

Contrôle N°1 de la MDF

(1H 30mn)

Exercice 1 (4pts)

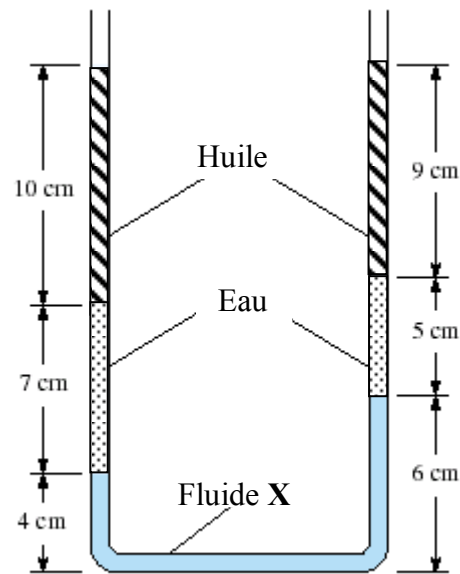
Dans la figure ci contre, les deux surfaces du manomètre sont ouvertes à l'atmosphère.

-Calculer la masse volumique du fluide X.

On donne :

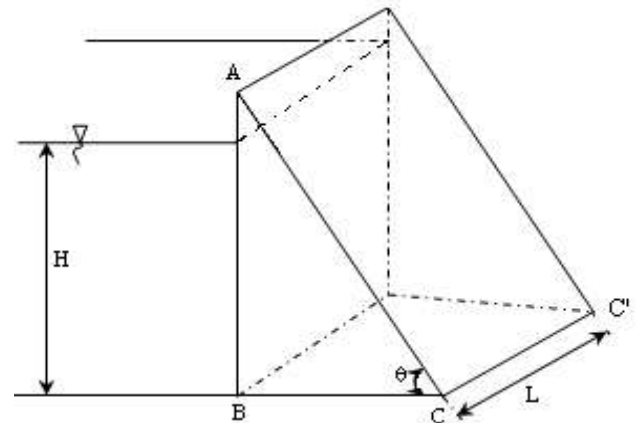
La masse volumique de l'eau $\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$

La masse volumique de l'huile $\rho_h = 889 \text{ kg/m}^3$



Exercice 2 (5 pts) : Un barrage de retenue d'eau est présenté par la figure ci-contre. Nous vous demandons de :

- ♦ Calculer la force F exercée par l'eau sur le barrage.
- ♦ Trouver son point d'application.
- ♦ Calculer le poids P du barrage sachant qu'il est constitué de béton dont la masse volumique est ρ_b et sa valeur est 2200 Kg/m^3 .
- ♦ Calculer les moments de la force F et du poids P par rapport à l'axe CC' .

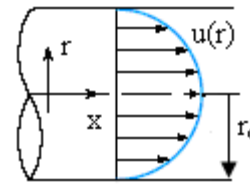


Données :

$H = 20 \text{ m}$; $AB = 25 \text{ m}$; $L = 5 \text{ m}$; $\theta = 60^\circ$

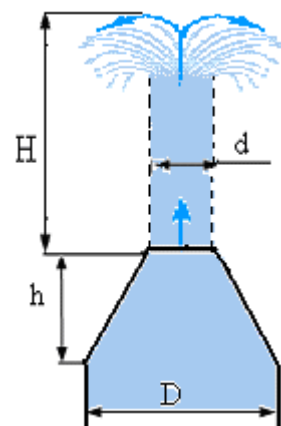
Exercice 3 (3 pts) : Un fluide s'écoule dans une conduite circulaire de rayon r_0 (voir figure ci-contre). Dans une section quelconque le profil de la vitesse parabolique est donné par l'équation suivante: $U(r) = \gamma(r_0^2 - r^2)$. La valeur de γ est : $30.0 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

- ♦ Calculer le débit.
- ♦ Calculer la vitesse moyenne.



Exercice 4 (4 pts)

- ♦ Calculer le débit volumique d'un jet d'eau s'élevant verticalement à la hauteur $H=8\text{m}$ et sortant d'un convergent dont les diamètres d'entrée et de sortie sont $D=50\text{mm}$ et $d=10\text{mm}$.
- ♦ Déterminer la pression effective à l'entrée du convergent si $h=0.5 \text{ m}$, voir figure ci-contre.

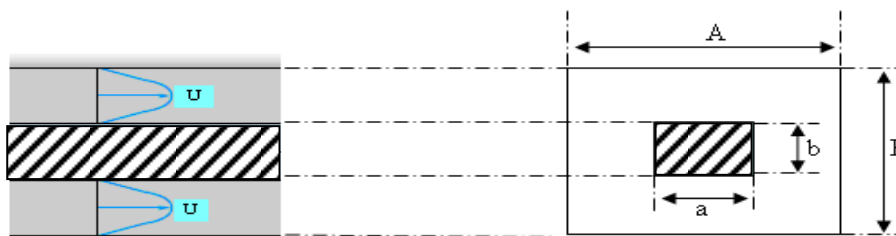


Exercice 5 (4 pts) : De l'eau s'écoule dans l'espace annulaire composé par deux conduites rectangulaires ayant un même axe comme le montre la figure ci-dessous. Déterminer la perte de charge unitaire ($L = 1 \text{ m}$), quand le débit est $3.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$

Données : $A = 25 \text{ cm}$; $B = 20 \text{ cm}$; $a = 15 \text{ cm}$; $b = 10 \text{ cm}$

Viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Rugosité de la paroi de la conduite : $k = 1 \text{ mm}$.



Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

Exercice1(4.pts)

$$p_1 = p_2 \dots\dots\dots (1.pt)$$

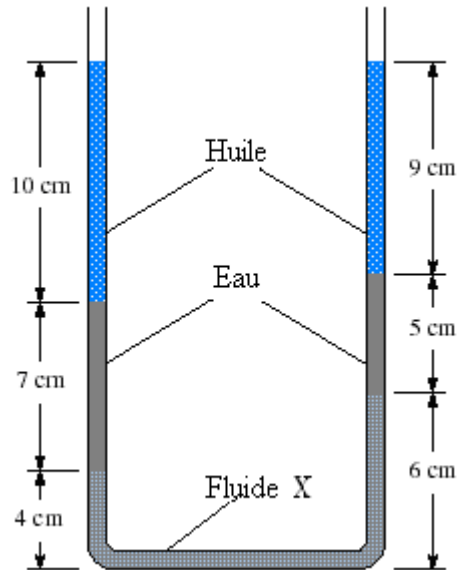
$$p_1 = \rho_h g 10 + \rho_e g 7 \dots\dots\dots (1.pt)$$

$$p_2 = \rho_h g 9 + \rho_e g 5 + \rho_x g (6 - 4) \dots\dots\dots (1.pt)$$

donc

$$\rho_x = \frac{\rho_h (10 - 9) + \rho_e (7 - 5)}{(6 - 4)} \dots\dots\dots (0.5 pt)$$

$\rho_x = \frac{\rho_h + 2\rho_e}{2} = \frac{889 + 2 \cdot 1000}{2}$ $= 1444.5 \text{ kg/m}^3$ (0.5 pt)
--	----------------



Exercice 2 (5 pts) :

Force exercée par l'eau sur le barrage :

Première formulation :

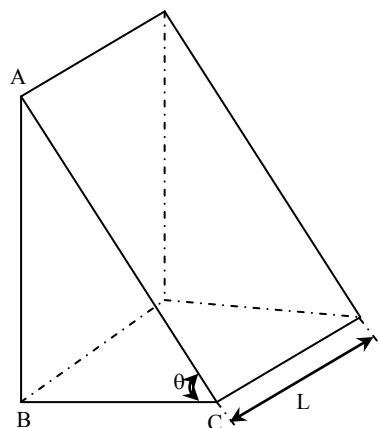
$$F = p_{CG} A = \rho g \frac{H}{2} HL = \rho g L \frac{H^2}{2} \dots\dots\dots (1.pt)$$

A.N : $F = 10^3 \times 9,81 \times 5 \times (20)^2 \times 0,5 = 9,81 \cdot 10^6 \text{ N.}$
 (0.5 pt)

Point d'application de la force F :

$$\therefore y_{CP} = \frac{I_{xxCG}}{y_{CG} A} + y_{CG} = \frac{LH^3/12}{H/2 HL} + \frac{H}{2} = \frac{2}{3} H$$

Poids du barrage



Le poids du barrage est

$$P = mg = \rho_b g \mathcal{V}$$

\mathcal{V} représente le volume

du barrage : $\mathcal{V} = S_{ABC} L$

S_{ABC} est la surface du

triangle ABC ;

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC$$

Mais

$$\sin 60^\circ = \frac{AB}{AC} \quad \text{et} \quad \cos 60^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow B$$

Et donc :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \frac{AB^2}{\tan 60^\circ}$$

$$P = \rho_b g L \frac{AB^2}{2 \tan 60^\circ} \dots\dots\dots$$

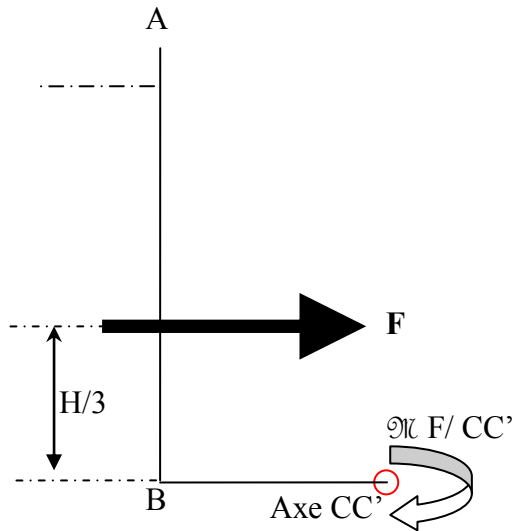
.....

 (0.5 pt)

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

A.N : $\frac{P = 2200 \times 9,81 \times 5 \times (25)^2}{(2 \times 1,732)} = 1,947 \cdot 10^7$
N (0.5 pt)

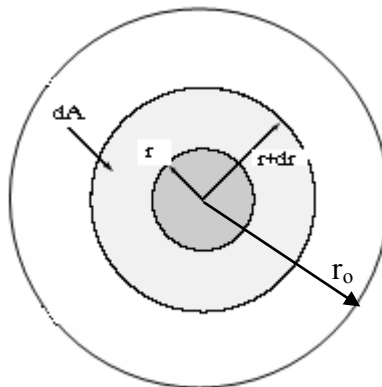
Moment de F et de P par rapport à l'axe CC'.



