

الباب الرابع

الدوال الأصلية

الأنشطة

النشاط الأول

تصحيح: /

الهدف: مقارنة مفهوم الدالة الأصلية.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل لهذا الباب و يتوج بتقديم فقرة " الدوال الأصلية ". " الدالة الأصلية لدالة على مجال " .

الحل: بسيط

النشاط الثاني

تصحيح: /

الهدف: تقديم مفهوم الدالة الأصلية التي تحقق شرطا معيناً.

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدالة الأصلية التي تحقق شرطا معيناً "

الحل: بسيط

النشاط الثالث

تصحيح: /

الهدف: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدالة الأصلية التي تحقق شرطا معيناً "

توجيهات: يقدم النشاط كمدخل للفقرة " الدالة الأصلية التي تحقق شرطا معيناً " و يتم ضمن أفواج.

الحل: بسيط.

الأعمال الموجهة

من الكلفة الهامشية إلى الكلفة الإجمالية

من الكلفة الهامشية إلى الكلفة المتوسطة

تصحيح: /

الهدف: توظيف دوال الكلفة.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج.

الحل: بسيط

دوال الرضا و الرغبة

تصحيح: /

الهدف: توظيف الدوال الأصلية في المجال الاقتصادي.

توجيهات: يمكن تقديم العمل في شكل أفواج كما يمكن اقتراحه كواجب منزلي.

الحل: بسيط

التمارين

تمارين تطبيقية

1 - الدوال الأصلية

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 3 - 4x(x+5)}{(2x^2 + 3)^2} = \frac{-2x^2 - 20x + 3}{(2x^2 + 3)^2} \quad 1$$

2. من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$ و منه $g(x) = -f'(x)$

نستنتج أن الدالة الأصلية للدالة g على \mathbb{R} هي $-f$ أي الدالة $x \mapsto -\frac{x+5}{2x^2+3}$ أصلية للدالة g على \mathbb{R} .

$$f(x) = -3x + 4 - \frac{1}{x^2} \quad \text{بـ:} \quad]-\infty; 0[\quad 22$$

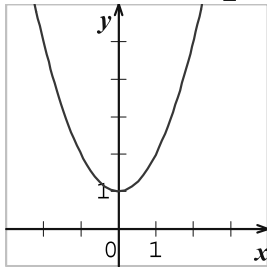
1. دالة أصلية للدالة f على $]-\infty; 0[$ هي $x \mapsto -\frac{3}{2}x^2 + 4x + \frac{1}{x}$

2. مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على $]-\infty; 0[$ هي الدوال من الشكل $x \mapsto -\frac{3}{2}x^2 + 4x + \frac{1}{x} + k$

حيث k ثابت حقيقي

$$F(-1) = 5 \quad \text{و} \quad F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + \frac{1}{x} + k \quad 3.$$

$F(-1) = 5$ تعني $-\frac{3}{2} - 4 - 1 + k = 5$ و منه $k = \frac{23}{2}$ وبالتالي $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 4x + \frac{1}{x} + \frac{23}{2}$



25 منحنى الدالة F هو المنحني المبين في الشكل المقابل لأن $F'(x) = f(x)$

بما أن f دالة تآلفية فإن الدالة F تكون دالة كثير حدود من الدرجة الثانية و بما أن f متزايدة على \mathbb{R} فهي تكون سالبة في مجال ثم موجبة في مجال آخر و بالتالي F تكون متناقصة في مجال ثم متزايدة في مجال آخر.

2 - حساب الدوال الأصلية

$$x \mapsto \frac{1}{8} \times (2x+5)^4 \quad \text{هي الدالة } \mathbb{R} \text{ على } f(x) = (2x+5)^3 \quad \text{أ) } 39$$

$$x \mapsto -\frac{1}{35} \times (2-7x)^5 \quad \text{هي الدالة } \mathbb{R} \text{ على } f(x) = (2-7x)^4 \quad \text{ب)}$$

$$x \mapsto \frac{3}{12} \left(\frac{2}{3}x - 4 \right)^6 \quad \text{هي الدالة } \mathbb{R} \text{ على } f(x) = \left(\frac{2}{3}x - 4 \right)^5 \quad \text{ج)}$$

47 تصويب : الدوال الأصلية ليست كلها على المجال $]0; +\infty[$

$$x \mapsto -\frac{1}{2(2x+1)} \quad \text{هي الدالة }]0; +\infty[\text{ على } f(x) = \frac{1}{(2x+1)^2} \quad \text{أ)}$$

$$x \mapsto \frac{-1}{6(3x-2)^2} \quad \text{هي الدالة } \left] \frac{2}{3}; +\infty \right[\text{ على } f(x) = \frac{1}{(3x-2)^3} \quad \text{ب)}$$

ج) $f(x) = \frac{1}{(1-6x)^4}$ ، دالة أصلية للدالة f على $\left[\frac{1}{6}; +\infty\right]$ هي الدالة $x \mapsto \frac{1}{18} \times \frac{1}{(1-6x)^3}$

تمارين للتعمق

58) f دالة معرفة على $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$ بـ: $f(x) = \sqrt{2x+3}$ ، $F(x) = (ax+b)\sqrt{2x+3}$

الدالة F أصلية للدالة f على $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$ معناه $F'(x) = f(x)$

$$F'(x) = a\sqrt{2x+3} + (ax+b) \times \frac{2}{2\sqrt{2x+3}} = a\sqrt{2x+3} + \frac{ax+b}{\sqrt{2x+3}} = \frac{a(2x+3) + ax+b}{\sqrt{2x+3}}$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{2x+3}} \text{ و } F'(x) = \frac{3ax+3a+b}{\sqrt{2x+3}}$$

من أجل كل عدد حقيقي x من $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$ معناه $3ax+3a+b = 2x+3$

أي $\left(a = \frac{2}{3}\right)$ و $(b=1)$ و بالتالي $F(x) = \left(\frac{2}{3}x+1\right)\sqrt{2x+3}$

59) f دالة معرفة على \mathbb{R}^+ بـ: $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x+2}\right) \times \frac{9}{(x+1)^2}$

1. بوضع $u(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ ، $u'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

2. $f(x) = 3u(x)u'(x)$ و منه $f(x) = 3 \times \left(\frac{2x+1}{x+2}\right) \times \frac{3}{(x+1)^2}$

و بالتالي دالة أصلية F للدالة f على \mathbb{R}^+ هي $F: x \mapsto \frac{3}{2} \times \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^2$ أي $F: x \mapsto \frac{3}{2} \times \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^2$

62) الدالة "الكلفة الهامشية" C_m موجبة على المجال $[1; 4]$ وسالبة

على $[0; 1]$ و بالتالي الدالة "الكلفة الإجمالية" C تكون متزايدة تماما على $[1; 4]$ و متناقصة تماما على $[0; 1]$.

2. $C_m(q) = aq + b - \frac{12}{q^2}$

المنحني Γ يقبل عند النقطة $A(2; 11)$ مماسا معامل توجيهه 5 معناه أن

$C_m(2) = 11$ و $C_m'(2) = 5$

$C_m'(q) = a + \frac{24}{q^3}$

$C_m'(2) = 5$ و منه $a + \frac{24}{8} = 5$ و منه $a = 2$

$C_m(2) = 11$ و منه $2a + b - 3 = 11$ و منه $2a + b = 14$ و منه $b = 10$

3. $C_m(q) = 2q + 10 - \frac{12}{q^2}$

