

الباب الرابع

الدواں كثیرات المدود

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الأولى عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتم باستعمال جهاز الداتاشو و يتوج بتقديم فقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى ".

الحل: /

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثانية عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثالثة عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو.

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوقعة.

الأعمال الموجهة

مسائل استمثال

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدوال كثيرات الحدود من الدرتين الثانية و الثالثة لدراسة وضعية استمثال.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

الربط بين مساحة، دالة و منحنى

تصحيح: /

الهدف: دراسة وضعية استمثال .

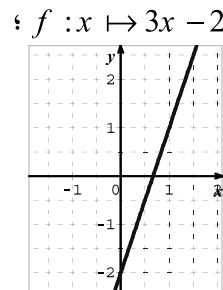
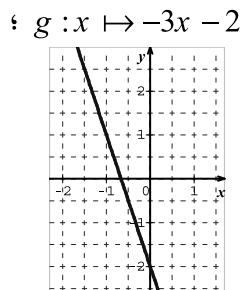
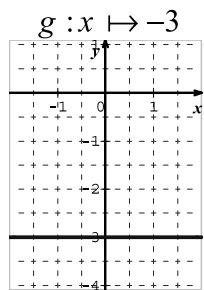
توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

١ – الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى .



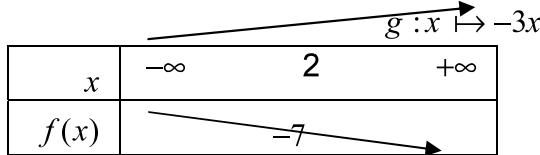
1

$g : x \mapsto -2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		-6	

$f : x \mapsto 2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		1	



: (1) جدول تغيرات الدالة 3

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		-7	

(2) إحداثيتنا نقطة تقاطع منحني الدالة f مع محور الفواصل $(2;0)$.

إحداثيتنا نقطة تقاطع منحني الدالة f مع محور التراتيب $(0;-1)$.

(3) إذا كان $f(x) \leq 0$ فإن $x \in [-\infty; 2]$ وإذا كان $f(x) \geq 0$ فإن $x \in [2; +\infty]$.

2 – الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية .

$$x = 5 \quad x = -\frac{5}{2} \quad \text{أو} \quad 2x^2 - 5x - 25 = 0 \quad \text{معناه} \quad f(x) = g(x) \quad \text{أ.1} \quad 10$$

ب- إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g) هي $\left(-\frac{5}{2}; \frac{65}{4}\right)$

أ- إشارة $f(x) - g(x)$ حسب قيم x .

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	5	$+\infty$
$2x^2 - 5x - 25$	+	0	-	0

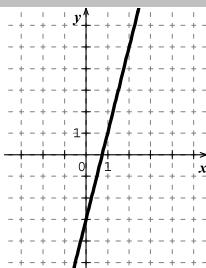
ب- إذا كان $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup [5; +\infty)$ فإن (C_f) يقع فوق (C_g) وإذا كان $x \in \left[-\frac{5}{2}; 5\right]$ فإن (C_g) يقع فوق (C_f) .

3 – الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة .

الدالة f **معروفة على** \mathbb{R} . **الدالة** f **متزايدة تماماً**; **وهي المثلث** $[2; +\infty[$ **و** $]-\infty; -1]$. **الدالة** f **متناقصة تماماً**.

تمارين للتعمّق

١ – الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى :



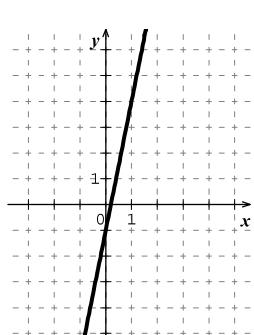
• $f : x \mapsto 4x - 3$ 18

The graph shows a rational function with a vertical asymptote at $x = -1$ and a horizontal asymptote at $y = 1$. The function has two branches. The left branch passes through the x-intercept $(-3, 0)$, the y-intercept $(0, -3)$, and approaches the vertical asymptote from the left. The right branch passes through the point $(1, 0)$ and approaches the vertical asymptote from the right and the horizontal asymptote $y = 1$ as $x \rightarrow +\infty$.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x = -\infty . f : x \mapsto 5x - 1 \quad \boxed{22}$$

$$\therefore f'(x) = 5 \therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x = +\infty$$

ومن أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) > 0$



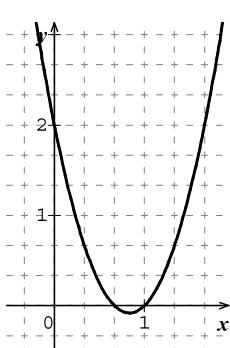
The graph shows a function $f(x)$ plotted against x . The horizontal axis (x) has labels $-\infty$, $+\infty$, and x . The vertical axis ($f(x)$) has labels $-\infty$ and $+\infty$. A vertical dashed line at $x = -\infty$ represents a vertical asymptote. A solid curve starts from the bottom left, approaching the vertical asymptote from the left, then turns upwards and to the right, approaching the horizontal asymptote at $y = +\infty$. An arrow points towards the upper right corner of the plot area.

2 – الدوال كثارات الحدود من الدرجة الثانية .

$$f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي : } f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \quad C_7 \text{ منحنيها البياني .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 = +\infty . \quad .1$$

$$f'(x) = 6x - 5 . \quad .2$$



x	$-\infty$	$\frac{5}{6}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{12}$	$+\infty$

3. أكتب معادلة لماس المنحنى C_f .

$$\therefore y = -x - \frac{2}{3} ; \quad y = x - 1 : \quad C_f \quad \text{معادلة المماسين المنحني} \quad x = \frac{2}{3} \quad \text{أو} \quad x = 1 \quad 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

4. التمثيل البياني

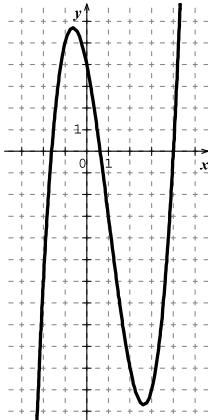
3 – الدوال كثیرات الحدود من الدرجة الثالثة .

دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : 32
 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4$

(C) المنحني البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ (1)

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 5$$



x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	↘	↗ $+\infty$

$$f''(x) = 6x - 6 \quad (2)$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

. (C) رسم (3)

مسائل

نسمي X طول زجاجة الباب و x عرضها حيث $x > 0$ ولدينا : 36

أي : $X = \frac{20160}{x}$. نسمي f الدالة التي ترافق بكل عدد حقيقي موجب تمامًا x ، مساحة الباب ؛ أي :

$$f(x) = \left(\frac{20160}{x} + 42 \right)(x+30) \text{ و معناه } f(x) = (X+42)(x+30)$$

$$f'(x) = \left(\frac{-20160}{x^2} \right)(x+30) + \left(\frac{20160}{x} + 42 \right)$$

$$f'(x) = 42 \left(\frac{-480x - 14400 + 480x + x^2}{x^2} \right) \text{ أي :}$$

$$f'(x) = 42 \left(\frac{x^2 - 14400}{x^2} \right) \text{ و معناه}$$

x	0	120	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↗	31500	↗

القيمة الحدية الصغر للدالة f (أصغر مساحة للباب) هي 31500 cm^2 و تبلغها عند $x = 120$

. إذن عرض الباب هو $x = 150 \text{ cm}$ و طولها هو $x+30 = 210 \text{ cm}$