans le cas d'une fonction de production homogène, la courbe représentative du sentier d'expansion est une droite (Cf. fig.11).

IV. La maximisation du profit, objectif ultime du producteur

1. Notion de profit

En achetant sur des quantités k et l sur le marché des facteurs de production K et L respectivement au prix (p_k) et (p_l), le producteur supporte des coûts d'utilisation des facteurs liés à la quantité fabriquée (p) du produit P qu'il va vendre (sur le marché de P) au prix unitaire donné (p_u). Ce faisant le producteur cherchera à vendre un volume de produit tel qu'il puisse réaliser une recette maximale, compte tenu de ses coûts totaux.

Autrement dit lorsque le producteur met sur le marché une quantité (p) de produit, il réalise un profit (π) égal à la différence entre la recette totale (R_t) et le coût total (C_t). Son objectif est donc moins de réaliser un volume de plus en plus important de P, mais de produire une quantité (p) de P telle que son profit (π) soit maximum. Or par définition on a : $(\pi) = (R_t) - (C_t)$. On peut donc énoncer qu'en définitive le producteur a pour objectif ultime, **la maximisation de son profit**

$$\boxed{\boldsymbol{(\pi) = (R_t) - (C_t)}} \quad (1)$$

Comme R_t est égal au produit de la quantité vendue (p) par le prix unitaire p_u on peut écrire que : $R_t = p_u . p$.

De même on sait que $C_t = l. p_l + k. p_k + C_f$ (où C_f représente le coût fixe), il vient puisque $p = f(l, k)$:

$$\boxed{(\pi) = (R_t) - (C_t) = p_u . f(l, k) - (l. p_l + k. p_k + C_f)} \quad (2)$$

2. Les conditions de maximisation du profit

Le producteur cherche à maximiser (π) tel qu'exprimé par l'équation (2). Celle ci comme on le voit, montre que le profit, comme le volume de production est une fonction des quantités k et l des facteurs utilisés ; en effet les prix Pl et Pk ainsi que le coût fixes sont des constantes.

Pour que la fonction exprimée par la relation (2) ci-dessus, il faut que les conditions du premier ordre et du second ordre soient vérifiées.

a. Conditions du premier ordre

On sait que la condition de premier ordre pour qu'une fonction à plusieurs variables admettent un extremum, il faut et il suffit que ses dérivées partielles du premier ordre soient **simultanément** nulles. Aussi bien dans le cas de l'équation (2) ci dessus il faut que :

$$\boxed{\begin{array}{l} d\pi/dl = 0 \Rightarrow p_u \,.\, df/dl - p_l = 0 \Rightarrow p_u .\, df/dl = p_l \Rightarrow \text{pmgl} = p_l \\ d\pi/dk = 0 \Rightarrow p_u \,.\, df/dk - p_k = 0 \Rightarrow p_u \,.\, df/dk = p_k \Rightarrow \text{pmgk} = p_k \end{array}} \quad (3)$$

Ce résultat exprime donc le fait que le producteur atteint son optimum lorsque **les productivités marginales** des facteurs de production sont **égales en valeur** aux **prix unitaires** de ces mêmes facteurs.

b. Condition du second ordre : (loi des productivités marginales décroissantes)

Les conditions du second ordre permettent de savoir si l'extremum de la fonction (trouvé grâce à l'étude des conditions du premier ordre) est un maximum ou au contraire, un minimum.
On sait en effet que cet extremum sera un maximum si les dérivées d'ordre 2 sont négatives.

Pour exprimer cette condition, on écrit :

a. Par rapport à (l):

$$\boxed{\delta^2\pi/\delta l^2 = p_u.(\delta^2 p/\delta l^2) < 0} \quad (4)$$

b. Par rapport à (k):

$$\boxed{\delta^2\pi/\delta k^2 = p_u.(\delta^2 p/\delta k^2) < 0} \quad (5)$$

Comme le prix (p_u) est positif, les quantités (4) et (5) (qui donnent les dérivées partielles de (π) par rapport au facteur L et par rapport au facteur K) ne seront négatives que si les quantités ($\delta^2p/\delta l^2$) et ($\delta^2p/\delta k^2$) sont **elles - mêmes négatives**. Or ($\delta^2p/\delta l^2$) et ($\delta^2p/\delta k^2$) expriment respectivement les **pentes** des courbes de productivités marginales de ces mêmes

facteurs. Cela montre bien que celles - ci sont **décroissantes**. On peut donc conclure que le profit maximum ne peut être obtenu qu'en phase **de rendements décroissants**.

V. Les fonctions de Coût (CT, CM et Cm)

L'analyse du comportement du producteur par **la fonction de production** telle que nous l'avons exposée dans les développements précédents est basée sur la relation entre **les quantités de facteurs de production** utilisés et **la quantité du produit fabriqué** : c'est **l'approche technique** du comportement du producteur.

Cet aspect de l'analyse du comportement du producteur est complété par **l'approche économique** basée sur les **coûts** liés à l'utilisation des facteurs de production dont les prix unitaires sont fixés par le marché. Ils s'imposent donc en tant que **contraintes** au producteur. En régime de concurrence, **le prix du produit vendu** par celui - ci est également fixé par le marché. C'est donc **une donnée** dont dépend **sa recette**. L'approche économique du comportement du producteur est une basée sur **les fonctions de coûts** que nous étudions successivement courte et en longue période.
Rappelons qu'en **courte période** il existe des coûts **fixes** attachés aux **facteurs fixes** (dont les montants demeurent constants quelle que soit la quantité de produit fabriquée) et des coûts **variables** attachés aux **facteurs variables** (dont les montants évoluent avec la quantité produite). Par contre, nous savons qu'en longue période, **tous les facteurs de production** sont des **facteurs variables** puisque par hypothèse la capacité de production installée elle - même, peut varier.

1. Les fonctions de coûts en courte période

Nous avons défini le sentier d'expansion (voir supra) du producteur (on dit plus exactement le sentier d'expansion de l'entreprise) comme étant la représentation graphique de tous **les**

points d'équilibre c'est à dire de tous les points correspondants à des niveaux de production maximums obtenus à des niveaux de coûts minimums.

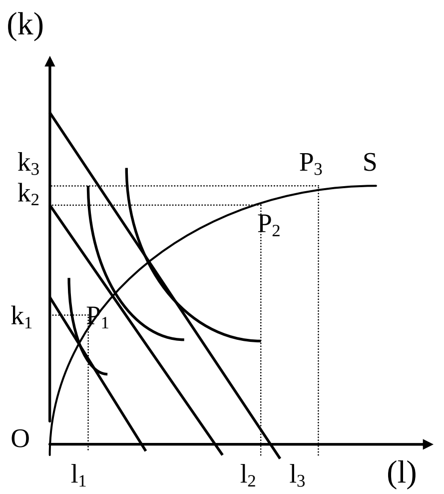


Fig.12 Sentier d'expansion

Le producteur rationnel, lorsqu'il modifie ses combinaisons de facteurs (k, l) sera amené à en choisir d'autres situées nécessairement sur le sentier d'expansion (OS) . Sur la Fig. 12 ci - contre, les points P_1, P_2 et P_3 correspondent ainsi à des combinaisons de facteurs de production qui permettent à l'entreprise d'obtenir le volume de production maximum pour un coût minimum.
Ainsi, pour obtenir le niveau P_1de production le coût total de production est $C_t = k_1 p_k + l_1p_l + C_f$. De même, pour produire P2, le coût total de production sera $C_t = k_2 p_k + l_2p_l + C_f$. Il en va de même pour la production de P_3 dont le coût total minimum sera $C_t = k_3 p_k + l_3p_l + C_f$. Ce raisonnement est identique pour tous les points situés sur le sentier d'expansion de l'entreprise. Cela signifie que lorsque les quantités de facteurs varient, les coûts totaux varient également. Or on sait que p = (k, l), on voit ainsi que le coût total est lui même une fonction de (p). On peut donc exprimer la fonction du coût total par la relation :

$$\mathbf{C_t = \varphi (p) + C_f}$$

a. Les différentes catégories de coûts

a1. L'expression du coût total

Nous avons que le coût total (C_t) est une fonction du volume (p) de la production dont l'expression est :

$$\boxed{C_t = \varphi (p) + C_f} \quad (1)$$

Où (C_f) représente le coût de la capacité de production installée c'est à dire du **facteur fixe**. De l'équation (1) on tire :

$$\boxed{C_f = C_t - \varphi (p)} \quad (2)$$

Comme par ailleurs on a : p= f (k, l), la quantité φ (p) représente les coûts liés aux **facteurs variables.** Elle est égale à (C_t - C_f). On énonce alors que le **coût variable total production** noté (C_{vt}), est égal au coût total de production (C_t) diminué du montant des coûts fixes (C_f). La quantité φ (p) représente **le coût d'utilisation des facteurs variables**. Elle est donnée par la relation :

$$\boxed{(C_{vt}) = (C_t - C_f) = \varphi (p)} \quad (3)$$

a2. Coûts moyens et coût marginal

L'expression (1) ci - dessus, donne le montant de **la dépense totale minimale** que le producteur accepte de payer pour obtenir le niveau de production (p) situé sur le sentier

d'expansion de son entreprise. Par ailleurs il est toujours intéressé à connaître, lorsqu'il fabrique une certaine quantité (p) du produit P, à combien lui revient la fabrication **d'une unité** de ce même produit P. En fait, il s'intéresse au **coût total moyen de production**. De même, il apparaît utile pour le producteur de savoir comment varie le coût total de sa production lorsque la production varie d'une unité. Cette question renvoie à la définition du **coût marginal**, c'est à dire du **coût de la dernière unité** produite.

a21. Les coûts moyens

A partir des relations (1), (2) et (3) ci - dessus on détermine les expressions du coût total moyen, du coût fixe moyen et du coût variable moyen en divisant respectivement les quantités, (C_t), (C_f) et (C_{vt}) par le volume de production (p). On obtient ainsi :

Le coût total moyen CM

$$\boxed{C_t M = (C_t)/ p = [\varphi (p) + C_f]/p = \varphi (p)/p +(C_f)/p} \quad (4)$$

