

الباب الرابع

الدوال كثيرات الحدود

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الأولى عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتم باستعمال جهاز الداتاشو و يتوج بتقديم فقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى " .

الحل: /

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثانية عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو .

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: تخمين نهاية دالة كثير حدود من الدرجة الثالثة عند مالانهاية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة " و يتم باستعمال جهاز الداتاشو .

الحل: يكفي إتباع مختلف الخطوات الواردة في النشاط لبلوغ النتائج المتوخاة.

الأعمال الموجهة

مسائل استمثال

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدوال كثيرات الحدود من الدرجتين الثانية و الثالثة لدراسة وضعية استمثال .

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي .

الحل: بسيط

الربط بين مساحة، دالة و منحن

تصحيح: /

الهدف: دراسة وضعية استمثال .

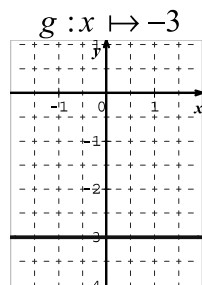
توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي .

الحل: بسيط

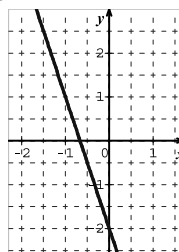
التمارين

تمارين تطبيقية

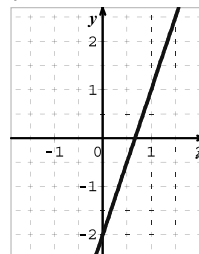
1 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى .



$g : x \mapsto -3x - 2$



$f : x \mapsto 3x - 2$



$g : x \mapsto -2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

$f : x \mapsto 2x - 3$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

$g : x \mapsto -3x$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

(1) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

(2) إحداثيتا نقطة تقاطع منحنى الدالة f مع محور الفواصل $(2; 0)$.

إحداثيتا نقطة تقاطع منحنى الدالة f مع محور الترتيب $(0; -1)$.

(3) إذا كان $x \in]-\infty; 2]$ فإن $f(x) \leq 0$ وإذا كان $x \in [2; +\infty[$ فإن $f(x) \geq 0$

2 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية .

10.1 - أ. $f(x) = g(x)$ معناه $2x^2 - 5x - 25 = 0$ ومعناه $x = -\frac{5}{2}$ أو $x = 5$.

ب- إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g) هي $(-\frac{5}{2}; \frac{65}{4})$ ؛ $(5; 20)$.

2.أ- إشارة $f(x) - g(x)$ حسب قيم x .

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	5	$+\infty$	
$2x^2-5x-25$	$+$	0	$-$	0	$+$

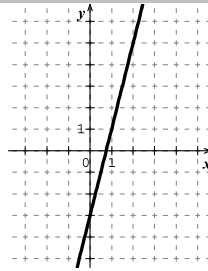
ب- إذا كان $x \in]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]5; +\infty[$ فإن (C_f) يقع فوق (C_g) وإذا كان $x \in]-\frac{5}{2}; 5[$ فإن (C_f) يقع تحت (C_g) .

3 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة .

12 الدالة f معرفة على \mathbb{R} . $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ؛ في المجالين $]-\infty; -1[$ و $[2; +\infty[$ الدالة f متزايدة تماما ؛ وفي المجال $[-1; 2]$ الدالة f متناقصة تماما.

تمارين للتعمق

1 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الأولى .



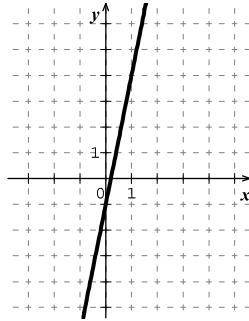
18 $f: x \mapsto 4x - 3$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

22 $f: x \mapsto 5x - 1$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x = +\infty$ ؛

؛ $f'(x) = 5$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x = +\infty$ ؛

ومن أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) > 0$.



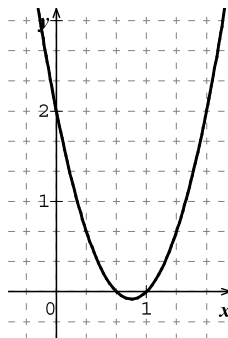
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثانية .

26 f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$. C_f منحنىها البياني .

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 = +\infty$.

2. $f'(x) = 6x - 5$.



x	$-\infty$	$\frac{5}{6}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{12}$	$+\infty$

3. أكتب معادلة لمماس المنحنى C_f .

$3x^2 - 5x + 2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = \frac{2}{3}$ ، معادلة المماسين المنحنى C_f : $y = x - 1$ ؛ $y = -x - \frac{2}{3}$.

4. التمثيل البياني

3 - الدوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة .

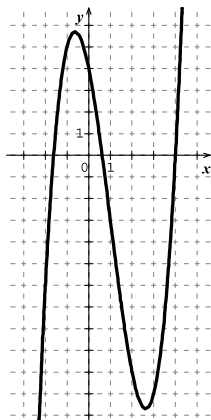
32 f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 4$$

(C) المنحني البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

(1) f معرفة على \mathbb{R} ولدينا $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 5$$



x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

$$f''(x) = 6x - 6 \quad (2)$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

(3) رسم (C) .

مسائل

36 نسمي X طول زجاجة الباب و x عرضها حيث $x > 0$ ولدينا : $X \times x = 20160 \text{ cm}^2$

أي : $X = \frac{20160}{x}$. نسمي f الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي موجب تماما x ، مساحة الباب ؛ أي :

$$f(x) = (X + 42)(x + 30) \text{ ومعناه } f(x) = \left(\frac{20160}{x} + 42 \right)(x + 30) \text{ الدالة } f \text{ تقبل الاشتقاق على } \mathbb{R}_+^* \text{ ولدينا :}$$

$$f'(x) = \left(\frac{-20160}{x^2} \right)(x + 30) + \left(\frac{20160}{x} + 42 \right)$$

$$f'(x) = 42 \left(\frac{-480x - 14400 + 480x + x^2}{x^2} \right) \text{ أي :}$$

$$f'(x) = 42 \left(\frac{x^2 - 14400}{x^2} \right) \text{ ومعناه}$$

x	0	120	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$			31500	

القيمة الحدية الصغر للدالة f (أصغر مساحة للباب) هي 31500 cm^2 وتبلغها عند $x = 120$

إذن عرض الباب هو $x + 30 = 150 \text{ cm}$ وطولها هو $X + 42 = \frac{20160}{x} + 42 = 210 \text{ cm}$.