$M_{F/CC'} = F \times H/3 = 6,54 \cdot 10^7 \text{ N.m}$ (0.5 pt)

$M_{P/CC'} = P \times 2BC/3 = 1,8735 \cdot 10^8 \text{ N.m}$ (0.5 pt)

Exercice 3 (3 pts) : Considérons une section quelconque de la conduite circulaire.



Calcul du débit : le profil de vitesses étant parabolique (la vitesse n'est pas la même sur toute la section), le débit élémentaire dq qui passe à travers la surface dA est :

$dq = u(r)dA$; $u(r) = \gamma(r_0^2 - r^2)$
 (0.5 pt)

$dA = 2\pi r dr$
 $M_{P/CC'}$
 (0.5 pt)

$Q = \int_0^{2BC/3} \gamma(r_0^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{\gamma \pi r_0^4}{2}$
 (1. pt)

Calcul de la vitesse moyenne :

$U_{moy} = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{\gamma \pi r_0^4}{2}}{\pi r_0^2} = \frac{\gamma r_0^2}{2}$
 (1. pt)
 pt)

Exercice4

1-Le débit volumique du jet d'eau Q :

$Q = V_2 \times S_2 = V_2 \frac{\pi d^2}{4}$
 (0.5 pt)

-Calcul de la vitesse moyenne V_2 :

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

-En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 on obtient :

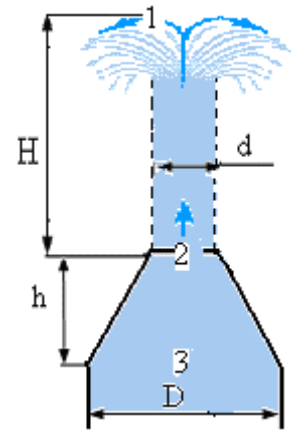
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

$$V_1 = 0$$

Donc

$$V_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 8} = 12.53 \text{ m/s} \dots\dots (0.25 \text{ pt})$$



Et

$$Q = 12.53 \times \pi \times (10^{-2})^2 / 4$$

$$Q = 0.00098 \text{ m}^3/\text{s} = 0.98 \text{ l/s} \dots\dots\dots (0.25 \text{ pt})$$

2-Déterminer la pression effective à l'entrée du convergent :

En appliquant l'équation de Bernoulli entre 2 et 3 on obtient :

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

$$p_2 = p_{atm}$$

En appliquant l'équation de continuité entre 2 et 3 on trouve :

$$V_2 \frac{\pi d^2}{4} = V_3 \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow V_3 = V_2 \frac{d^2}{D^2} \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

$$\frac{p_3 - p_{atm}}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) + z_2 - z_3 \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

$$p_{3\text{effective}} = \rho \frac{V_2^2}{2} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) + \rho gh$$

On a trouvé que :

$$V_2 = \sqrt{2gH}$$

donc

$$p_{3\text{effective}} = \rho g H \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) + \rho gh$$

$$= \rho g \left(H \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) + h \right)$$

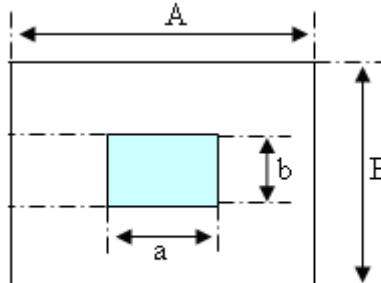
$$= 1000 \times 9.81 \left(8 \left(1 - \frac{0.01^4}{0.054^4} \right) + 0.5 \right)$$

Solution du contrôle de la MDF (ST2 -2007)

$p_{3\text{effective}} = 83292.70\text{Pa} \approx 0.83 \text{ bar}$
--

(0.5 pt)

Exercice 5 (4 pts): Considérons une section quelconque de la conduite annulaire de forme rectangulaire.



Calcul de la perte de charge unitaire :

Régime de l'écoulement $R_e = \frac{uD_h}{\nu}$ calculons le diamètre hydraulique D_h

$$D_h = 4 \frac{A_m}{P_m} = 4 \frac{(AB - ab)}{2(A+B) + 2(a+b)} = 2 \frac{(AB - ab)}{(A+B+a+b)} = 0.1m \dots\dots\dots (1. \text{ pt})$$

$$u = \frac{Q}{A_m} = \frac{Q}{AB - ab} = 1.0 \text{ m/s} \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$$

Donc $R_e = \frac{uD_h}{\nu} = 10^5$ le régime est turbulent on calcul le coefficient de frottement λ par la

relation de COLEBROOK $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k}{3.71D} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right] \dots\dots\dots (0.5 \text{ pt})$

On trouve par itération : $\lambda = 3,847 \cdot 10^{-2} \dots\dots\dots (1. \text{ pt})$

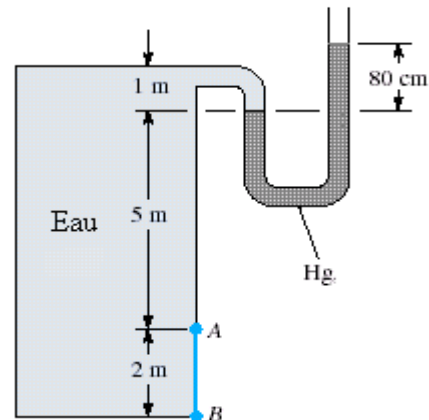
$$\Delta H = 1,96 \cdot 10^{-2} \text{ m H}_2\text{O} \dots\dots\dots (1. \text{ pt})$$

Contrôle de Rattrapage deMécanique Des Fluides

(durée 1H 30mn)

Exercice 1 (6 pts)

L'eau dans le réservoir illustré sur la figure ci-contre est sous pression, elle est donnée par la lecture du manomètre à mercure. Déterminer la force hydrostatique sur la vanne AB de largeur 1 m. La masse volumique de l'eau $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$
La masse volumique du mercure $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$

**Exercice 2 (6 pts) :**

Du gaz carbonique circule dans une conduite circulaire de diamètre égal à 7,5 cm. Les données relatives à l'écoulement entre un point A et un point B situé en aval sont :

$$V_A = 4,5 \text{ ms}^{-1} \quad p_A(\text{absolue}) = 2,06 \text{ bars} \quad T_A = 21^\circ \text{C}$$

$$V_B = ? \quad p_B(\text{absolue}) = 1,373 \text{ bars} \quad T_B = 32^\circ \text{C}$$

La valeur de la constante r pour le gaz carbonique est $189,33 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$

- ♦ Calculer la vitesse au point B.
- ♦ Comparer les débits volumiques en A et B.

Exercice 3 (8 pts):

Dans une conduite circulaire de diamètre $D = 10 \text{ cm}$, dont la longueur est $L = 1 \text{ Km}$ et dont la rugosité est $k = 3 \text{ mm}$; circule de l'eau dont la masse volumique est $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ et dont la viscosité cinématique est $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

1. Montrez que la perte de charge ΔH se produisant dans cette conduite peut être donnée par l'expression suivante :

$$\Delta H = \frac{8L}{g\pi^2 D^5} Q^2 \lambda \quad \lambda \text{ étant le coefficient de perte de charge}$$

2. Calculer la perte de charge dans cette conduite pour un débit $Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.
3. Que devient cette perte de charge quand le débit devient $Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Exercice1 (4 pts)

La force hydrostatique appliquée sur la vanne AB est F

$$F = p_{cg} S_{AB} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

Où

p_{cg} est la pression effective au centre de gravité de la vanne.

S_{AB} est la surface de la vanne.

$$p_{cg} = p_{meff} + \rho_{eau} g H_{cg} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$p_{meff} = p'_{meff} = \rho_{Hg} g \Delta H_{Hg} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$= 13600 \cdot 9.81 \cdot (80 \cdot 10^{-2})$$

$$= 106732.8 \text{ N/m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$p_{cg} = 106732.8 + 1000 \cdot 9.81 (5 + 2/2)$$

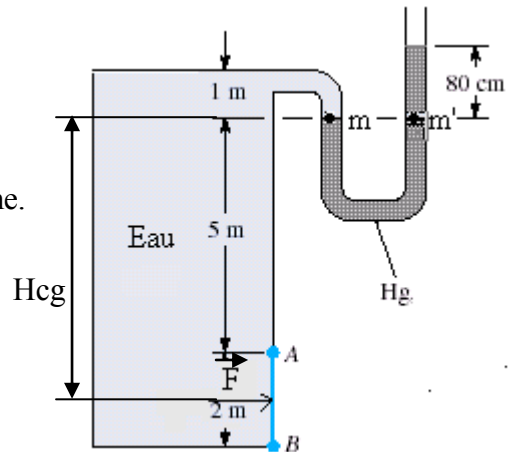
$$= 165592.8 \text{ N/m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$S_{AB} = L \times H = 1 \times 2 = 2 \text{ m}^2 \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

Donc

$$F = 165592.8 \times 2$$

$$F = 331185.6 \text{ N} \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$



Exercice 2 (6 pts) :

Vitesse au point B:

$$\text{Débit massique au point A : } \dot{m}_A = \rho_A V_A S_A \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

$$\text{Débit massique au point B : } \dot{m}_B = \rho_B V_B S_B \dots\dots\dots 0.5 \text{ pt}$$

* Principe de continuité :

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B \Rightarrow \rho_A V_A S_A = \rho_B V_B S_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow V_B = V_A \frac{\rho_A}{\rho_B} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{* Loi des gaz parfaits : } \frac{P_A}{\rho_A} = r T_A \text{ et } \frac{P_B}{\rho_B} = r T_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{P_A}{P_B} \frac{T_B}{T_A} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{Et la vitesse au point B sera : } V_B = V_A \frac{P_A}{P_B} \frac{T_B}{T_A} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{A.N : } V_B = 4.5 \frac{2.06}{1.373} \frac{(32 + 273)}{(21 + 273)} = 7.00 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Comparaison des débits volumiques:

$$Q_A = V_A \pi R^2 = V_B \pi R^2 \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{4.5}{7.0} = 0.64$$

Donc le débit volumique n'est pas conservé car c'est un fluide *compressible* (la masse volumique n'est pas constante)1.0pt

Exercice 3 (10 pts):

1) Expression de la perte de charge :

La perte de charge est donnée par la relation suivante :

$$\Delta H = \frac{U^2}{2g} \lambda \frac{L}{D} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\text{mais } U = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi D^2 / 4} = \frac{4Q}{\pi D^2} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

$$\Rightarrow U^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4}$$

$$\text{et donc } \Delta H = \frac{8L}{g \pi^2 D^5} Q^2 \lambda \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

2) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D} \text{ comme } Q = 1.5708 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \text{ alors } R_e = 2.10^3 < 2300 \dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Donc le régime est laminaire et le coefficient de pertes de charge est donné par la

$$\text{relation : } \lambda = \frac{64}{R_e} = 3,210^{-2} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Et par conséquent :

$$\Delta H = \frac{8L}{g \pi^2 D^5} Q^2 \lambda = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ mH}_2\text{O} \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

3) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D} \text{ comme } Q = 7.854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \text{ alors } R_e = 1.10^5 > 2300 \dots\dots\dots 1.0 \text{ pt}$$

Corrigé du contrôle de Rattrapage de la MDF (ST2-2007)

Donc le régime est turbulent on calcule le coefficient de frottement λ par la relation de

COLEBROOK $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{k}{3,71D} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right] \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$

On trouve : $\lambda = 5,741632 \cdot 10^{-2} \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$

$\Delta H = 29,27 \text{ m H}_2\text{O} \dots\dots\dots (1.0 \text{ pt})$

Exercice1 :

Un orifice circulaire dans une des parois verticales d'un réservoir est fermé par une vanne de diamètre $D=1.25\text{m}$, laquelle peut tourner autour d'un axe situé à son centre, figure 1. Le réservoir est rempli d'un liquide de densité $d=0.8$.