Le coût fixe moyen CFM

$$\boxed{C_f M = (C_f)/p = [C_t - \varphi (p)]/p = Ct/p - \varphi (p)/p} \quad (5)$$

Le coût variable moyen CVM

$$\boxed{C_{vt}\,M = [\,(C_t - C_f)]/p = [\varphi\,(p)]/p = C_t\,M - C_f\,M} \quad (6)$$

a22. Le coût marginal Cm

Définit comme la variation de coût total lorsque varie la production d'une unité, le coût marginal noté (Cmg) est la limite du rapport ($\Delta C_t/\ \Delta p$) quand (Δp) tend vers zéro. Le coût marginal exprime ainsi **la dérivée** de (C_t) par rapport à (p). Il est donné par la relation :

Cmg = $dC_t/dp = \varphi'(p) + (dC_f/dp)$. Comme C_f est une constante, on a donc (dC_f/dp) = 0. Il vient alors :

$$\boxed{Cm = \varphi'(p)} \quad (7)$$

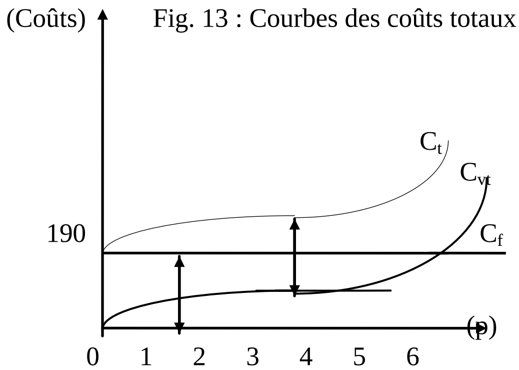
Représentation graphique des différentes catégories de coûts

A partir d'un exemple numérique simple exprimé par le tableau ci - après, on peut tracer les courbes représentatives des différentes catégories de coûts.

Nbre d'unités de (p)	Coût fixe (C_f)	Coût variable (C_{vt})	Coût total (C_t)	Coût fixe moyen (C_f/p)	Coût variable moyen (C_{vt}/p)	Coût total moyen (C_t/p)	Coût marginal Cmg = (dC_t/dp)
1	190	100	290	190	100	290	-
2	190	130	320	95	65	160	30
3	190	150	340	63.3	50	113.3	20
4	190	200	390	47.5	50	97.5	50
5	190	260	450	38	52	90	60
6	190	360	550	31.6	60	91.6	100

Les coûts totaux

Fig. 13 : Courbes des coûts totaux



Commentaire de la Fig. 13

1. La courbe représentative des coûts fixes (C_f) est parallèle à l'axe des abscisses. Cette forme particulière de la courbe (C_f) s'explique par la définition même des coûts fixes. Ceux - ci restent en effet constants, quel que soit le volume (p) de la production.

2. La distance qui sépare les courbes (C_{vt}) et (C_t) est égale à la distance qui sépare l'axe des abscisses de la courbe (C_f) correspondant au montant des coûts fixes. On sait en effet et par définition que : $C_{vt} = C_t - C_f$ et $C_t = C_{vt} + C_f$

3. Les deux courbes représentatives des coûts totaux (C_t) et (C_{vt}) présentent chacune un point d'inflexion conformément à **la loi des rendements décroissants.** En effet, celle - ci se traduit par l'allure de ces courbes traduisant ainsi le fait que dans un premier temps, les coûts de production augmentent à un taux **plus que proportionnel** à l'augmentation de la quantité de facteurs de production utilisée ; puis, à partir de ce point d'inflexion l'augmentation des coûts de production s'effectue à un rythme **moins que proportionnel**. Cela est encore plus visible lorsque l'on observe l'allure des courbes des **coûts moyens** et celles du **coût marginal** .

1. La Fig. 14 représente les courbes des coûts moyens (C_t M, C_{vt}M, et C_f M) et celle du coût marginal (Cmg). On y remarque d'emblée la forme de la courbe du coût fixe moyen (C_f M) qui décroît (jusqu'à devenir asymptote à l'axe des abscisses) à mesure que la quantité produite augmente. Elle exprime le fait que plus la quantité produite augmente plus le coût d'utilisation des facteurs fixes (de la capacité de production installée) diminue.

2. Par contre, les courbes de coûts moyens (total et variable) ainsi que celle du coût marginal commencent par décroître, passent par un minimum, puis s'accroissent. Cette allure des trois courbes (C_t M, C_{vt}M et Cmg) confirme l'effet de **la loi des rendements décroissants** : lorsque les rendements sont croissants, les coûts moyens et marginal sont décroissants et à l'inverse, lorsque les rendements sont décroissants, les coûts sont croissants

3. On remarque également, sur la Fig.14, que la courbe (Cmg) coupe les courbes (C_t M) et (C_{vt} M) en leur minimum respectifs. Ce que l'on démontre facilement, sachant qu'une fonction admet un minimum au point où sa dérivée du premier ordre est nulle. Dans le cas des courbes (C_t M) et(C_{vt} M) on doit avoir respectivement :

$$d((C_t M)/dp = 0 \quad (1)$$
et
$$d(C_{vt} M)/dp = 0 \quad (2)$$

Comme on sait que $C_t M = C_t/p$ et $C_{vt} M = C_{vt}/p$, il vient :

A partir de (1) : $d(C_t/p)/dp = 0 \Rightarrow (p \,.C_t' - C_t)/p^2 = 0$.

Or, on sait que pour qu'un rapport soit nul, il faut que son numérateur soit nul. Ce qui veut dire que l'égalité (1) peut être ramenée à :

$p \,.\, C_t' - C_t = 0 \Rightarrow p \,.\, C_t' = C_t \Rightarrow C_t' = C_t/p$. Or $C_t' = Cmg$, on a donc bien : $\mathbf{Cm = C_t/p.}$ Ce qui signifie que lorsque le coût moyen est minimum, il est égal au coût marginal

A partir de (2) : $d(C_{vt}\ M)/dp = 0 \Rightarrow d(C_{vt}/p)/dp = 0 \Rightarrow (p\ .\ C'_{vt} - C_{vt})/p^2 = 0$. De cette dernière égalité on tire : $p\ .C_{vt}' - C_{vt} = 0 \Rightarrow p\ .\ C_{vt}' = C_{vt} \Rightarrow C_{vt}' = C_{vt}/p$. Or $C_{vt}/p = C_{vt}\ M$ et on sait que $C_{vt}' = C_t' = Cmg$ puisque $C_{vt} = C_t - C_f$ et qu'ainsi, on a $dC_{vt}/dp = dC_t/dp = Cmg$. En définitive, on a : $\mathbf{Cm=C_{vt}/p = C_{vt}\ M}$. Ce qui démontre là aussi que lorsque le coût variable moyen est minimum, il est égal au coût marginal.

b. La maximisation du profit en courte période

b1. Rappels

Nous savons que l'entrepreneur n'exerce aucune influence ni sur les prix (p_l) et (p_k) des facteurs de production qu'il utilise ni sur le prix (p_u) du produit P qu'il fabrique. Ces prix sont en effet, (hypothèse essentielle), des données du marché qui s'imposent à lui en tant que telles. Il en tient compte pour produire (organiser son offre sur le marché).

On sait par ailleurs que plus la quantité (p) qu'il vend est importante, plus sa recette Rt augmente. Donc sa recette, au même titre que ses coûts est une fonction de (p). Le profit (π)

qui est la différence entre la recette et les coûts de production est donc lui - même également une fonction de la quantité (p). On a en effet :

$$\pi = R_t - C_t \Rightarrow \text{ou encore : } \pi = [p_u.\ p] - [\varphi\ (p) + C_f] \text{ d'ou :}$$

$$\boxed{\pi = p_u.\ p - \varphi\ (p) - C_f} \quad (1)$$

On sait qu'une fonction admet un extremum au point où **sa dérivée première** est nulle: c'est la condition **de premier ordre**.

D'autre part, pour que cet extremum soit **un maximum**, il faut que sa **dérivée seconde** soit **négative** : c'est la condition **de second ordre**.

b2. Conditions de maximisation du profit

Reprenons l'équation (1). Elle est de la forme $\pi = f(p)$. Pour que cette fonction admette un maximum, il faut que les deux conditions précédentes soient vérifiées.

b21. Condition de premier ordre

La fonction $\pi = f(p)$ admet un maximum lorsque : $d\pi/dp = f'(p) = 0$ c'est à dire :

$$\boxed{d\pi/dp = p_u - \varphi'(p) = 0 \Rightarrow p_u = \varphi'(p)} \quad (2)$$

Or la quantité $\varphi'(p)$ représente le coût marginal de la production (le coût de la dernière unité produite). On peut donc conclure, d'après l'équation (2) que :

Le profit est maximum pour un volume de production (p) tel que le coût marginal soit égal au prix unitaire (p_u)

b22. Condition de deuxième ordre

La deuxième condition pour que le profit soit maximum est que **la dérivée seconde** de $\pi = f(p)$ soit **négative**. Or on a :

$$\boxed{d^2\pi/dp^2 = f''(p) = [- \varphi''(p)] < 0} \quad (3)$$

Cette dernière équation montre que si la quantité $[-\varphi''(p)]$ est négative, cela implique nécessairement que $\varphi''(p)$ est positive. Or $\varphi''(p)$ représente la pente de la courbe du coût marginal. En effet on a $\varphi''(p) = [\varphi'(p)]' = d^2C_t/dp^2$. Comme $\varphi''(p) = d^2C_t/dp^2 > 0$, on en déduit (Fig. 15) que:

Le volume (P) de production qui maximise le profit est réalisé en phase ascendante de la courbe de coût marginal.

La quantité produite qui procure un maximum de profit au producteur est vendue au prix unitaire p_u. Elle correspond à la distance Op sur le graphique. La recette totale R_t est représentée par la surface Op x pF. En effet la distance pF correspond à p_u = Cmg.

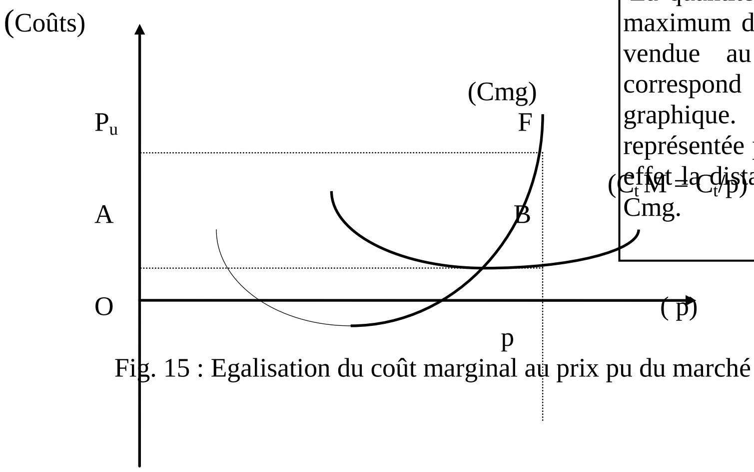


Fig. 15 : Egalisation du coût marginal au prix pu du marché

2. Les fonctions de coût de longue période

Rappelons qu'en courte période, il était question de coûts fixes liés à la capacité de production installée et de coûts variables liés à l'utilisation des facteurs variables. En courte période, le producteur cherchait à utiliser au mieux cette capacité de production installée (équipements, outillage...) dont le coût (C_f) demeurait constant quel que soit le volume de production. Celui - ci, une fois le coût fixe acquitté, dépendait des quantités (l) et (k) de facteurs variables dont les prix respectifs p_l et p_k sont donnés par le marché.

En longue période le producteur, lorsqu'il prévoit **un développement futur** de ses ventes, peut décider de changer **en les augmentant** ses capacités de production. Ce faisant, il va **investir**. L'investissement fait suite à une étude de marché qu'on escompte **favorable**. Il implique un changement de la capacité de production déjà installée et induit une modification des coûts **précédemment fixes** : En longue période, même les coûts de production qui étaient fixes vont devenir des **coûts variables** du fait de l'augmentation des dépenses induite par l'investissement entrepris par le producteur.

La longue période se distingue de la courte période par le fait que **tous les coûts** sont des coûts **variables**. C'est en effet une période suffisamment longue pour que la capacité de production puisse également changer entraînant une variation de (C_f).

En longue période les coûts fixes deviennent donc **une fonction croissante** de la capacité installée. En effet, plus celle - ci sera importante, plus les coûts (C_f) qui lui sont attachés iront en augmentant. On peut donc traduire cela par la relation ci - après :

$$\boxed{C_f = \psi\ (I)} \quad (1)$$

Où (I) désigne la capacité de production installée.

a. Le coût total de longue période

Par analogie avec le raisonnement effectué dans l'analyse de courte période, la fonction de coût total de longue période s'écrira :

$$\boxed{C_f = \varphi\ (p) + \psi\ (I)} \quad (2)$$

L'équation (2) montre qu'à toute installation **I** correspond un coût total dont l'expression est de la forme :

$$\boxed{C_{tI} = \varphi\ (p) + C_{\mathbf{fI}}} \quad (3)$$

Ainsi pour différentes installations (I1, I2, I3...), le coût total s'écrira successivement :

$$C_{tI1} = \varphi\ (p) + C_{fI1}$$
$$C_{tI2} = \varphi\ (p) + C_{fI2}$$
$$C_{tI3} = \varphi\ (p) + C_{fI3}....$$

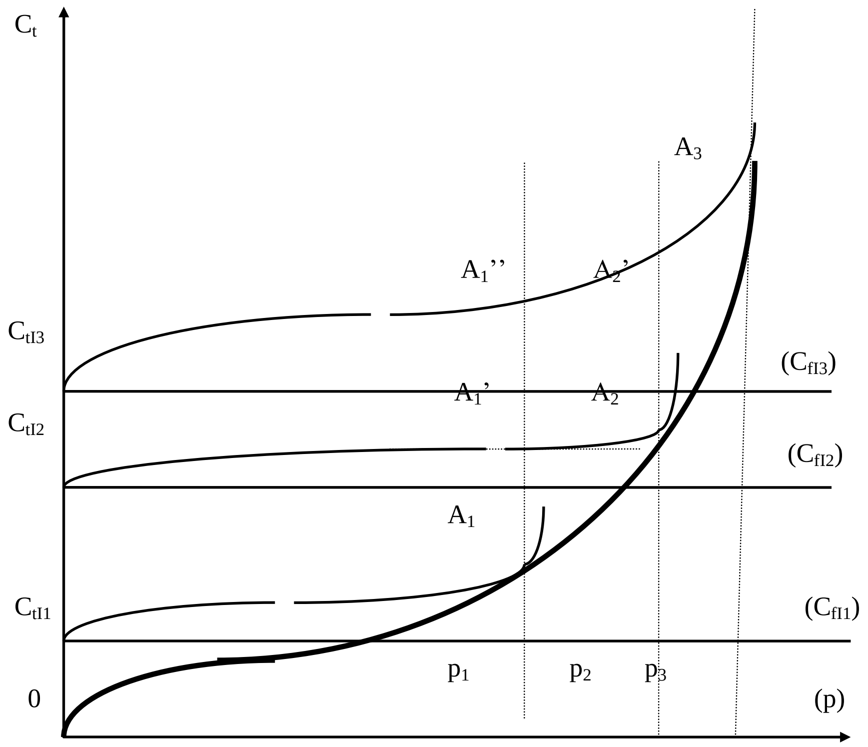
Chacune de ces expressions reflète le coût total lié à une période déterminée. Ainsi avant que la capacité de production ne se modifie pour passer de I1 à I2, le coût total était : $C_{tI1} = \varphi\ (p) + C_{fI1}$. Le coût total devient $C_{tI2} = \varphi\ (p) + C_{fI2}$ avec I2 et passe ensuite à $C_{tI3} = \varphi\ (p) + C_{fI3}$ lorsque l'installation I2 est remplacée par I3 etc. La longue période apparaît donc comme **une succession de courtes périodes**. Par conséquent, l'analyse de la fonction du coût total de courte période s'applique pour ces différentes expressions. En particulier, il est possible de donner une représentation graphique de la fonction de coût total de longue période.

a1. La représentation graphique du coût total de longue période

Etant « à l'écoute de son marché », l'entrepreneur rationnel prendra ses dispositions pour modifier sa capacité de production de manière à fabriquer la quantité du produit P telle qu'il puisse répondre à la demande future de son produit.

Pour répondre l'évolution future de la demande, l'entrepreneur envisagera la modification de ses capacités de production. Il calculera à chaque fois le coût total (pour chacune des capacités de production envisagées) et choisira alors celle qui lui permettra de satisfaire la demande tout en minimisant ses coûts de production.
Traçons un repère rectangulaire et portons en abscisse les quantités (p) de P. En ordonnée on représentera les différents coûts totaux (C_{tI1}), (C_{tI2}), (C_{tI3})...(Voir Fig. 16).

Fig. 16 : Le coût total de longue période



Commentaire sur la Fig. 16

1. A partir de la Fig. 16, on peut « suivre » le raisonnement du producteur pour « fixer » ses choix de production de longue période. En effet :

a. S'il devait produire la quantité **(p_1)** de P, on voit qu'il aura à choisir entre trois niveaux de coûts qui sont :

a1. $C_{tI1} = A_1p_1$ s'il choisit d'installer la capacité de production I_1

a2. $C_{tI2} = A_1'{}_1p_1$ s'il choisit d'installer la capacité de production I_2

a3. $C_{tI3} = A_1''p_1$ s'il choisit d'installer la capacité de production I_3

Comme le producteur est supposé rationnel, il fixera finalement son choix sur la capacité de production I_1, dans la mesure où elle correspond au coût total minimum de production de la quantité **(p_1)**.

b. En raisonnant de la même manière, le producteur dont l'objectif est de produire la quantité **(p_2)** aura à choisir entre deux niveaux de coûts qui sont :

b1. $C_{tI2} = A_2p_2$ dans le cas où il décide d'installer la capacité de production I_2

b2. $C_{tI3} = A_2'p_2$ dans le cas où il décide d'installer la capacité de production I_3

Comme là aussi le producteur est supposé rationnel, son choix va se fixer sur l'installation de la capacité de production I_2 dans la mesure où elle correspond au coût total minimum de la production de la quantité **(p_2)**.

c. En continuant avec le même raisonnement, le producteur rationnel qui envisagerait de produire la quantité **(p_3)** fixera son choix sur l'installation de la capacité de production I_3 dont le coût total minimum correspondant serait $C_{tI3} = A_3p_3$

2. La jonction des points O, A_1, A_2 et A_3 correspondant aux différents coûts minimum, on obtient la courbe du coût total de longue période : elle **enveloppe** les courbes des coûts totaux de courte période : **l'enveloppe est l'expression graphique de la fonction de coût total de longue période.**

Troisième partie : Travaux dirigés de microéconomie

TD1 de Micro-économie

Première partie : Principes généraux d'économie

1. L'auteur **L. ROBINS** définie l'économie de la façon suivante : **«** L'économie est la science qui étudie le comportement humain en tant que relation entre **les fins et les moyens rares à usage alternatifs**. **»**. **Commentez cette définition** en faisant ressortir **des mots clés.**
2. Dites en quelques mots en quoi consiste l'objet de la **microéconomie** et faites ressortir ce qui le différencie de la **macroéconomie**. Donnez des exemples.
3. Quelle est **le courant de pensée économique** qui s'intéresse à l'étude de la microéconomie ? Pourquoi on appelle souvent cette école, école **marginaliste** ? Par rapport à quel auteur ?
4. Rappelez brièvement **les principaux économistes fondateurs** de l'école Néo-classique.
5. Rappelez le sens économique de **l'utilité** d'un bien. **La théorie suppose-t-elle nécessairement que l'utilité est mesurable ?**

6. Quelle est la différence entre les **biens économiques et les biens libres (non[1] économiques)**, Citez des exemples concrets.
7. Qu'est ce qui caractérise un consommateur **rationnel** ? Citez brièvement les trois hypothèses essentielles retenues par la théorie économique qui délimitent son comportement.
8. Citez les postulats de bases de la fonction d'utilité avec la seule variable **« X »,** ***UT=f(x)***. Expliquez brièvement le postulat **(P3).**
9. Donnez des exemples **concrets dans votre vie quotidienne** qui vous permettent d'illustrer **le principe de l'utilité marginale décroissante (Loi de H. Gossen).**
10. Quel **lien faites-vous** entre l'utilité totale (UT) et utilité marginale (UM) pour un niveau de consommation donné?