- a- Calculer la force hydrostatique sur la vanne,
- b- Calculer le moment nécessaire pour maintenir la vanne fermée (position verticale).

On donne : $H = 2.5\text{m}$

$$I_{x_{cg}} = \frac{\pi D^4}{64}$$

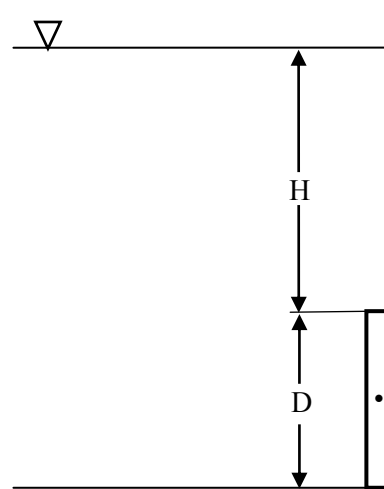


Figure 1

Exercice2 :

De l'eau s'écoule à travers la conduite verticale représentée dans la figure 2. Le débit d'écoulement est de 314.16 l/s . On considère que l'eau est un fluide parfait.

- a- Trouver la différence de pression $p_2 - p_1$
- b- Si on utilise un manomètre différentiel à mercure pour mesurer $p_2 - p_1$ que sera la valeur de la dénivellation h ?
- c- La conduite de diamètre D_2 se ramifie en deux conduites de diamètres D_3 et D_4 . Sachant que les débits à travers ces deux conduites Q_3 et Q_4 sont égaux et que $D_3=10\text{cm}$, calculer D_4 .

On donne: $D_1=20\text{cm}$, $D_2=40\text{cm}$, $V_4=15\text{m/s}$, $d_{\text{mercure}}=13.6$

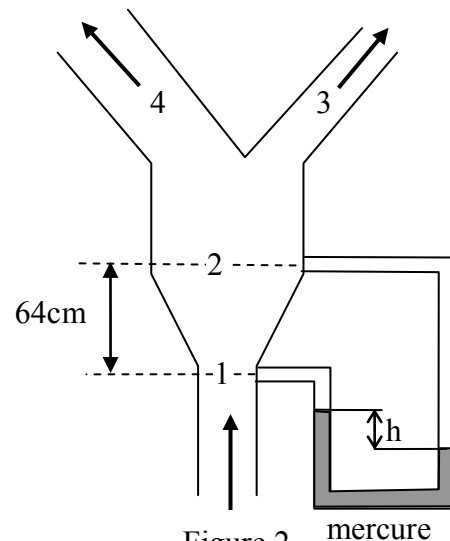


Figure 2

Exercice3 :

On pompe de l'eau de viscosité dynamique $\mu=10^{-3}\text{kg/ms}$ jusqu'au réservoir C par 1km de conduite de section carré de côté $a=40\text{cm}$ et de rugosité $\epsilon=2\text{mm}$, munie de deux coudes identiques, voir figure3. La pression effective en A est 1kPa quand le débit est de 160 l/s .

- a- Calculer la perte de charge linéaire dans la conduite.
- b- Si on utilise une pompe de puissance $P=54\text{kW}$, calculer la pression effective au point B.
- c- Quelle est la valeur du coefficient de perte de charge singulière des coudes k

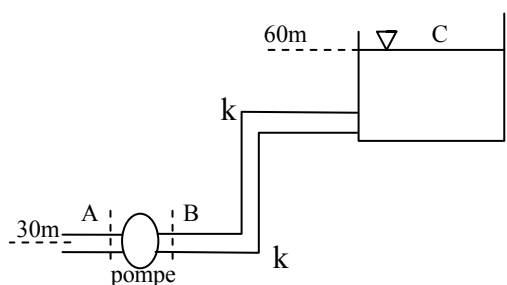


Figure 3

On donne $g=10\text{m/s}^2$. La formule de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\text{Log}_{10} \left[\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$

Exercice 1(4 pts) :

a- calculer la force hydrostatique sur la vanne F :

$$F = p_{cg} S = (\rho g H_{cg}) \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)$$

$$F = (d \rho_e g H_{cg}) \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)$$

0.5

$$H_{cg} = H + \frac{D}{2} = 2.5 + \frac{1.25}{2}$$

0.5

$$H_{cg} = 3.125m$$

$$F = (0.8 \times 1000 \times 9.81 \times 3.125) \left(\pi \frac{1.25^2}{4} \right)$$

$$F = 30096.70N$$

0.5

g- Calculer le moment nécessaire pour maintenir la vanne fermée :

Dans ce cas il faut appliquer un moment M égal et opposé au moment dû à la force hydrostatique F, donc :

$$M = F \overline{o_1cp}$$

0.5

- Calculer le bras de levier $\overline{o_1cp}$

$$\overline{o_1cp} = y_{cp} - y_{cg}$$

Nous savons que $y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{xcg}}{y_{cg} A}$ où :

0.5

$$I_{xcg} = \pi \frac{D^4}{64}$$

$$A = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$y_{cg} = H_{cg} = 3.125m$$

En remplaçant les expressions de I_{xcg} et A on trouve :

$$y_{cp} - y_{cg} = \frac{D^2}{16y_{cg}}$$

$$\overline{o_1cp} = y_{cp} - y_{cg} = \frac{1.25^2}{16 \times 3.125}$$

0.5

$$\overline{o_1cp} = 0.03125m$$

0.5

$$M = 30096.70 \times 0.03125$$

$$M = 940.521875Nm$$

0.5

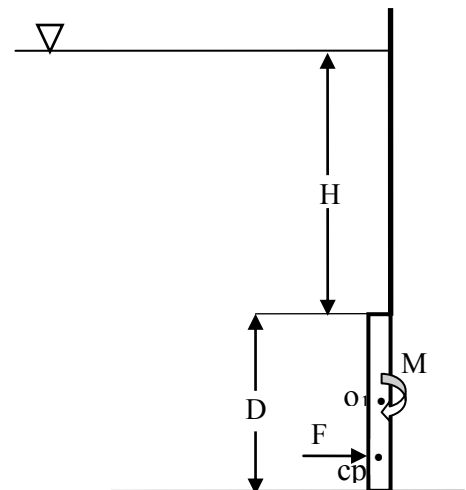


Figure 1

Exercice 2(6 pts) :

a- Trouver la différence de pression $p_2 - p_1$:

En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 et en considérant que l'eau est un fluide parfait on trouve :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = \rho \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \rho g(z_1 - z_2)} \quad (1) \quad 0.5$$

De l'équation de continuité :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \quad 0.5$$

$$V_2 = V_1 \frac{D_1^2}{D_2^2} \quad (2) \quad 0.5$$

(2) dans (1) donne :

$$\boxed{p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} V_1^2 \left(1 - \frac{D_1^4}{D_2^4} \right) + \rho g(z_1 - z_2)} \quad (3)$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} \quad 0.5$$

$$V_1 = \frac{4 \times 314.16 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.2^2} = 10 \text{ m/s}$$

AN

$$p_2 - p_1 = \frac{1000}{2} (10)^2 \left(1 - \frac{0.2^4}{0.4^4} \right) - 1000 \times 9.81 \times 0.64$$

$$\boxed{p_2 - p_1 = 40596.6 \text{ Pa}} \quad 0.5$$

b- Calculer la dénivellation h :

Dans le manomètre différentiel on a :

$$p_1 + \rho g h' + \rho_m g h = p_2 + \rho g((z_2 - z_1) + h' + h) \quad 0.5$$

Donc

$$p_2 - p_1 = (\rho_m - \rho) g h - \rho g(z_2 - z_1) \quad 0.5$$

$$\text{Et } h = \frac{(p_2 - p_1) + \rho g(z_2 - z_1)}{g(\rho_m - \rho)} \quad 0.5$$

$$\text{AN } h = \frac{40596.6 + 1000 \times 9.81 \times 0.64}{9.81 \times (13600 - 1000)}$$

$$\boxed{h = 0.3792 \text{ m} = 37.92 \text{ cm}} \quad 0.5$$

c- Calculer D_4 et V_3 :

On a la somme des débits entrants égale à la somme des débits sortants donc $Q = Q_3 + Q_4$ or

$$Q_3 = Q_4, \text{ alors } Q = 2Q_3 = 2Q_4$$

- calculer V_3 :

$$Q_3 = V_3 \pi \frac{D_3^2}{4} = \frac{Q}{2}$$

$$\text{Donc } V_3 = \frac{2Q}{\pi D_3^2}$$

$$\text{AN } V_3 = \frac{2 \times 314.16 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.1^2}$$