Deuxième partie: Exercice d'application

1. Considérons la fonction d'utilité totale suivante dans le cas simple $U_T=f(x)$. Que représente la variable « **x** » dans la fonction précédente ?

2. Essayez d'explique avec les **données de départ** que l'utilité marginale **(UM)** du bien quelconque est égale à **la première dérivée de** $U_T=f(x)$. Quel postulat de la fonction d'utilité que vous avez utilisé pour déduire ce raisonnement mathématique ? Généralisez ce raisonnement au cas d'une fonction $U_T = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \ldots\ldots x_n)$
3. Considérons le tableau ci-dessous :

Quantités *consommées d'un bien « **X** » en unités*	*Niveau d'utilité associé en « utils[2] » **UT***	***Utilité marginale*** *[$\Delta U_T / \Delta x$]* ***(x varie d'une seule unité)***
1	**60**	?
2	**80**	-
3	**90**	-
4	**95**	-
5	**95**	-
6	**90**	-

[1] Appelés aussi les biens ***naturels.***
[2] L'**util** représente l'unité de mesure de la satisfaction totale (Supposé au même titre que les autres unités de mesure et de grandeur, **DA, M²**, **L**, etc.)

1. Calculez les variations successives de l'utilité totale ***(UT).*** **Expliquez** ?

2. Représenter graphiquement les données du tableau précédent après calculs et faites ressortir **les liens** qui existent entre l'utilité totale **(UT)** et l'utilité marginale **(UM)**.

4. Soit un consommateur dont la fonction d'utilité s'écrit comme suite : **UT= f (x,y)=** $4x^2+y^5$.

1. Ce consommateur possède **20 unités** du bien **X** et **10 unités** du bien **Y**. Calculez le niveau d'utilité qu'il peut atteindre avec cette dotation.

2. Donnez les expressions des **utilités marginales des biens X et Y** en utilisant **le principe de dérivées partielles.**

Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : Cochez la ou les **bonnes réponses**

1. La notion d' « homo-oeconomicus » en Sciences Economique désigne

A. L'homme raisonnable
B. L'homme susceptible d'être raisonné
C. L'homme rationnel
D. L'homme gaspilleur

2. L'individualisme méthodologique est une démarche

A. Qui considère les individus comme des agents rationnels
B. Qui apprend appui sur les comportements individuels des agents
C. Qui fait de l'individu un agent économique sans méthode
D. Qui fait de l'individu un centre de décision autonome

3. Sur quelles hypothèses fondamentales repose la microéconomie

A. Rationalité parfaite et imperfection des marchés
B. Rationalité imparfaite et imperfection des marchés
C. Rationalité parfaite et perfection des marchés
D. Le principe de la rationalité des agents

4. Le calcul économique repose sur le principe

A. De la maximisation du profit
B. De la maximisation de l'utilité [Max *UT*]
C. De la maximisation du profit [Max π]
D. Du coût-avantage

5. La loi de Henrish « Gossen » exprime le principe de

A. La productivité marginale décroissante
B. La loi des rendements décroissants
C. L'utilité marginale décroissante
D. Du coût marginal décroissant

6 . L'ensemble de consommation correspond à

A. L'ensemble des biens de l'économie

B. L'ensemble des combinaisons de quantités de biens disponible dans l'économie
C. L'ensemble des quantités de biens choisies par le consommateur
D. L'ensemble de quantités de biens accessibles au consommateur

7. Le panier de consommation A est « au moins aussi désiré » que le panier de consommation B se note :

A. A > B
B. A < B
C. A = B
B. A ≤ B

8. Un consommateur comparant des paniers A, B, C et D exprime les préférences suivantes : A>B ; A>C ; C>D. L'hypothèse de transitivité des choix permet d'affirmer :

A. B > C
B. A > D
C. B > D
D. B > A

9. Selon les tenants de l'approche cardinale, l'utilité marginale d'un bien est

A. Toujours décroissante
B. Généralement décroissante
C. Souvent croissante puis décroissante
D. Croissante puis constante

10. Au sens fort, l'hypothèse de l'insatiabilité ou non saturation des besoins signifie

A. Qu'une quantité additionnelle de tout bien procure toujours au consommateur une satisfaction additionnelle, quel que soit le stock du bien considéré détenu.
B. Qu'une quantité additionnelle d'un bien peut procurer au consommateur une satisfaction additionnelle nulle, lorsque ce bien est détenu en grande quantité.
C. Qu'une quantité additionnelle d'un bien quelconque donne généralement au consommateur une utilité totale positive quelque soit son revenu nominal.
D. Qu'une Quantité supplémentaire d'un bien X procure toujours au consommateur une satisfaction supérieure.

TD2 de Micro-économie

Première partie : Approche ordinale de l'utilité et notions de courbes d'indifférence

1. Quelle est la différence entre **l'approche cardinale** et l'approche **ordinale** de l'Utilité dans la théorie Néo-classique ?
2. D'où vient le **concept** de courbe **d'indifférence chez les Néo-classiques ?**
3. Que signifie pour vous un déplacement le **long (sur)** de la courbe d'indifférence et un déplacement **d'une courbe vers une autre** (de gauche à droite ou de droite à gauche).
Traduisez ces deux cas par une représentation graphique à l'aide de combinaisons de consommation (x_0, y_0). Expliquez.

4. Quelles sont les **propriétés fondamentales** des courbes d'indifférence dans le cas général. Comment **peut-on passez** des hypothèses fondamentales qui caractérisent le comportement **rationnel** d'un individu aux **propriétés essentielles** des courbes d'indifférences ? Expliquez.
5. Définir le taux marginal de substitution **(TMS)** entre deux biens **1** et **2** ? Quelle différence faites vous avec le TMS entre deux biens **2** et **1** ?
6. Démontrez que le **TMS** entre deux biens **X** et **Y** égal au **rapport des utilités marginales** des biens X et Y. Quel est le **raisonnement** que vous avez utilisé pour effectuez cette démonstration mathématique ? Expliquez.
7. Pourquoi d'après les auteurs de l'approche **ordinale** de l'utilité, deux courbes d'indifférence du même individu ne peuvent pas **se couper** ?
8. Qu'appelle-t-on **carte** d'indifférence d'un consommateur (I)?

Deuxième partie: Exercices d'application: La contrainte budgétaire et l'optimum du consommateur

Exercice 01

Soient les paniers de bien **1** et **2** suivant

(10, 05) (05, 10) (04, 07) (03,03) (06,06)
(08, 04) (05, 05) (02, 03) (04,04) (07,08)

1. En supposant qu'il n'existe **pas de contrainte** à l'ensemble de consommation autre que la positivité des quantités de biens, représenter graphiquement l'ensemble de consommation et les dix **(10)** paniers de biens ci-dessous.
2. Si le revenu du consommateur en question est de **30DA** et les prix des biens **1** et **2** sont respectivement $\mathbf{P_x=02}$ **DA** et $\mathbf{P_y=05}$ DA, quelle est **l'équation de la droite** de budget ? Représenter la contrainte de budget sur le même graphique.
3. Quel est l'ensemble des paniers que le consommateur **peut acquérir dans la limite de son revenu** parmi les six paniers ci-dessous ? Expliquez.

Exercice 02

Un consommateur **«C»** dispose de **17 unités monétaires**, destinées à l'acquisition de trois biens, **1, 2,3**. Sachant que les prix des biens sont respectivement de **01DA, 02DA, 04DA**. Les utilités marginales de trois biens différents (**1, 2, et 3**) sont résumées dans le tableau ci-après :

Unité de produit	*Utilité marginale du bien1 UM_1*	*Utilité marginale du bien 2 UM_2*	*Utilité marginale du bien 3 UM_3*
1ère	10	50	60
2ème	09	40	40
3ème	08	30	32
4ème	07	20	24
5ème	06	16	20
6ème	05	12	16

Quel panier de biens le consommateur va-t-il choisir afin de **maximiser son utilité totale ?** Expliquez comment.

Exercice 03

Les préférences d'un consommateur rationnel sont représentées par la fonction de satisfaction totale suivante : **U_T = f (x, y)= 2x.y** où « x » et « y » représentent respectivement les quantités des biens « X » et « Y ». On vous informe par ailleurs que les prix unitaires des biens sont respectivement de **P_x= 02DA** et **P_y =01DA** et le revenu nominal du consommateur s'élève à **R= 10DA.**

1. Donnez l'expression du **TMS $_{x\ à\ y}$** en un point quelconque de la courbe d'indifférence**(x_0, y_0)** et trouvez sa valeur si **x =1 et y=0,5.**

2. Formalisez **mathématiquement** le problème du consommateur

3. Calculez les quantités « x » et « y » qui maximisent la **fonction-objectif** (on vous demande de procéder par la méthode du multiplicateur de **Lagrange** et la méthode de **substitution dite méthode directe)**

4. Représentez graphiquement **l'optimum** du consommateur.

5. On suppose que le prix du bien « Y » a subi une majoration de **(100%)**. Quelles doit être la valeur minimale du revenu « R » pour que le consommateur « I » puisse **conserver le même niveau d'utilité (U$_0$)** calculé précédemment (dans la 3ème question).

Exercice 04

Un consommateur « I » dispose d'un revenu nominal de **R= 64 DA** qu'il consacre en totalité pour l'achat de trois quantités de biens différents **X, Y et Z** dont les prix de ces dernières sont respectivement de **Px=02DA, Py=04DA et Pz=01DA**. Sachant par ailleurs que la fonction d'utilité totale de ce consommateur est de la forme mathématique suivante : **U_T=f (x, y, z) =x^2.y.z**, on vous demande alors de déterminer les quantités optimales (**x_0, y_0, z_0**) en utilisant la méthode du **multiplicateur de Lagrange.**

Exercice 05

Les préférences envers les quantités de biens **1** et **2** d'un consommateur peuvent se traduire mathématiquement par la fonction d'utilité totale suivante : **U_T=f (x, y)= $x^{0,3}$. $y^{0,7}$** où **x** et **y** indiquent respectivement les quantités de biens **1** et **2.** Le revenu nominal de ce consommateur s'élève à **50DA** et les prix des biens sont respectivement de **Px=02DA** et **Py=05DA.**

1. Calculer le taux marginal de substitution (**TMS x à y**).

2. Ecrire mathématiquement le **programme** du consommateur (I).

3. Trouver par la méthode du multiplicateur de **Lagrange** les quantités **x et y** qui **maximisent la fonction-objectif** et calculer le niveau d'utilité correspondant.

4. Représenter graphiquement l'équilibre (l'optimum) du consommateur. **Que veut-il dire ?**

Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : choisir la ou **Les bonnes réponses**

1. Le « TMS » entre un billet de 500 D**A et un billet de** 1000 **DA est égal à**

A. 02,5
B. 0,5
C. 100
D. 02

2. Une courbe d'indifférence dans la théorie du consommateur renvoie à

A. L'ensemble des paniers de consommation accessibles au consommateur disposant d'u revenu donné.
B. L'ensemble des paniers de consommation pour lesquels la relation de préférence vérifie les trois hypothèses du choix unique, de l'insatiabilité et de transitivité des choix.
C. L'ensemble des paniers de consommation procurant au consommateur le même niveau de satisfaction.
D. La projection de la fonction d'utilité dans le repère des biens de consommation.

3. L'hypothèse du choix unique implique

A. Que la fonction d'utilité est définie à une transformation monotone croissante près.
B. Que deux courbes d'indifférence du même consommateur ne peuvent pas se couper
C. Que plus une courbe d'indifférence est proche de l'origine, plus le niveau d'utilité auquel elle correspond est faible
D. Que la pente (l'inclinaison) des courbes d'indifférence est négative

4. L'évaluation ordinale de l'utilité repose sur

A. Une mesure de la satisfaction des consommateurs
B. Une échelle de préférence des biens d'après l'utilité procurée
C. Une échelle de prix des biens consommé
D. Une évaluation parfaite de la satisfaction de la consommation d'un bien

5. La convexité des préférences dans la théorie du consommateur signifie que

A. Les consommateurs sont indifférents à la composition de leurs paniers de consommation
B. Les consommateurs préfèrent des paniers de consommation extrêmes

C. Les consommateurs préfèrent toujours des quantités supplémentaires
D. Le taux marginal de substitution TMS est toujours positif.

6. **En théorie microéconomique, le « TMS » signifie**

A. Taux marginaliste statique
B. Taux marginal de substitution
C. Taxe moyenne supportée
D. Le travail mensuel supérieur

7. L'équilibre ou l'optimum du consommateur correspond au panier de consommation qui
A. Maximise la fonction d'utilité
B. Minimise son budget disponible
C. Maximise la fonction d'utilité sous contrainte du budget
D. Maximise la fonction-objectif.

TD3 de Micro-économie

Première partie: Notions de demande et d'élasticité

1. Donnez la définition de la courbe de demande **individuelle**. Quelle différence faite vous avec la **demande globale dite demande du marché**.

2. Expliquez graphiquement la relation **fondamentale** qui existe entre le prix (P) d'un bien et la quantité demandée (Q_d) de ce même bien. (Servez vous de l'expression mathématique d'une droite **Y= ax+b**).
2. Quelle est la **signification économique** de l'élasticité-prix de la demande?
3. Énoncez les principales formules de l'élasticité: De la demande (E_D), élasticité revenu (E_R) l'élasticité croisée ($E_{C,S}$) et l'élasticité **d'ARC (** E_{arc}**).** Quelle est **l'utilité de chacune d'elle**?
5. Pourquoi la courbe **d'Engel** (Courbe consommation-revenu **CCR ou encore courbe du niveau de vie)** a pour origine le point original des axes des abscisses et des ordonnées (**0,0**).
6. Expliquez **graphiquement** comment on effectue le passage de la **courbe consommation-prix (CCP)** à une courbe de **demande individuelle. (**Dérivée graphique**).**
7. Expliquez ces cas particuliers de la demande, (**bien de VEBLEN et bien de GIFFEN**).
8. Est-ce que la relation **inverse** qui existe entre le prix d'un bien (P) et la quantité demandée (Q) de ce même bien est **toujours vérifiée** ?
9. Qu'entendez vous par **snobisme** et effet de démonstration ?
10. En vous appuyons sur le cours expliquez pourquoi la courbe **consommation-prix (CCP)** commence à partir du point **(0, R/Py).**

Deuxième partie: Exercices d'application

Exercice 01

1. Soit la fonction de demande envers la consommation d'un bien **«D»** qui est donnée par l'équation mathématique suivante: $Q=8-P_x+2P_y$. Calculez les élasticités **directe et croisée**[1] de la demande lorsque
P_x **=04 DA,** P_y **=01DA**
2. Soit le tableau de la demande du bien Y suivant:

Py	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Q_{dy}	80	60	50	40	30

A. Calculez l'élasticité-prix de la demande lorsque P_Y passe de:
1à2, 2à3, 3à4 et 4à5. Effectuez le même calcul pour des modifications de prix en sens inverse puis tirez les conséquences de ses deux séries de calculs.
B. Quel est le calcul de **l'élasticité** qui permet de **palier à l'inconvénient mis** en évidence à la question précédente? Procédez alors à ce nouveau calcul. Expliquez brièvement le **principe fondamental de ce nouveau calcul.**

Exercice 02

La demande d'un bien « X » est fonction du prix du bien (P) des prix des autres biens (Pi) et du revenu (R).

1. Comment appelle-t-on **les indicateurs** qui permettent de rendre compte du changement en pourcentage (%) de la demande du bien (X) en fonction du changement en pourcentage (%) de (P), (Pi) et de (R) ?

2. On suppose que la demande du bien (X) s'exprime par la relation mathématique suivante :
$Dx = f(P, Pi, R)= P^{-0,3} . Pi^{0,1} . R^{0,4}$ **.**

(1) Appelée également élasticité de **substitution.**

Quelle sera la modification en **pourcentage (%)** enregistrée de la demande de X si ;

- **P** augmente de **10%**, toutes choses égales par ailleurs
- **Pi** augmente de **05%**, toutes choses égales par ailleurs
- **R** diminue de **10%**, toutes choses égales par ailleurs

Exercice 03

L'étude des choix optimaux d'un individu **« I »** a montré que, lorsque les prix des biens X et Y restaient égaux à 5, la demande du bien X variait en fonction du revenu (R).

Revenu R	*Les quantités du bien X*
30	4
40	3
50	2
60	1

1. Définir ce que l'on entend par courbe consommation-revenu (CCR) ou encore courbe **d'Engel** et tracer cette courbe à partir des données du tableau ci-dessus.
2. Tracer la courbe **d'Engel** du bien X et déterminer la nature du bien.

Exercice 04

Les préférences d'un consommateur rationnel sont résumées par la fonction d'utilité suivante : $\mathbf{U_T= f(x, y)=10x^{1/2}+2y^{1/2}}$ où x et y représentent respectivement les deux quantités consommées de deux biens différents.
1. Donnez les **expressions des fonctions de demandes** des biens X et Y.
2. Calculez l'élasticité-prix de la demande de «Y», «Y» est-il un bien de **GIFFEN**? Expliquez.
3. Calculez l'élasticité croisée de la demande de Y, «X» et «Y» sont-ils substituables ou complémentaires?

Troisième partie: «QCM» d'évaluation des connaissances: choisir la ou **les bonnes réponses**

1. La courbe consommation-revenu (CCR) ou courbe d'Engel indique les différentes quantités d'un bien que le consommateur désire acheter à différents niveaux de son revenu

A. Pour chaque accroissement du prix du bien
B. Pour chaque accroissement de l'utilité totale
C. Toutes choses égales par ailleurs
D. Pour chaque diminution des quantités consommées

2. Un bien dont la consommation diminue lorsque le revenu nominal diminue est un bien

A. Normal
B. Supérieur
C. Inférieur

D. Ordinaire

3. L'élasticité prix-directe de la demande, pour une fonction de demande de la forme $q(p)=\alpha.P^{-a}$ (avec: α>0 et a>0), est égale à

A. -Pa
B. α
C. –a
D. P

4. Les biens complémentaires sont caractérisés par une élasticité

A. Simple positive
B. Simple négative
C. De substitution négative
D. Croisée négative

5. La demande d'un bien à effet GIFFEN

A. Augmente quand le prix diminue
B. Augmente quand le prix ne change pas
C. Augmente quand le prix augmente
D. Stagne quand le prix varie

6. Un bien inférieur est caractérisé par

A. Une élasticité prix positive
B. Une élasticité prix négative
C. Une élasticité revenu positive
D. Une élasticité revenu négative

7. Un bien normal est caractérisé

A. Une élasticité prix positive
B. Une élasticité prix négative
C. Une élasticité revenu positive
D. Une élasticité revenu négative

8. L'élasticité croisée ou de substitution exprime

A. La variation en pourcentage du prix d'un bien X sur la variation en pourcentage du prix d'un autre bien Y, toutes choses égales par ailleurs.
B. La variation en pourcentage de la demande d'un bien X sur la variation en pourcentage du prix d'un autre bien Y, toutes choses égales par ailleurs.
C. La variation du prix d'un bien A en fonction de la variation de la demande du bien B, toutes choses égales par ailleurs.
D. La variation relative de la demande d'un bien A en fonction de la variation relative du prix d'un autre bien B, toutes choses égales par ailleurs.

9. Un effet de substitution (ES)

- **A.** Permet d'illustrer l'évolution du pouvoir d'achat du consommateur
- **B.** Permet de comprendre l'évolution des prix relatifs des biens
- **C.** Permet de comprendre l'évolution des revenus du consommateur
- **D.** Permet de comprendre l'évolution de la demande suite à une variation du prix

10. La courbe consommation-prix (CCP) permet

- **A.** D'étudier l'évolution relative du revenu nominal d'un individu I
- **B.** De comprendre l'évolution des prix relatifs des biens X et Y
- **C.** D'expliquer le pouvoir d'achat d'un consommateur supposé rationnel
- **D.** De passer d'une fonction d'utilité totale (Ut) à une fonction de demande individuelle par projection.