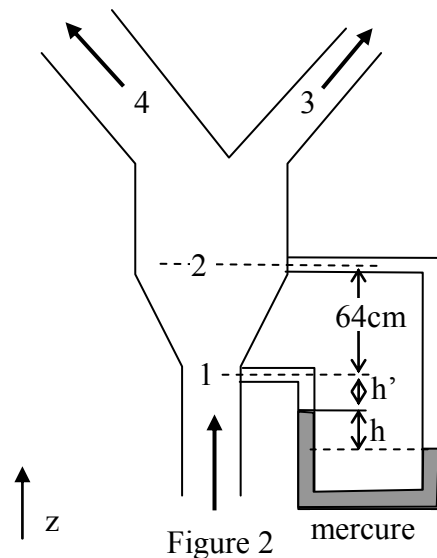


Figure 2

Corrigé du contrôle de la MDF (2008)

$$V_3 = 20 \text{ m/s}$$

0.5

- calculer D_4 :

$$Q_4 = V_4 \pi \frac{D_4^2}{4} = \frac{Q}{2}$$

$$\text{Donc } D_4 = \sqrt{\frac{2Q}{\pi V_4}}$$

$$\text{AN } D_4 = \sqrt{\frac{2 \times 314.16 \times 10^{-3}}{\pi \times 15}}$$

$$D_4 = 11.55 \text{ cm}$$

0.5

Exercice 3 (10 pts) :

a- Calculer la perte de charge linéaire ΔH_l :

$$\Delta H_l = \lambda \frac{L}{D_H} \frac{U^2}{2g}$$

0.5

$$- U = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{a^2}$$

0.5

$$U = \frac{160 \times 10^{-3}}{0.4^2} = 1 \text{ m/s}$$

0.5

$$- D_H = 4 \frac{S_{\text{mouillée}}}{p_{\text{ér mouillée}}} = 4 \frac{a^2}{4a} = a = 0.4 \text{ m}$$

0.5

$$- L = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$- \lambda = ?$$

Pour calculer λ il faut déterminer la nature du régime d'écoulement, donc calculer R_e 0.5

$$- R_e = \rho \frac{UD_H}{\mu}$$

0.5

$$R_e = 1000 \frac{1 \times 0.4}{10^{-3}} = 4 \times 10^5 > 2300 \text{ donc le régime est turbulent.}$$

0.5

$$\text{On applique la formule de Colebrook } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3.71 D_H} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{2 \times 10^{-3}}{3.71 \times 0.4} + \frac{2.51}{4 \times 10^5 \sqrt{\lambda}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 6 - 2 \log_{10} \left[1.347 + \frac{0.6275 \times 10^{-2}}{\sqrt{\lambda}} \right]$$

0.5

On pose $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = x$ en remplaçant dans l'équation précédente on trouve :

$$x = 6 - 2 \log_{10} [1.347 + 0.6275 \times 10^{-2} x]$$

On pose $x_0 = 0$ on trouve :

$$x_1 = 5.74126, x_2 = 5.71833, x_3 = 5.7184, x_4 = 5.7184$$

0.5

$$\text{Donc } x = 5.7184$$

0.5

Corrigé du contrôle de la MDF (2008)

$$\text{Et } \lambda = \frac{1}{x^2} = 0.0305 \quad 0.5$$

$$\Delta H = 3.8225m \quad 0.5$$

b- Calculer la pression effective au point B :

Appliquons l'équation de Bernoulli entre A et B :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A + \frac{w}{g} = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{U_B^2}{2g} + z_B \quad 0.5$$

$$\text{Avec } \begin{matrix} z_A = z_B \\ U_A = U_B \end{matrix} \text{ (la même conduite, même débit donc la même vitesse)} \quad 0.5$$

En remplaçant ces conditions dans l'équation précédente on trouve :

$$\begin{matrix} p_B = p_A + \rho w \\ p_{Beff} = p_{Aeff} + \rho w \end{matrix} \quad 0.5$$

Calculer le travail fourni par la pompe par unité de masse w :

$$w = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{P}{\rho Q} \quad 0.5$$

$$w = \frac{54 \times 10^3}{10^3 \times 160 \times 10^{-3}} = 337.5 J/kg \quad 0.5$$

$$p_{Beff} = 10^3 + 10^3 \times 337.5 = 338500 Pa = 3.385 bar \quad 0.5$$

c- Calculer le coefficient de perte de charge singulière des coudes k :

Appliquons l'équation de Bernoulli entre A et C :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A + \frac{w}{g} = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{U_C^2}{2g} + z_C + \Delta H_l + \sum \Delta H_s \quad 0.5$$

$$\text{Avec } \begin{matrix} p_C = p_{atm} \\ U_C = 0 \end{matrix}$$

En remplaçant ces conditions dans l'équation précédente on trouve :

$$\frac{p_{Aeff}}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} - (z_C - z_A) + \frac{w}{g} - \Delta H_l = \sum \Delta H_s = 2 \times k \frac{U^2}{2g} \quad 0.5$$

$$\text{Donc } k = \frac{\frac{p_{Aeff}}{\rho} + \frac{U_A^2}{2} - g(z_C - z_A) + w - g\Delta H_l}{U^2} \quad 0.5$$

$$k = \left(\frac{10^3}{10^3} + \frac{1^2}{2} - 10(60 - 30) + 337.5 - 10 \times 3.8225 \right) / 1^2$$

$$k = 1.8 \quad 0.5$$

Contrôle de Rattrapage de la MDF

(1H 30mn)

Exercice 1 (5 pts):

L'instrument de mesure A lit une pression absolue=350kPa.

-Calculer la hauteur h de l'eau ?

-Quelle est la lecture de la pression absolue du manomètre B ?

$$\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

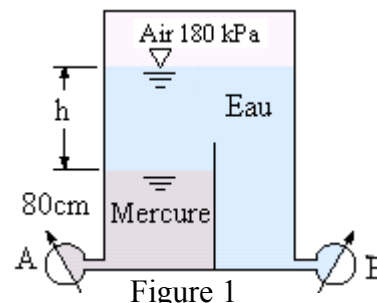


Figure 1

Exercice 2 (5 pts):

Un petit barrage d'eau de forme d'un quart de cylindre de rayon $R=10\text{m}$ et de longueur $L=20\text{m}$ est schématisé par la figure 2.

a- Calculer la force horizontale exercée par l'eau sur ce barrage.

b- Calculer la force verticale exercée par l'eau sur ce barrage.

c- Calculer la force résultante.

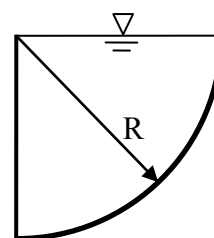


Figure 2

Exercice 3 (10 pts) :

De l'huile de densité $d_h=0.84$ circule du réservoir A par une conduite de diamètre $D=15\text{cm}$ jusqu'au point B (figure 3). Le débit dans la conduite est 13l/s .

1^{er} cas : On considère que l'huile est un **fluide parfait**.

1-a Calculer la pression au point A.

2^{ème} cas : on considère que l'huile est un **fluide réel** de viscosité cinématique $\nu=2.10 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. La conduite est de longueur $L=150\text{m}$ et une rugosité $\varepsilon=0.12\text{mm}$. Le coefficient de perte de charge singulière $k=0.5$.

2-a Calculer la perte de charge linéaire.

2-b Calculer la perte de charge singulière.

2-c Calculer la pression au point A.

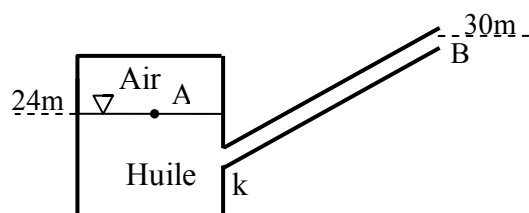


Figure 3

La formule de Colebrook :
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3.71 D_H} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right]$$

Remarque : Vous prenez pour tous les exercices $g=10\text{m/s}^2$

Corrigé du Rattrapage de la MDF

Exercice 1 : (5 pts)

- Calculer la hauteur h de l'eau :

$$p_A - p_1 = \rho_M g(0.8)$$

$$p_1 - p_2 = \rho_e g h$$

par sommation

$$p_A - p_2 = \rho_M g(0.8) + \rho_e g h$$

Donc

$$h = \frac{p_A - p_2 - \rho_M g(0.8)}{\rho_e g}$$

AN

$$p_A = 350 \text{ kPa} = 350 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 180 \text{ kPa} = 180 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\rho_M = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$h = \frac{350 \times 10^3 - 180 \times 10^3 - 13600 \times 10 \times 0.8}{1000 \times 10}$$

$$h = 6.12 \text{ m}$$

- La lecture du manomètre B en kPa :

$$p_B - p_2 = \rho_e g(h + 0.8)$$

$$p_B = p_2 + \rho_e g(h + 0.8)$$

AN :

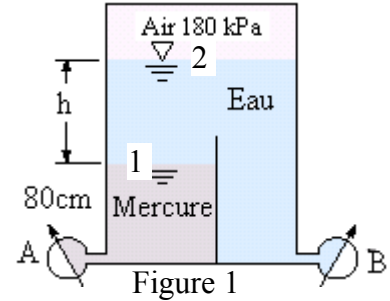
$$p_2 = 180 \text{ kPa} = 180 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 6.12 \text{ m}$$

$$p_B = 180000 + 1000 \times 10(6.12 + 0.8)$$

$$p_B = 249200 \text{ Pa} = 249.2 \text{ kPa}$$



Exercice 2 : (5 pts)

a- Calculer la force horizontale exercée par l'eau sur le barrage : F_H

$$F_H = p_{cg\text{projeté}} \times S_{\text{projetée}}$$

$$F_H = \rho g h_{cg} \times (R \times L)$$

$$F_H = \rho g \frac{R}{2} \times R \times L$$

Corrigé du Rattrapage de la MDF

$$F_H = \rho g \frac{R^2}{2} \times L$$

AN :

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$R = 10 \text{ m}$$

$$L = 20 \text{ m}$$

$$F_H = 1000 \times 10 \times \frac{10^2}{2} \times 20$$

$$F_H = 10^7 \text{ N}$$

0.5

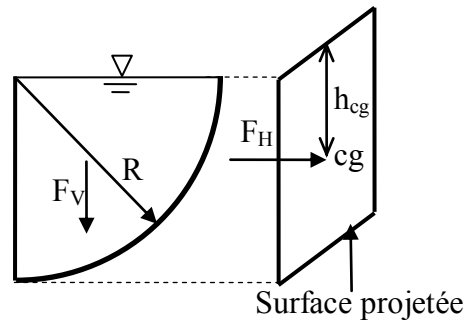


Figure 2

b- Calculer la force verticale exercée par l'eau sur le barrage : F_V

$$F_V = m g$$

$$F_V = \rho v_{1/4 \text{ cylindre}} g$$

$$F_V = \rho S_{1/4 \text{ cylindre}} L g$$

$$F_V = \rho g \frac{1}{4} \pi R^2 \times L$$

1.5

AN :

$$F_V = 1000 \times 10 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 10^2 \times 20$$

$$F_V = 1,57 \times 10^7 \text{ N}$$

0.5

c- Calculer la force résultante : F

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

$$F = \sqrt{(10^7)^2 + (1,57 \times 10^7)^2}$$

0.5

$$F = 1.86 \times 10^7 \text{ N}$$

0.5

Exercice 3 (10 pts) :

1^{er} cas : On considère que l'huile est un fluide parfait.