TD4 de Micro-économie

Première partie : Questions de cours

1. Rappelez la définition et l'expression mathématique de la **fonction de production de courte période.**
2. Après avoir montré la différence entre un facteur de production fixe et un facteur de production variable, Rappelez également ce que signifie pour vous la courte période **(CP)** et la longue période **(LP). Donnez des exemples.**
3. Si on considère la fonction mathématique suivante **P=f (K_0, L)** la fonction de production qui dépend seulement de deux facteurs **K** et **L**. Que représentent les variables **(P, K_0, et L)** ? Enoncez **les propriétés fondamentales de cette fonction** ?
4. Donnez la définition, puis l'expression mathématique des productivités physiques totale **(PT**), moyenne **(PM)** et marginale **(Pm)** du facteur de production travail L.
5. Expliquez avec le plus de précision possible le principe de **la productivité marginale décroissante. A quelle phase dans le processus de production correspond-elle ?**
6. Démontrez que la courbe de la productivité marginale **(Pm)** coupe la courbe du produit moyen **(PM)** en son point **maximum[(1)].**
7. Rappelez la définition et les propriétés essentielles de la **courbe d'iso- produit**[(2)].
8. Qu'est ce que le taux marginal de substitution technique **(TMST)** des facteurs de production ?
9. Démontrez que le **TMST** des facteurs de production est égal au **rapport** des productivités marginales des deux facteurs **K et L.** Expliquez brièvement comment avez-vous procédé pour effectuer cette démonstration.
10. Pourquoi **deux courbes d'iso-produit (isoquants)** dans la carte du producteur **ne peuvent pas se couper ?**

Deuxième partie : Exercices d'application

Exercice 01

Soit **P=f (K, L**) une fonction de production ou le produit **« P »** est obtenu à l'aide de la combinaison de deux quantités de facteurs k et l. En courte période on admet que le stock

(1) Un maximum mathématiquement correspond a annuler la première dérivée ($\partial P/\partial K$)
(2) Appelée également **l'isoquante**.

de capital K reste constant. Donnez l'expression de « P » en courte période. Soit alors le tableau ci-dessous qui nous donne l'expression de **P** de courte période ou le facteur travail « **L** » est exprimé en heure (H) de travail.

L	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	***8***
P	0	64	224	432	640	800	864	864	784

1. Trouvez la **productivité horaire (PM)** pour les valeurs de « L » suivantes (**L=1, L=4 et L=8**)
2. Calculez à partir des données du tableau ci-dessus la productivité moyenne (**PM**) et la productivité marginale (**Pm**).
3. Représentez sur un même graphique les trois courbes de productivité **(PT, PM et Pm)**
4. Faites ressortir **les principales relations** qui existent entre ces trois variables.

Exercice 02

Soient les fonctions de production obtenues après combinaison de deux facteurs le travail L et le capital K : **P1=f (K, L)=50K². L² et P2=f (K, L) = 200KL²-(KL)³** ($P1 = f(K, L) = 50K^2 . L^2$ et $P2 = f(K, L) = 200KL^2 - (KL)^3$)

1. Donnez l'expression mathématique des fonctions de la productivité totale (**PT**), moyenne (**PM**) et marginale (**Pm**) pour le facteur travail **L** et le facteur capital **K** de la première fonction.
2. Etablir les courbes de productivité de la deuxième fonction (**P2**) par rapport au facteur capital (K).
3. Si on admet que le stock de capital K est constant (**K=1**), retrouvez la valeur de L qui permet d'obtenir une productivité par unité maximale (**se référer à la deuxième fonction P2**)

Exercice 03

La production d'un produit « **X** » est soumise à une équation du type $P = f(K, L) = 10KL^2 - (KL)^3$

On admet que le stock de capital **K** est constant **(K=1) :**
1. Calculez les productivités : totale **« PT »,** moyenne **«PM »** et marginale **« Pm »** du facteur travail **L**
2. Quel serait le volume de L tel que **la production « P »** soit maximale ?
3. Quel serait le volume de L qui permet d'obtenir **une productivité par unité** maximale ?
4. Représentez graphiquement vos résultats à l'aide d'un graphique et faite ressortir la valeur de L qui vous donne **l'intersection** des courbes du produit moyen et de la productivité marginale.

Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : choisir la ou les bonnes réponses

1. En courte période (CP)

A. Les facteurs de production utilisés sont tous variables
B. Les facteurs de production utilisés ne sont pas tous variables
C. Les facteurs de production utilisés sont tous fixes
D. Les facteurs de production utilisés sont considérés comme substituables

2. Qu'est ce qu'un isoquant ?

A. Une courbe d'iso-produit
B. Une courbe de production
C. Représentant l'ensemble des paniers de produits pouvant être produits à partir des facteurs de production disponibles dans la firme
D. Représentant l'ensemble des facteurs de production présents dans une firme

3. A quoi correspond la longue période (LP) ?

A. Une durée ou tous les facteurs de production de la firme peuvent varier
B. Une durée ou tous les facteurs de production de la firme sont dépendants de la croissance de cette dernière.
C. Une durée pendant laquelle tous les facteurs de production utilisés ne sont pas variables
D.Une durée pendant laquelle les dirigeants ont uniquement des contraintes de décision concernant « l'input » travail

4. Comment peut-on définir la productivité marginale d'un input « X_i » ?

A. La diminution de production de l'output obtenu pour tout accroissement marginal de l'utilisation de l'input x_i
B. L'accroissement de production de l'output obtenu pour toute diminution marginale de l'utilisation de l'input x_i
C. L'accroissement de production de l'output obtenu pour tout accroissement marginal de l'utilisation de l'input x_i
D. L'accroissement de production de l'output obtenu pour tout accroissement de l'utilisation de l'input x_i

5. Quelles hypothèses sont retenues pour illustrer le fait qu'un processus de production est soumis à la loi des rendements moins que proportionnels ?

A. La productivité marginale est positive
B. La productivité marginale est négative
C. La productivité marginale est croissante
D. La productivité marginale est décroissante

6. Quelles sont les propositions justes ?

A. La courbe de la productivité marginale coupe la courbe de la productivité moyenne en son point minimal
B. La courbe de la productivité moyenne est décroissante lorsque la productivité marginale est supérieure à la productivité moyenne
C. La courbe de la productivité moyenne coupe la courbe de la productivité marginale en son point minimal
D. La courbe de la productivité marginale coupe la courbe de la productivité moyenne en son point maximum.

7. Soit la fonction de production $P=f(K, L)=30K^3.L^2$. Quelle est l'expression mathématique de la productivité moyenne et de la productivité marginale du facteur capital (K)

A. $P/K= 30K^2.L^2$ $\partial P/\partial K=90K^2. L^2$
B. $P/K= 30K^2.L^2$ $\partial P/\partial K= 30K^2.L^2$

C. $P/K= 30K^1.L^2$ $\partial P/\partial K = 30K^2.L^2$
D. $P/K= 30K^2.L^1$ $\partial P/\partial K = 90K^2.L^2$

8. Sachant que les prix des facteurs sont égaux, le producteur s'il est rationnel, utilisera

A. Une combinaison des deux facteurs, capital t travail (K, L)
B. Uniquement du facteur travail (L)
C. Uniquement du facteur capital (K)
D. Tout dépend du budget dont il dispose

9. La fonction de production d'une entreprise est : p=f (K, L)=Min (3K, 2L). Si l'entreprise adopte un comportement rationnel, pour produire 12 unités de bien elle utilise

A. 4 unités de travail et 4 unités de travail
B. 6 unités de capital et 4 unités de travail
C. 4 unités de capital et 6 unités de travail
D. 6 unités de capital et 6 unités de travail

10. Le taux marginal de substitution technique des facteurs (TMST) est égal

A. Au rapport des prix relatifs des facteurs
B. Au produit des productivités marginales des facteurs
C. Au rapport des productivités marginales des facteurs
D. Au rapport des dérivées partielles de la fonction de production de courte période

11. La courbe d'iso-produit (isoquante) représente

A. L'ensemble des combinaisons (K, L) nécessaire à la production (P)
B. L'ensemble de facteurs de production (K, L, T) combinés pour obtenir le produit (P)
C. Toutes les combinaisons de facteurs (K, L) qui laissent le producteur indifférent
D. Toutes les combinaisons de facteurs (K, L) qui donnent au producteur le même niveau de production ($\mathbf{P_0}$)

12. La condition d'optimalité du producteur correspond à

A. L'égalité des productivités marginales des facteurs (PmL) et (PmK)
B. L'égalité des productivités par unité des facteurs PMK et PML
C. L'égalité des productivités marginales des facteurs pondérées par leurs prix
D. La phase de production où la productivité marginale est décroissante

13. L'analyse de la fonction de production de courte période relève de

A. L'équilibre général
B. L'équilibre statique
C. L'équilibre partiel
D. L'équilibre simultané

14. L'élasticité factorielle (partielle) d'un facteur de production est égale

A. Au rapport de la variation relative (en %) de la quantité de ce facteur à celle du taux marginal de substitution technique
B. Au rapport de la productivité marginale de ce facteur au taux marginal de substitution technique
C. Au rapport de la variation relative (en %) de la quantité produite à celle de la quantité de ce facteur
D. Au apport de la productivité marginale à la productivité moyenne de ce facteur