1-a Calculer la pression effective au point A.

En appliquant l'équation de Bernoulli entre A et B on trouve :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{U_B^2}{2g} + z_B$$

0.5

Corrigé du Rattrapage de la MDF

$$U_A = 0$$

$$z_A = 24m$$

0.5

$$p_B = p_{atm}$$

$$U_B = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{13 \times 10^{-3}}{\frac{\pi \times 0.15^2}{4}} = 0,736 m/s$$

1

$$z_B = 30m$$

$$p_{Aeff} = \rho \frac{U_B^2}{2} + \rho g(z_B - z_A)$$

AN :

$$\rho = d_h \rho_e = 0.84 \times 1000 = 840 kg/m^3$$

$$g = 10 m/s^2$$

$$p_{Aeff} = 840 \frac{0,736^2}{2} + 840 \times 10 \times (30 - 24)$$

$$p_{Aeff} = 50627,51 Pa$$

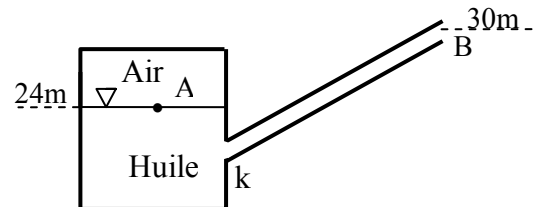


Figure 3

2^{ème} cas : on considère que l'huile est un **fluide réel**

2-a Calculer la perte de charge linéaire : ΔH_L

$$\Delta H_L = \lambda \frac{L}{D_H} \frac{U^2}{2g}$$

$$L = 150m$$

$$D_H = D = 0,15m$$

$$U = U_B = 0,736 m/s$$

Pour calculer λ il faut déterminer la nature du régime d'écoulement, donc calculer Re 0.5

$$- Re = \frac{UD}{\nu} = \frac{0,736 \times 0,15}{2,10 \times 10^{-6}} = 52571,14 > 2300 \text{ le régime est turbulent.}$$

$$\text{On applique la formule de Colebrook } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{0,12 \times 10^{-3}}{3,71 \times 0,15} + \frac{2,51}{52571,14 \sqrt{\lambda}} \right]$$

On pose $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = x$ en remplaçant dans l'équation précédente on trouve :

$$x = -2 \log_{10} [0,215 \times 10^{-3} + 4,77 \times 10^{-5} x]$$

Corrigé du Rattrapage de la MDF

On pose $x_0 = 0$ on trouve :

$$x_1 = 7.3351, x_2 = 6.496, x_3 = 6.559, x_4 = 6.554$$

On prend $x=6,554$ donc $\lambda = \frac{1}{x^2} = 0.0232$

$$\Delta H_L = 0.628m$$

2-b Calculer la perte de charge singulière : ΔH_S

$$\Delta H_S = k \frac{U_B^2}{2g} = 0.5 \frac{0.736^2}{2 \times 10} = 0.0135m$$

2-c Calculer la pression au point A.

En appliquant l'équation de Bernoulli entre A et B on trouve :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{U_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{U_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_L + \Delta H_S$$

$$U_A = 0$$

$$z_A = 24m$$

$$p_B = p_{atm}$$

$$U_B = 0,736m/s$$

$$z_B = 30m$$

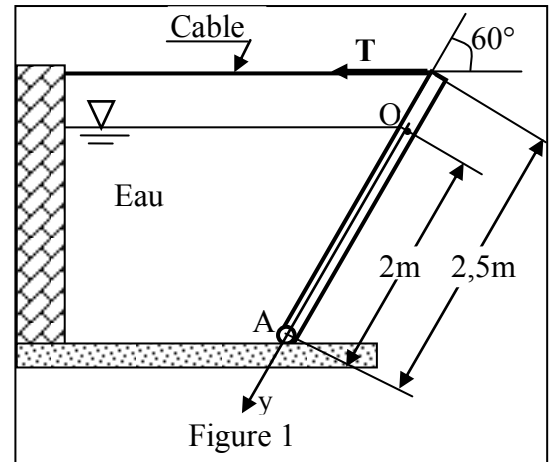
$$p_{Aeff} = \rho \frac{U_B^2}{2} + \rho g(z_B - z_A + \Delta H_L + \Delta H_S)$$

$$p_{Aeff} = 56016Pa$$

Contrôle de Mécanique Des Fluides
(1H30min)

Exercice 1 : Une vanne rectangulaire de largeur (عرض) 1m, de longueur (طول) 2.5m, et ayant un poids (وزن) de 3500N, peut pivoter autour de l'axe A. L'eau exerce une force sur la vanne. Celle-ci est tenue en place par un câble horizontal (figure 1).

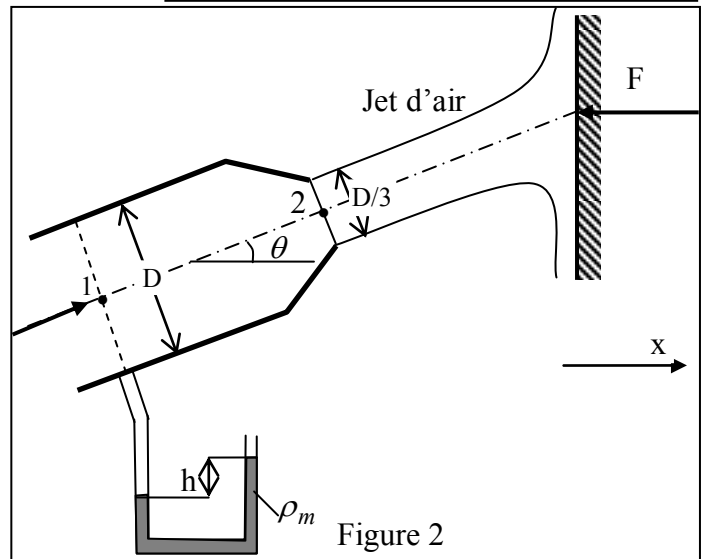
- 1- Calculer la pression effective au centre de gravité de la surface de la vanne mouillée (السطح المبلل) par l'eau.
- 2- Calculer la force exercée par l'eau sur la vanne.



- 3- Calculer la coordonnée du centre de poussée y_{cp} .
- 4- Calculer la tension T du câble.

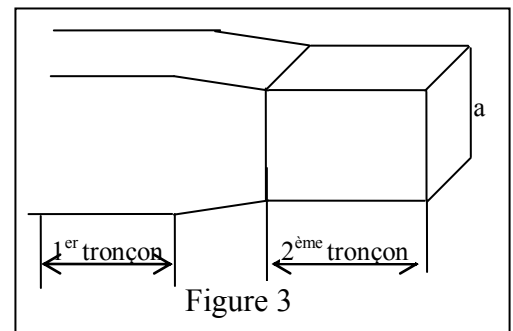
Exercice2 : Un jet d'air supposé incompressible de masse volumique 1.29 kg/m^3 frappe une plaque verticale (figure 2). Pour la maintenir en place, on applique une force horizontale F. (On **néglige** l'effet de la pesanteur et le frottement).

- 1- Calculer la pression effective au point 1.
- 2- Déterminer le débit volumique du jet d'air.
- 3- Calculer la force horizontale F.



On donne : $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$, $h = 15 \text{ cm}$, $D = 24 \text{ cm}$, $\theta = 45^\circ$

Exercice3 : L'eau s'écoule dans une conduite avec un débit volumique de 16 l/s. Cette conduite est constituée de deux tronçons successifs (جزئين متتاليين). Le premier tronçon est de section circulaire de diamètre $D = 20 \text{ cm}$. Le deuxième tronçon est de section carrée de côté (ضلع المربع) a (figure 3).



- 1- Calculer la perte de charge linéaire par **unité de longueur** dans le premier tronçon. On donne la viscosité cinématique de l'eau $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ et la rugosité de la conduite $\varepsilon = 0.15 \text{ mm}$
- 2- Si on considère que la perte de charge linéaire par unité de longueur et le coefficient de perte de charge linéaire sont les mêmes dans les deux tronçons, quel est le côté a de la section carrée ?
- 3- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans le deuxième tronçon.

Exercice 1 (6pts)

- 1 - Calculer la pression effective au centre de gravité de la surface mouillée de la vanne: (1,5)

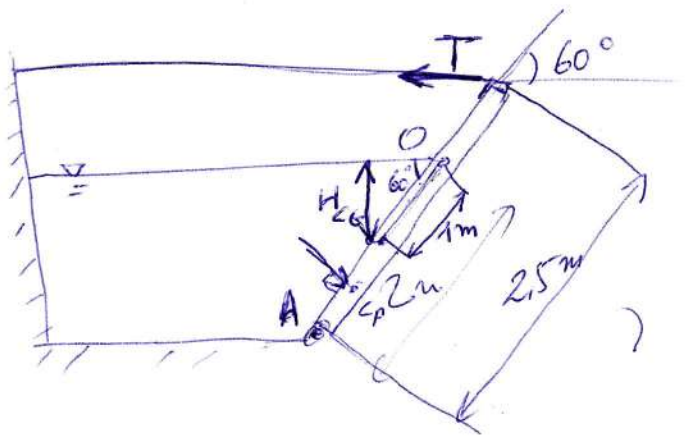
$$P_{CG} = \rho g H_{CG}$$

$$H_{CG} = y_{CG} \cdot \sin 60^\circ$$

$$H_{CG} = \frac{2m}{2} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866m = H_{CG}$$

$$\text{donc } P_{CG} = 10^3 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \cdot 9,81 \left(\frac{m}{s^2} \right) \cdot 0,866(m)$$

$$P_{CG} = 8495,46 Pa$$



- 2 - Calculer la force exercée par l'eau sur la vanne: (1,5)

$$F = P_{CG} \cdot S = 8495,46(Pa) \cdot (2m \times 1m)$$

$$F = 16990,92 N$$

Représentation des forces

- 3 - Calculer y_{cp} : (1,5)

$$y_{cp} = y_{CG} + \frac{I_{CGxx}}{y_{CG} \cdot S}$$

$$y_{CG} = \frac{2m}{2} = 1m$$

$$I_{CGxx} = \frac{Lar \cdot (Long)^3}{12} = \frac{1m \cdot (2m)^3}{12} = 0,67 m^4$$

$$S = 2m \times 1m = 2m^2$$

$$y_{cp} = 1 + \frac{0,67}{1 \times 2} = 1,33m = y_{cp}$$

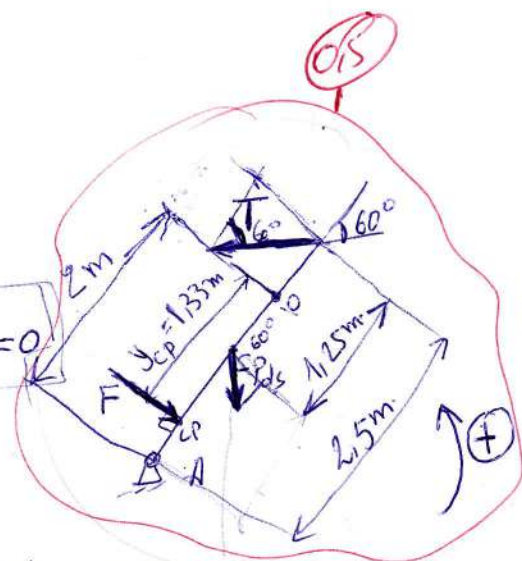
- 4 - Calculer la tension du câble: (1,5)

$$\sum M_A = 0 \text{ (Maintenir la vanne en place)}$$

$$\Rightarrow -F(2m - y_{cp}) - P_{ds} \sin 60^\circ \cdot \left(\frac{2,5m}{2} \right) + T \sin 60^\circ \cdot (2,5m) = 0$$

$$\text{donc: } T = \frac{F(2m - y_{cp}) + P_{ds} \sin 60^\circ \cdot \frac{2,5m}{2}}{(2,5m) \sin 60^\circ}$$

$$T = \frac{16990,92(N) \cdot (2 - 1,33)(m) + 3500(N) \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{2,5(m)}{2}}{2,5(m) \cdot \sin 60^\circ} = 7008 N = T$$



Exercice 2

(6pts)

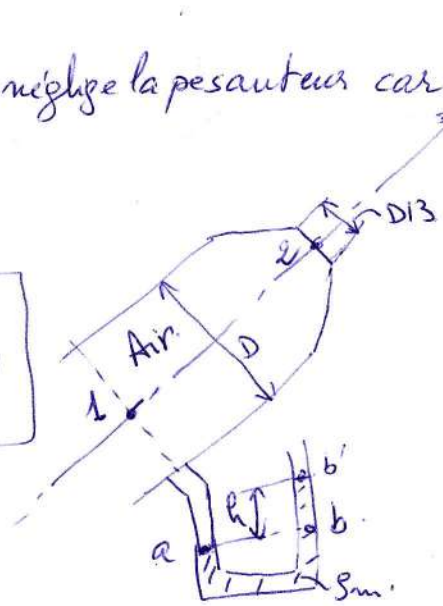
1. Calculer la pression effective au point 1: (2pts)

On a le fluide est de l'air incompressible (on néglige la pesanteur car g est faible)
donc:

$$\begin{cases} P_1 = P_a \\ P_a = P_b \\ P_b = \rho_m g h + P_{atm} \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \text{ou} \\ P_b - P_{atm} = \rho_m g (z_{b'} - z_b) \\ = \rho_m g h \end{array} \right]$$

donc: $P_1 = \rho_m g h + P_{atm}$

et $P_{1eff} = \rho_m g h$



Al: $P_{1eff} = 13600 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \cdot 9,81 \left(\frac{m}{s^2} \right) \cdot 0,15(m)$

$P_{1eff} = 20012,4 Pa \approx 0,2 bar$

2. Calculer le débit volumique du jet d'air. (2,5pts)

$Q = V_2 \cdot S_2 = V_2 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{D}{3} \right)^2 = V_2 \cdot \frac{\pi D^2}{36} = Q$

$V_2 = ?$

Pour calculer V_2 on applique l'équation de continuité entre les section 1 et 2,

et l'éq de Bernoulli entre 1 et 2:

on a l'éq de Continuité: $V_1 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{3} \right)^2 \Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{9}$

l'éq de Bernoulli (on néglige la pesanteur):

$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2$

$\frac{P_1 - P_{atm}}{\rho} = \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}$

$\frac{P_{1eff}}{\rho} = \frac{1}{2} \left(V_2^2 - \left(\frac{V_2}{9} \right)^2 \right) = \frac{40}{81} V_2^2$

donc: $V_2 = \sqrt{\frac{81}{40} \frac{P_{1eff}}{\rho}} = \sqrt{\frac{81}{40} \frac{\rho_m g h}{\rho}} = 17,7124 m/s = V_2$

$$Q = 177,24 \text{ (m/s)} \cdot \frac{\pi}{36} \cdot (0,24)^2$$

$$Q = 0,891 \text{ m}^3/\text{s}$$

(0,25)

3- Calculer la force horizontale F . (1,5p)

En appliquant l'éq. de Quantité de mouvement sur le volume de contrôle, suivant la direction x on trouve:

$$F_x = \dot{m} (V \cos \theta_2 - V_2 \cos \theta_1) \quad (0,5)$$

$$= \dot{m} (V \cos 90^\circ - V_2 \cos 45^\circ)$$

$$= \rho Q (-V_2 \cos 45^\circ)$$

$$F = F_x$$

$$F = -\rho \cdot Q \cdot V_2 \cos 45^\circ \quad (0,5)$$

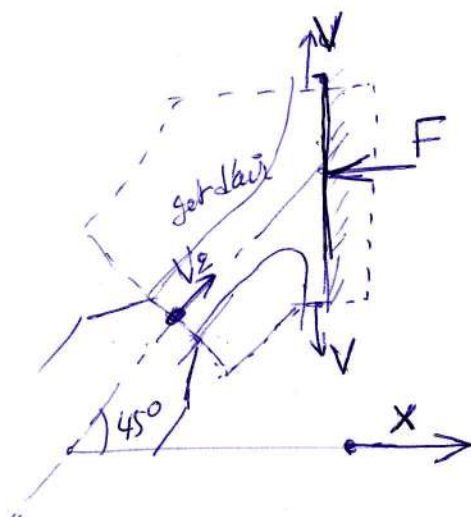
$$\text{AN: } F = -1,29 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 0,891 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \cdot 177,24 \text{ (m/s)} \cos 45^\circ$$

$$F = -144,05 \text{ N} \quad (0,5)$$

ou bien on donne F_x en fonction du débit, c.à.d. remplace V_2 en fonction de

$$Q. \text{ donc: } F_x = -\rho \frac{36}{\pi D^2} \cdot Q^2 \cos 45^\circ$$

$$\text{ou bien } F_x \text{ en fonction de } V_2 \Rightarrow F_x = -\rho V_2^2 \cdot \frac{\pi D^2}{36} \cos 45^\circ$$



Exercice N°3 (8pts)

1. Calculer la perte de charge linéaire par unité de longueur dans le 1^{er} tronçon :

$$\Delta H_0 = \lambda_0 \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3/\text{s)}}{\pi \cdot (0,2 \text{ m})^2} = 0,509 \text{ m/s} = V \quad (0,5)$$

$$L = \text{unité} = 1 \text{ m}$$

$$D_H = D = 0,2 \text{ m}$$

$\lambda = ?$ pour calculer λ , il faut déterminer le régime d'écoulement, donc calculer Re

$$Re = \frac{V \cdot D_H}{\nu} = \frac{0,509 \cdot 0,2}{10^{-6}} = 1018 \cdot 10^5 > 2300 \text{ donc le régime est turbulent.} \quad (0,5)$$

on calcule λ à partir de la formule de ~~Blasius~~

Si $\epsilon = 0$: La formule de Blasius : $\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = \frac{0,3164}{(1,01 \cdot 10^5)^{0,25}} = 0,01775$
(on calcule directement λ)

ou bien on considère λ calculée de la formule de Blasius une valeur initiale qu'on utilise pour calculer λ de la formule de Colebrook.

$$\text{donc } \lambda_0 = 0,01775 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 7,5062$$

de la formule de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,5}{3,7 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) = -2 \log \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}}$
on pose $x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

$$\text{donc } x = -2 \log \frac{2,51}{1,018 \cdot 10^5 x} = -2 \log 2,465 \cdot 10^{-5} x = (10 - 2 \log 2,465 x)$$

① on pose $x_0 = 7,5062 \Rightarrow x_1 = 7,4655 ; x_2 = 7,4702 ; x_3 = 7,4696 ; x_4 = 7,4697$

② on pose $x_0 = 1 \Rightarrow x_1 = 9,2163 ; x_2 = 7,2872 ; x_3 = 7,4912 ; x_4 = 7,4672$

$$x_5 = 7,4700 ; x_6 = 7,4697 ; x_7 = 7,4697$$

donc : $x = 7,4697$ (on peut prendre trois chiffres derrière la virgule)

$$\text{donc } \lambda = \frac{1}{x^2} = 0,0179 = \lambda$$

$$\Delta H = 0,0179 \cdot \frac{(0,509)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{1 \text{ m}}{0,2} = 0,0011 \text{ m} = \Delta H_0 \quad (0,5)$$

pour la méthode et le résultat

Si $\epsilon = 0,15 \text{ mm}$, on calcule λ de la formule de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5) ; \text{ on pose } x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$x = -2 \log \left(\frac{0,15 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,2} + \frac{2,51}{1,01 \cdot 10^5} x \right)$$

$$= -2 \log (0,202 \cdot 10^{-3} + 2,465 \cdot 10^{-5} x)$$

$$= 10 - 2 \log (20,2 + 2,465 x) \text{ ou bien } x = 6 - 2 \log (0,202 + 0,02465 x)$$

on pose $x_0 = 0 \Rightarrow x_1 = 7,38929 ; x_2 = 6,8310 ; x_3 = 6,8629 ; x_4 = 6,8608 ; x_5 = 6,860$

donc $\lambda = \frac{1}{x_2} = \boxed{0,021 = \lambda_0} \quad (0,5)$

Ainsi: $\Delta H = 0,021 \cdot \frac{(0,509)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{1 \text{ m}}{0,2 \text{ m}} \approx \boxed{0,0014 \text{ m} = \Delta H_0} \quad (0,5)$

2 - Le côté de la section carrée: a :