TD5 de Micro-économie

Première partie : Questions de réflexion

1. Définir une fonction de production **homogène** et préciser ce que signifie **son degré d'homogénéité**
2. Démontrer que la fonction de production de **Cobb-Douglas** $P=f(L, K)=\beta L^{\alpha}.K^{(1-\alpha)}$**»** est homogène de **degré «λ = 1 »,** par conséquent présentent des rendements **d'échelle constants**
3. Qu'appelle-t on élasticité **partielle** d'un facteur de production
4. Rappelez le principe, ainsi que les conséquences de l'identité **d'Euler** au sujet des fonctions de production homogènes **(FPH)**
5. Si on considère la fonction de production du type $P=f(K, L)=K^{\alpha}.L^{\beta}$**,** donnez l'expression mathématique des **cœfficients des élasticités partielles** de la fonction de production par rapport au facteur travail (L) et au facteur capital (K).
6. Quelle est **la signification économique des rendements d'échelle** constants**,** croissants et décroissants ?
7. Quelle différence faites vous entre **économie** d'échelle et **rendements** d'échelle.
8. A quoi est utile le calcul du **degré d'homogénéité (λ)** de la fonction de production de **longue période.**

Deuxième partie : Exercices d'application

Exercice 01 : Fonctions de production de courte période et « TMST »

On vous donne trois fonctions de production ou «P» représente le produit obtenu à l'aide de deux combinaisons de facteurs de production : le capital K et le travail L :
$P_1 = f(k, l) = k^{0,2}. l^{0,5}$
$P_2 = f(k, l) = 2l^{3/4}. k^{\beta}$
$P_3 = f(k, l) = 2l^{1/2}. k^{1/2}$
1. Rappeler l'expression du « **TMST »** sur une courbe d'iso-produit[1]
2. Donnez l'expression du **TMST** pour les fonctions de production (1) et (2)
3. Considérons la fonction de production **N° (3).** Quelle sera la valeur du **TMST lorsque P=2 et L= 3 ?**

Exercice 02 : Elasticité partielle des facteurs de production

Soit une fonction de production continue est dérivable telle que :
$P= f(k, l)=l^{0,5}.k^{\beta}$ ou « β » est une constante telle que **0<β<1**
1. On pose $P=K=L=P_0$. Calculer la valeur de **β**. Donner alors la signification économique de β ?

---

[1] Qu'on appelle également **l'isoquante.**
FPH : fonction de production homogène.

2. Déterminer le pourcentage de variation du volume de production lorsque « L » augmente de **10%**, toutes choses égales par ailleurs.

Exercice 03 : Dérivées partielles et calcul de l'élasticité factorielle
On vous donne deux fonctions de production dont la forme est de :
1. $P_1=f(k, l, t)=2k^{\beta}.l^{\alpha}.t^{\lambda}$
2. $P_2=f(k, l)=akl-bk^2-cl^2$
Calculez les élasticités de production par rapport aux facteurs de production « K » et « L » pour les deux fonctions ci-dessus.

Exercice 04 : Rendement dimensionnel en productivité physique moyenne et marginale

Soit $\mathbf{P= f (k, l) = bl^{\alpha} k^{\beta}}$ une fonction de production ou « **P** » est le volume de production, « l » la quantité du facteur travail et « k » la quantité du facteur fixe capital ;
1. Que peut-on dire des rendements dimensionnels[2] de la fonction de la production dans le cas ou :
a. $\alpha+\beta=1$;
b. $\alpha+\beta<1$;
c. $\alpha+\beta>1$.
2. Calculez $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ sachant que :
a. L'élasticité de la production par rapport au travail est égale à **0,5**
b. La fonction de production en question est homogène de degré $\boldsymbol{\lambda=2}$

Exercice 05 : Rendement d'échelle et fonction de production homogène (FPH) de longue période

1. Donnez le degré d'homogénéité ainsi que la nature des rendements d'échelle des fonctions de production ci-après :
1. $P_1=f(k, l)=(k^2+l^2)^{1/3}$
2. $P_2=f(l, k)=al^{\alpha}k^{(1-\alpha)}-bl^{\beta}k^{(1-\beta)}$ avec, $0<\alpha<1$, $0<\beta<1$
3. $P_3= f(k, l)=k^2.l^2/(al^3+\beta k^3)$
4. $P_4=f(k, l, t)=bl^{\alpha}k^{\beta}t^{\lambda}$ avec, $(\alpha+\beta+\lambda=1, 5)$
5. $P_5=f(t, l)=ct^{0.2}.l^{0,5}$

Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : choisir <u>la ou</u> les bonnes réponses

1. Un facteur de production « X_i » est divisible en quantités infinitésimales lorsque

A. Ce facteur peut être obtenu et utilisé en unités aussi petites que l'on souhaite
B. Le fractionnement en sous-ensembles distincts ou identiques est possible
C. La possibilité de lui associer une quantité donnée d'un autre facteur existe
D. Ce facteur peut être fractionné en unités infiniment petites.

2. La productivité physique moyenne (PM) est croissante lorsque

A. La productivité marginale lui est inférieure
B. La productivité marginale lui est supérieure

[2] Qu'on appelle aussi les **rendements d'échelle**, qu'il ne faut pas confondre avec **« économie d'échelle** » qui prend en considération le prix des facteurs de production.

C. La production est croissante
D. La production totale est maximale

3. La productivité physique (Pm) marginale atteint son maximum lorsque

A. La productivité totale passe par son point d'inflexion
B. La production passe par son point d'inflexion
C. La productivité physique moyenne décroît
D. La production commence à croître à taux décroissant

4. La substitution correspond à la possibilité

A. D'associer à une unité d'un facteur une quantité plus au moins grande d'un autre facteur
B. De remplacer une quantité donnée d'un facteur de production par une quantité déterminée d'un autre facteur, tout en maintenant identique le niveau de production
C. De remplacer une quantité donnée d'un facteur de production par une quantité fixe d'un autre facteur
D. De remplacer une quantité d'un facteur fixe par une autre quantité d'un facteur variable, toutes choses gales par ailleurs.

5. La notion de rendement à « l'hectare » utilisée en agriculture est assimilable à

A. La productivité physique totale
B. La productivité marginale
C. La productivité physique moyenne
D. La productivité physique par unité

6. La loi des rendements décroissants ou des rendements moins[(3)] que proportionnels signifie que

A. La production diminuera drastiquement à un moment donné
B. La productivité marginale d'un facteur de production « X » finit par décroître lorsqu'on ajoute des quantités croissantes de « X » à une quantité donnée de facteurs fixes
C. La production augmente proportionnellement moins vite que les facteurs utilisés

D. La productivité physique moyenne atteint son maximum

7. **Pour fabriquer 5 unités d'un produit donné, il faut exactement 15 unités de facteur X, 25 unités de facteur Y, et 20Kg de facteur Z. La forme de la fonction de production est**

A. $Q(x, y, z) = 15x^{1/5} + 25y^{1/5} + 20z^{1/5}$
B. $Q(x, y, z) = 3x^{1/5}.\ 5y^{1/5}.4z^{1/5}$
C. $Q(x, y, z) = \text{Min}\ (x/_3;\ y/_5\ ;\ z/_5)$
D. $Q(x, y, z) = \text{Min}\ (3x\ ;\ 5y\ ;\ 4z)$

8. La fonction de production du type : $P=f\ (L, K)=\beta L^{\alpha}\ .K^{\ (1-\alpha)}$» possède des rendements d'échelle

(3) **Certains auteurs parlent également de la loi de la « Productivité marginale (Pm) décroissante ».**

A. Décroissants
B. Constants
C. Nuls
D. Croissants

9. La règle de l'épuisement du produit signifie que

A. Les facteurs de production sont rémunérés à leur productivité marginale
B. L'unité de production utilise toutes ses ressources à rémunérer ses facteurs
C. L'entreprise ne fait ni perte ni bénéfice
D. Les facteurs de production sont rémunérés exactement à leur productivité moyenne.

10. L'analyse des rendements d'échelle relève de l'analyse

A. De courte période
B. De longue période
C. De l'équilibre partiel
D. De l'équilibre général

11. En microéconomie le TMST signifie

A. Le taux marginaliste statique
B. Le taux marginal de substitution
C. Le taux moyen de consommation supporté
D. Le taux marginal de substitution technique des facteurs

12. Une fonction de production homogène de degré Zéro (λ=0) est un

A. Cas particulier de fonctions homogènes à rendements d'échelle croissants
B. Cas particulier de fonctions homogènes à rendements d'échelle constants
C. Cas particulier de fonctions homogènes à rendements d'échelle nuls
D. Cas particulier de fonctions homogènes à rendements d'échelle décroissants

TD6 de Micro-économie

Première partie : Questions de réflexion

1. Donnez la définition, puis l'expression mathématique de la fonction de Coût de courte période.
2. Rappelez de même les expressions mathématiques du coût total (**CT**), coût moyen (**CM**), et du coût marginal (**Cm**).
3. Qu'appelle-t-on **droite d'iso-coût.** Donner une représentation graphique. Quelle est la **pente** de cette droite ?
4. Démontrez que la courbe du coût marginal (Cm) **coupe** la courbe du coût moyen (CM) en son point minimum.
5. Un projet « S » produit un produit **« P»** dont a fonction du coût total (**CT**) est donnée par l'équation mathématique suivante : $\mathbf{CT=6P^3+30P^2+5P+40}$. Donnez les expressions mathématiques des fonctions de coûts suivantes : CFT, CFM, CTM, CVM, CVT et Cm.
6. Qu'est ce qui distingue les coûts de **long terme** et les coûts de **court terme** dans la théorie néo-classique ?

7. Que signifie pour vous le **glissement (**pivot**)** de a droite budgétaire du producteur à gauche et à droite respectivement

8. Quelle est la **caractéristique** principale des fonctions de production homogène **(FPH)** de degré **λ**?

9. Qu'est ce qui distingue **fondamentalement** l'approche **technique** de l'approche **économique** dans l'analyse du comportement du producteur ?

10. Qu'appelle-t-on un producteur **rationnel dans la théorie Néo-classique ?**

Deuxième partie (Partie pratique) : Exercices d'application (combinaison optimale de facteurs de production et équilibre du producteur)

Exercice 01

La production d'un bien « **P** » est assurée à l'aide de deux facteurs de production **K, et L**, la relation existant entre **P, K et L**, est al suivante : **P= f (K, L) =** $K^{1/2}$**.** $2L^{1/2}$

Sachant que l'entrepreneur connaît l'équation de son coût total qui est de la forme mathématique : **CT=RD=9L+4K**. Avec **CT**[(1)]**=** Coût total et **RD**=Ressources disponibles. **(A noter que : CT=RD=K.PK+L.PL**)

1. Sachant que l'entrepreneur est supposé rationnel, déterminer la valeur de la quantité de chaque facteur demandée par ce dernier, pour mettre en œuvre une production de **P=100** unités ;

2. Ayant effectué le calcul des quantités optimales de facteurs, l'entrepreneur constate qu'il est dans l'impossibilité de dégager la somme nécessaire pour couvrir le coût total de la production de **P=100** unités. Il ne dispose que d'une somme de **CT=RD= 504DA**. Compte tenu de cette contrainte, quelles seront les quantités optimales de facteurs **K et L** utilisées ? Quelle sera la valeur de la production correspondante ?