On a $\Delta H_0 = \Delta H_{\square}$ et $\lambda_{\square} = \lambda_0$

donc $\Delta H_{\square} = \lambda_{\square} \cdot \frac{V_{\square}^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_{H_{\square}}} \Rightarrow \Delta H_0 = \lambda_0 \cdot \frac{V_{\square}^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_{H_{\square}}}$

$$V_{\square} = \frac{Q}{S_{\square}} = \frac{Q}{a^2} \quad (0,5)$$

$$D_{H_{\square}} = 4 \frac{S_{\square}}{P_{\text{rim}}} = 4 \cdot \frac{a^2}{4a} = \boxed{a = D_{H_{\square}}} \quad (0,5)$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$\Delta H_0 = \lambda_0 \cdot \left(\frac{Q}{a^2} \right)^2 \cdot \frac{L}{a} = \lambda_0 \cdot \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{L}{a^5} \Rightarrow a = \frac{\Delta H_0}{\lambda_0} \cdot \frac{2g}{L} \cdot Q^2$$

$$a = \left(\frac{\lambda_0 \cdot Q^2 \cdot L}{2g \cdot \Delta H_0} \right)^{\frac{1}{5}} \left[\text{ou bien } \lambda_0 \frac{Q^2}{2g} \cdot \frac{L}{a^5} = \lambda_0 \frac{16Q^2}{\pi^2 d^5} \cdot L \Rightarrow a = d \left(\frac{\pi^2}{16} \right)^{\frac{1}{5}} \right] \quad (0,5)$$

$$a \approx \left(\frac{15 \cdot Q^2 \cdot 1 \text{ m}}{2 \cdot 9,81} \right)^{\frac{1}{5}}$$

$$\approx \left(\frac{15 \cdot (16 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1}{2 \cdot 9,81} \right)^{\frac{1}{5}} = \boxed{0,1815 \text{ m} = a} \quad (0,5)$$

3- La vitesse d'écoulement dans le 2^{ème} tronçon:

$$V_{\square} = \frac{Q}{S_{\square}} = \frac{Q}{a^2} = \frac{16 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3/\text{s)}}{(0,1815)^2 \text{ m}^2} = \boxed{0,485 \text{ m/s} = V_{\square}} \text{ (0,5)}$$

Contrôle de Rattrapage de Mécanique Des Fluides
(1H30min)

Exercice 1 :

Calculer la différence de pression entre les points A et B. (Figure 1)

On donne les masses volumiques :

$$\rho_{\text{Benzène}} = 880 \text{ kg/m}^3,$$

$$\rho_{\text{Mercure}} = 13570 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{Kérozène}} = 804 \text{ kg/m}^3$$

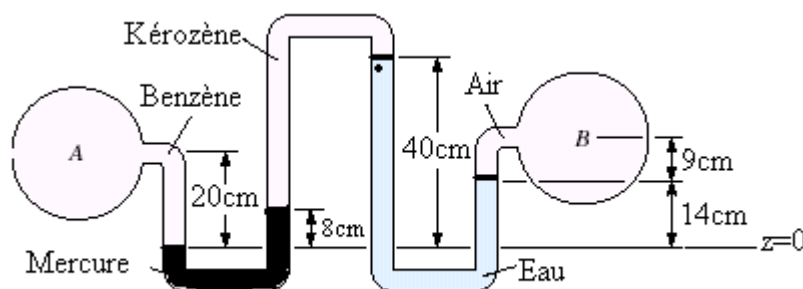


Figure 1

Exercice2 :

Un petit barrage d'eau AB dont la forme est donnée par $z=x^3$ et de largeur $L=2\text{m}$ est schématisé par la figure 2.

a- Calculer la force horizontale exercée par l'eau sur ce barrage.

b- Calculer la force verticale exercée par l'eau sur ce barrage.

c- Calculer la force résultante et son angle d'inclinaison.

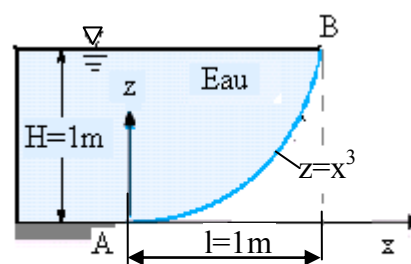


Figure 2

Exercice3 :

Deux grands réservoirs remplis d'eau sont reliés par un système de trois conduites A, B et C de même diamètre $d=8\text{cm}$, voir figure 3.

Les coefficients de perte de charge linéaire des conduites sont $\lambda_A=0.027$, $\lambda_B=0.03$ et $\lambda_C=0.035$.

Le coefficient de perte de charge singulière de la vanne est $k=0.5$.

1-Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2 à travers le circuit A-B.

2- Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2 à travers le circuit A-C

3-Calculer les vitesses d'écoulement dans les trois conduites.

4-Calculer les débits volumiques dans les trois conduites.

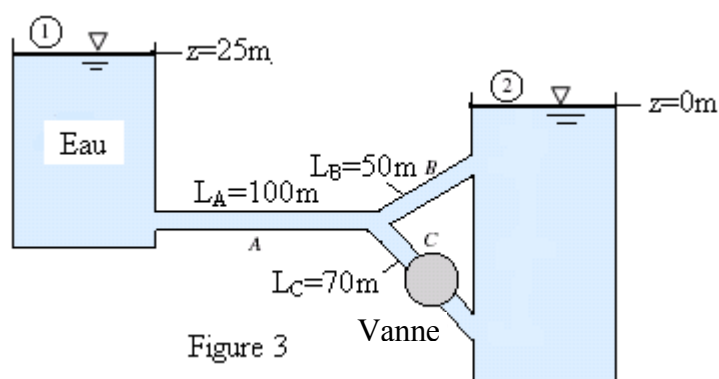


Figure 3

Corrigé du Rattrapage(09)

de M.D.F

Exercice 1: (4pts)

Calculer la différence de pression entre A et B

En appliquant l'éq. de l'hydrostatique entre les

différents points ou trouves:

$$P_A + \rho_B \cdot g z_A = P_1 + \rho_B g z_1 \quad (0,5)$$

$$P_1 + \rho_H g z_1 = P_2 + \rho_H g z_2 \quad (0,5)$$

$$P_2 + \rho_K g z_2 = P_3 + \rho_K g z_3 \quad (0,5)$$

$$P_3 + \rho_E g z_3 = P_4 + \rho_E g z_4 \quad (0,5)$$

$$P_A = P_B \quad (\rho_{\text{Ain}} \text{ est négligeable}) \quad (0,5)$$

par sommation on trouve:

$$P_A + \rho_B g z_A + \rho_H g z_1 + \rho_K g z_2 + \rho_E g z_3 = \rho_B g z_1 + \rho_H g z_2 + \rho_K g z_3 + \rho_E g z_4 + P_B$$

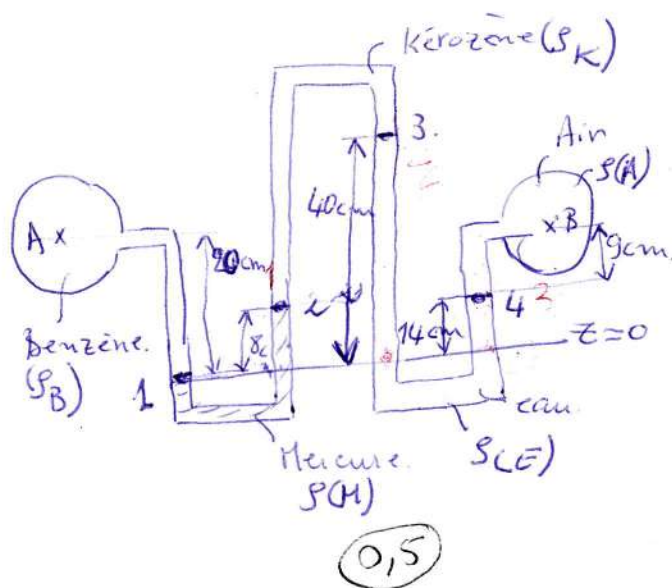
done:

$$P_A - P_B = \rho_B g (z_1 - z_A) + \rho_H g (z_2 - z_1) + \rho_K g (z_3 - z_2) + \rho_E g (z_4 - z_3) \quad (0,5)$$

AN:

$$P_A - P_B = 880 \cdot 9,81 (0 - 0,20) + 13570 \cdot 9,81 (0,08 - 0) + 804 \cdot 9,81 (0,4 - 0,08) + 1000 \cdot 9,81 (0,14 - 0,4)$$

$$P_A - P_B = 8896,49 \text{ Pa} \quad (0,5)$$



(6pts)

Calculer la force horizontale:

$$F_H = \rho_{CG} \cdot S_{projete}$$

$$= \rho \cdot g \cdot H_{CG_{proj}} \cdot S_{proj}$$

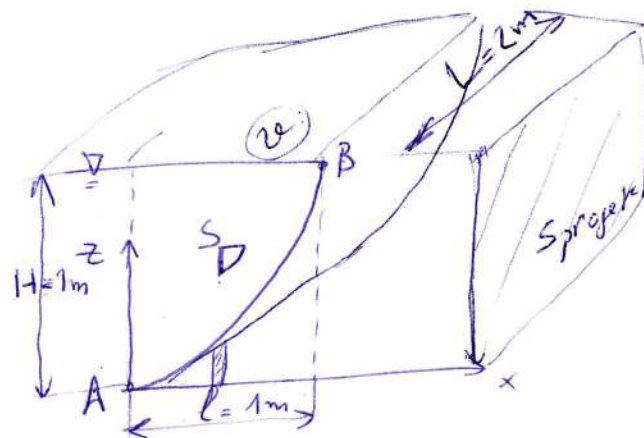
$$= \rho g \frac{H}{2} \times (H \times L)$$

$$= \rho g \frac{H^2 \times L}{2}$$

AN:

$$F_H = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \frac{1^2 \times 2}{2}$$

$$F_H = 9810 \text{ N}$$



b. Calculer la force verticale:

$$F_V = \rho \cdot g \cdot v$$

$$= \rho \cdot g \cdot S_D \cdot L$$

$$S_D = H \times l - \int_0^l z(x) dx$$

$$= H \times l - \int_0^l x^3 dx$$

$$= H \times l - \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^l = H \times l - \frac{l^4}{4}$$

$$= 1 \times 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ m}^2$$

donc

$$F_V = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot 2$$

$$F_V = 14715 \text{ N}$$

c. Calculer la force résultante:

$$F = \sqrt{F_V^2 + F_H^2} = \sqrt{14715^2 + 9810^2} = 17685,23 \text{ N} = F$$

son angle d'inclinaison:

$$\theta = \arctg \frac{F_V}{F_H} = \arctg \frac{14715}{9810} = 56,31^\circ = \theta$$

2/4

Q3 (10pts)