Exercice 02

Soit la fonction de production **« P »** expression du comportement rationnel d'un producteur **P=f (K, L)=6**$K^{1/2}$**.** $L^{2/3}$**.** Sachant que **« P »** est fonction des quantités de facteurs capital et travail. Les prix unitaires de ces facteurs sont respectivement, **PK=06DA, PL=05DA**. Le producteur dispose de ressources disponibles **RD=CT=1400DA**.

1. Calculez les quantités de facteurs (K et L) qui maximisent la production totale (on vous demande de procéder par la méthode du multiplicateur de **Lagrange**).

2. Quel est le niveau de production à l'équilibre ?

3. Quelle est la valeur du multiplicateur de Lagrange **λ** ?

4. Quel est l'effet d'une augmentation des ressources disponibles de 80DA sur la quantité produite ?

5. Calculez le $\mathbf{TMST}_{K\ à\ L}$ pour **K=6 et L=4** et déduisez la valeur du $\mathbf{TMST}_{L\ à\ K}$.

6. Quelle est la variation **(ΔL)** nécessaire du facteur travail pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant de 04 unités le facteur capital ?

7. Calculez la valeur de l'élasticité partielle de la production par rapport au facteur capital.

---

(1) Le coût total représente aussi les **ressources disponibles (RD), CT=RD=K. PK+L. PL**

(2) **CFT**: Coût fixe total

CFM: Coût fixe moyen, **CTM**: Coût total moyen, **CVM**: Coût variable moyen, **CVT**: Coût variable total, **Cm**: Coût marginal

8. Quel serait la variation de la production totale (**ΔP**) lorsque la quantité du facteur capital augmente de **20%** toutes choses égales par ailleurs (c'est-à-dire le facteur travail **L** demeure constant) ?

9. Quel est le degré d'homogénéité (**λ**) pour cette fonction de production ? Déduisez alors la nature des rendements d'échelle.

Exercice 03

Une entreprise « **S** » vend à grande échelle un produit dont la fonction de production est de la forme mathématique suivante : **P=f (K, L)=8L.K,** avec « L » le facteur travail qui est représenté par le nombre d'heures travaillées, et « K » le nombre de kilogrammes de matières premières. L'heure revient à **15 DA** et le kilogramme de matières premières coûte **05 DA**. Sachant que durant la période considérée l'entreprise peut dépenser **300.000 DA**, quel est le niveau maximal de production qui respecte cette contrainte de production ?

Exercice 04

Une firme « **F** » produit des chaussures, sa fonction de production est résumée dans le tableau ci-dessous :

« P »	*1L*	*2L*	*3L*
1K	100	140	160
2K	140	200	240
3K	160	240	300

1. Les rendements d'échelle sont-ils constants, croissants ou décroissants ? **Pourquoi** ?
2. Quels sont les points situés sur une **même isoquante** ?
3. Représentez sur le même graphique la carte de ce producteur (l'ensemble des isoquantes contenues dans le tableau). Quelles conclusions pouvez-vous tirer après l'analyse de cette carte ?

Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : choisir la ou les **bonnes réponses**

1. Lorsque le coût total augmentant à taux décroissant passe par un point d'inflexion, alors

A. Le coût moyen est maximum
B. Le coût marginal est minimum
C. Le coût marginal est supérieur au coût moyen
D. Le coût marginal est nul

2. Lorsque les courbes de coût moyen de courte période ont une forme en « U », les courbes de coût moyen de longue période

A. Ont forcement une forme en « **U** »
B. Peuvent avoir une forme en « **U** »
C. Peuvent avoir pour équation $\mathbf{C_M}$ **(q) =c (constante**)
D. Ont une forme de courbe enveloppe

3. Les économies d'échelle s'expliquent par

A. De fréquentes indivisibilités des équipements
B. Une meilleure combinaison productive à long terme

C. Une spécialisation plus efficace lorsque la taille augmente
D. La forme de « U » de la courbe de coût moyen de long terme

4. Qu'est ce que le coût marginal pour une firme

A. Le supplément de coût de production engendré par la production d'une unité supplémentaire
B. Le supplément de facteur de production nécessaire à la production d'une unité supplémentaire
C. Le supplément de coût de production engendré par l'augmentation de la taille
D. Le supplément de coût de production nécessaire à l'augmentation de la productivité.

5. Quelles sont les propositions justes

A. La courbe de coût marginal coupe la courbe de coût moyen en son point minimal
B. La courbe de coût moyen est décroissante lorsque le coût marginal est inférieur au coût moyen
C. La courbe de coût moyen coupe la courbe de coût marginal en son point minimal
D. La courbe de coût moyen est croissante lorsque le coût marginal est supérieur au coût moyen

6. Une grande usine « F » connaît des rendements d'échelle décroissants pour tout volume produit. Le dirigeant décide de scinder cette usine en deux établissements plus petits mais de même taille. Par rapport aux profits réalisés précédemment, la somme des profits obtenus par les deux usines est

A. Identique
B. Supérieur
C. Inférieur
D. Maximum

7. Une entreprise « M » utilise une novelle technologie caractérisée par des rendements d'échelle constants. Grâce à une compagne publicitaire réussie, elle multiplie ses ventes par 4,4 toutes choses égales par ailleurs. Dans cette situation, le profit (π)

A. Est exactement multiplié par 4,4
B. Baisse légèrement
C. Augmente significativement
D. Atteint son point maximum

8. La notion d'homogénéité d'une fonction de production permet d'étudier la manière dont

A. La productivité des facteurs varie lorsque la production varie dans les mêmes proportions
B. Le coût total varie lorsque la production varie dans les mêmes proportions.
C. La productivité physique marginale des facteurs varie lorsque le facteur travail varie
D. La production varie lorsque tous les facteurs de production varient dans les mêmes proportions

9. Quelles sont les propositions justes

A. La pente d'une ligne d'iso-coût est égale à l'opposé du rapport des prix des facteurs de production
B. Le TMST est égal à la valeur de la pente de l'iso-coût
C. Le TMST est égal à la valeur de la pente de l'isoquante
D. La productivité physique totale, en courte période devient négative à partir du point d'inflexion

10. La fonction de production de Cobb-Douglas possède

A. Une somme des élasticités partielles de facteurs supérieure à 1
B. Une somme des élasticités partielles des facteurs unitaire (égale à 1)
C. Une somme des élasticités partielles des facteurs inférieure à 1
D. Une somme des élasticités partielles des facteurs négative
11. La pente de l'iso-coût est égale à

A. L'opposé de l'isoquante (l'iso-produit)
B. Le rapport des quantités de facteurs K et L
C. L'opposé du rapport des prix des facteurs
D. La variation absolue des facteurs ($\Delta L/\Delta K$)

12. Sur la droite budgétaire du producteur (appelée communément droite d'iso-coût), la baisse du prix du facteur capital (K) à pour conséquence

A. Une baisse des quantités de facteurs (K et L) utilisées dans le processus de production
B. La droite budgétaire pivote à gauche (se déplace vers le bas)
C. La droite budgétaire pivote à droite (se déplace vers le haut)
D. La pente de la droite budgétaire se modifie

Conclusion

Ce polycopié pédagogique de **microéconomie** sera prochainement complété par un deuxième et troisième tomes qui seront exclusivement réservés à la quatrième partie de la microéconomie classique qui vont essayer d'aborder avec le même style et la même démarche tous les aspects relatifs l'objectif dynamique du producteur, la fonction de coût de longue période et la théorie de l'offre de l'entreprise. La cinquième et dernière partie traitera des aspects essentiels et élémentaires des différents marchés qu'on retrouve souvent dans les cours des étudiants de graduation des Sciences Economiques.

Références bibliographiques

1. PERCHERON Serge, «*Exercices de Microéconomie*», édition, ECONOMICA, Paris, 2005.
2. SALVATOR Dominick, «*Microéconomie, cours et problèmes*», édition, Série SCHAUM, Paris, 1978.
3. GLAIS Michel, « *Anales corrigées de première Année, DEUG, Sciences économiques*», édition, DUNOD, Paris, 2005.
4. BERNIER Bernard et LOUIS VEDIE Henri, « *Initiation à la Microéconomie***»,** édition, DUNOD, Paris, 1998.
5. **SAMUELSON Alain, «** *Les grands courants de la pensée économique*», édition, ECONOMICA, Paris, 1992.
6. **SAMUELSON P. A**., « *L'Economique* », Tome 2, édition COLIN, Paris 1972.
7. LECAILLON Jacques, *« Analyse microéconomique; Initiation*», édition, CUJAS, Paris, 2005.
8. N. GREGORY Mankiw, « *Principes de l'économie* », édition, ECONOMICA, Paris 1998.
9. ADAM SMITH, « *Recherches sur la nature et les causes de la richesse des nations***»**, édition FOLIO ESSAI, 1990.
10. SCOLTER A, « *Microéconomie : Une approche contemporaine*», édition VUIBERT, Paris 1996.
11. AMAMI M, « *Microéconomie : Théorie, critiques et exercices pratiques* », édition GETAN MORIN, Canada 1981.
12. **MALINVAUD E**, « *Leçons de théories microéconomiques* », édition DUNOD, Paris 19982.
13. CHIANG A.C, « *Fundamental methods of mathematical Economics* », edition MAC GRAW-HILL, New-York 1974.
14. ESCH L, « *Mathématiques pour économistes et gestionnaire »,* édition DE BOECK, Bruxelles 1992.
15. BENACHNHOU A, « *Introduction à l'analyse économique* », édition OPU, Alger 1972.