Ecrire l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 à travers le circuit A-B.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{L(A)} + \Delta H_{L(B)} \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 = P_{atm} \\ V_1 = V_2 = 0 \end{aligned} \quad (0,5)$$

$$\text{donc: } z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d_A} + \lambda_B \cdot \frac{V_B^2}{2g} \cdot \frac{L_B}{d_B} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d} + \lambda_B \cdot \frac{V_B^2}{2g} \cdot \frac{L_B}{d}$$

$$(25 - 0) = 0,027 \cdot \frac{V_A^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100}{0,08} + 0,03 \cdot \frac{V_B^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{50}{0,08}$$

$$25 = 1,72 \cdot V_A^2 + 0,955 V_B^2 \quad (1) \quad (0,5)$$

2. Ecrire l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 à travers le circuit A-C.

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{L(A)} + \Delta H_{L(C)} + \Delta H_{S(\text{vane})} \quad (0,5)$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$V_1 = V_2 = 0$$

$$\text{donc: } z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d_A} + \lambda_C \cdot \frac{V_C^2}{2g} \cdot \frac{L_C}{d_C} + k \cdot \frac{V_C^2}{2g} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = \lambda_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} \cdot \frac{L_A}{d} + \left(\lambda_C \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{L_C}{d} + \frac{k}{2g} \right) \cdot V_C^2$$

$$25 = 0,027 \cdot \frac{V_A^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{100}{0,08} + \left(0,035 \cdot \frac{70}{2 \cdot 9,81} + \frac{0,5}{2 \cdot 9,81} \right) \cdot V_C^2$$

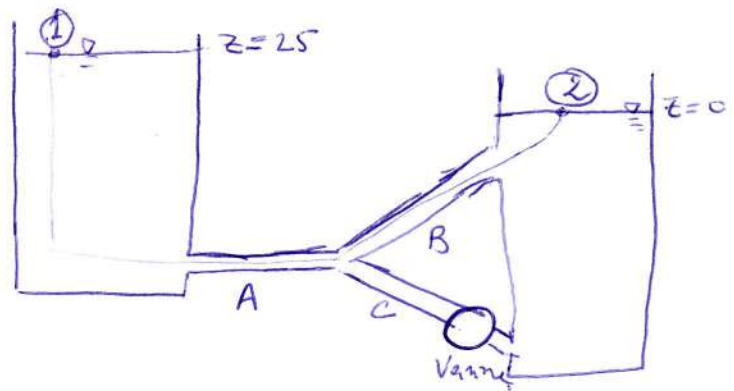
$$25 = 1,72 V_A^2 + 1,586 V_C^2 \quad (2) \quad (0,5)$$

3. Calculer les vitesses d'écoulement dans les trois conduites:

On a l'éq. de Continuité: $Q_A = Q_B + Q_C$ (0,5)

puisque les 3 conduites ont le même diamètre donc la même section on obtient:

$$V_A = V_B + V_C \quad (3) \quad (0,5)$$



On a donc un système de trois équations ①, ② et ③ et trois inconnues V_A , V_B et V_C .

on résout le syst.:

$$25 = 1,72 V_A^2 + 0,955 V_B^2 \quad \text{--- ①}$$

$$25 = 1,72 V_A^2 + 1,586 V_C^2 \quad \text{--- ②}$$

$$V_A = V_B + V_C \quad \text{--- ③}$$

$$\text{①} - \text{②} \Rightarrow 0 = 0,955 V_B^2 - 1,586 V_C^2 \Rightarrow V_B^2 = 1,66 V_C^2 \quad \text{--- ④}$$

$$\therefore V_B = 1,288 V_C \quad \text{--- ④'}$$

$$\text{④' dans ③} \Rightarrow V_A = 2,288 V_C \quad \text{--- ⑤}$$

$$\text{⑤ dans ②} \Rightarrow 25 = 10,59 V_C^2 \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{25}{10,59}} \Rightarrow V_C \approx 1,54 \text{ m/s}$$

0,5

$$\text{donc: } V_A = 2,288 \cdot 1,54$$

$$V_A \approx 3,52 \text{ m/s} \quad \text{0,5}$$

$$\text{et } V_B = 1,98 \text{ m/s} \quad \text{0,5}$$

4- Calculer les débits volumiques dans les trois conduites:

$$Q_A = V_A \cdot S_A = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_A = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 3,52 \approx 0,0177 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{0,5}$$

$$Q_B = V_B \cdot S_B = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_B = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 1,98 \approx 0,0099 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{0,5}$$

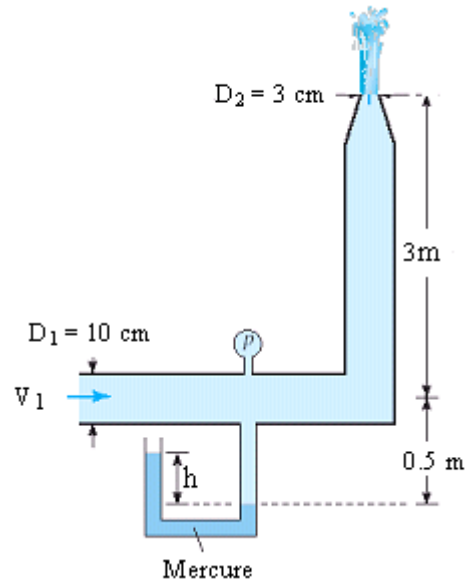
$$Q_C = V_C \cdot S_C = \pi \frac{d^2}{4} \cdot V_C = \pi \frac{0,08^2}{4} \cdot 1,54 \approx 0,0077 \text{ m}^3/\text{s}$$

**Contrôle de Rattrapage de
Mécanique Des Fluides**
(1H30min)

Exercice 1 (6pts) :

De l'eau s'écoule dans un convergent avec une vitesse à l'entrée $V_1=1\text{m/s}$.

- Calculer la vitesse à la sortie 2?
- Calculer la pression effective au point 1?
- Calculer la lecture h du manomètre de mercure ?



Exercice 2 (10pts):

Dans une conduite de section carré de côté $a=10\text{cm}$ (أنبوب ذو مقطع مربع طول ضلعه a), une longueur $L=1\text{km}$ et une rugosité $\varepsilon=3.71\text{ mm}$, circule de l'eau (sa viscosité cinématique $\nu=10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$).

1- Montrez que la perte de charge linéaire ΔH_l se produisant dans cette conduite peut être

donnée par l'expression suivante : $\Delta H_l = \lambda \frac{L}{2g a^5} Q^2$ (بين أنه يمكن كتابة ΔH_l بالعلاقة التالية)

λ est le coefficient de perte de charge linéaire.

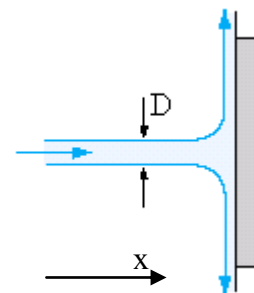
2- Calculer la perte de charge dans cette conduite pour un débit $Q = 2 \times 10^{-4}\text{ m}^3/\text{s}$.

3- Que devient cette perte de charge quand le débit devient $Q = 2 \times 10^{-3}\text{ m}^3/\text{s}$.

(Prendre dans cet exercice $g=10\text{ m/s}^2$)

Exercice 3 (04pts) :

Un jet d'eau de débit volumique $Q=35\text{l/s}$ et de diamètre D frappe une plaque plane maintenue perpendiculaire au jet. Si la force exercée par le jet sur la plaque est $F=736\text{ N}$, calculer le diamètre D du jet.



Correction du Contrôle de Rattrapage de la MDF

21/06/10

Exercice 1 (6pts)

- Calculer la vitesse au pt ② :

En appliquant l'éq de continuité entre ① et ② on trouve :

$$V_1 S_1 = V_2 S_2 \Rightarrow V_1 \cdot \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \quad (0,5)$$

$$\therefore V_2 = V_1 \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2} = 1(\text{m/s}) \frac{(0,1)^2}{(0,03)^2} =$$

$$V_2 = 111,11 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

- Calculer la pression ^{eff.} au pt ①

En appliquant l'éq de Bernoulli entre ① et ② :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad (0,5)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 = P_{atm} \\ z_2 - z_1 = 3\text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[P_1 = P_{atm} = \rho \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} \right) + \rho g (z_2 - z_1) \right] \quad (0,5)$$

$$P_{1\text{eff}} = 10^3 (\text{kg/m}^3) \left(\frac{(111,11)^2 - 1^2}{2} \right) + 10^3 \cdot 9,81 (3)$$

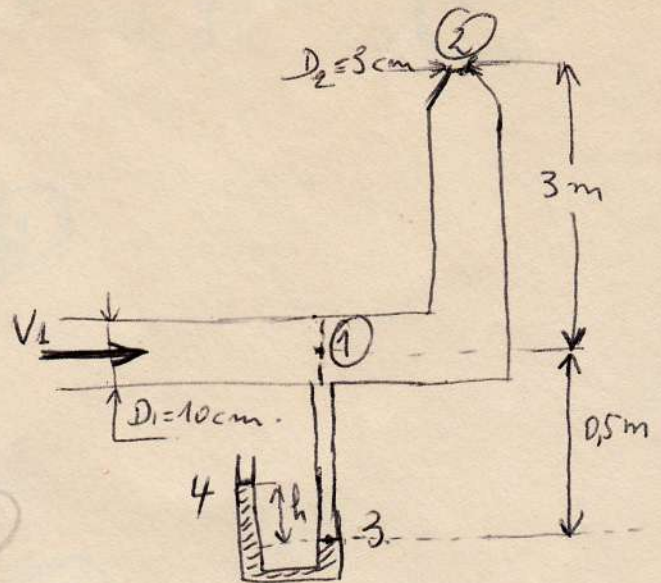
$$P_{1\text{eff}} = 90657116 \text{ Pa} \quad (0,5)$$

- Calculer h :

En appliquant l'éq de l'hydrostatique entre (1 et 3); (3 et 4) on trouve

$$P_3 - P_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_3) \quad \dots \quad (1) \quad (0,5)$$

$$P_4 - P_3 = \rho \cdot g \cdot (z_3 - z_4) \quad \dots \quad (2) \quad (0,5)$$



$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \rho_e g (0,5) - \rho_M g \cdot h$$

$$= P_{atm} \Rightarrow P_1 - P_{atm} = P_{1eff} = \rho_M g h - \rho_e g (0,5) \quad (0,5)$$

$$\text{donc: } h = \frac{P_{1eff} + \rho_e g \cdot 0,5}{\rho_M \cdot g} \quad (0,5)$$

$$h = \frac{90657,16 + 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,5}{13600 \cdot 9,81}$$

$$h = 0,7163 \text{ m} = 716,3 \text{ mm} \quad (0,5)$$

Exercice 2 (10 pts):

1) Expression de la perte de charge :

La perte de charge est donnée par la relation suivante :

$$\Delta H = \frac{U^2}{2g} \lambda \frac{L}{D_H} \dots\dots\dots (0,5 \text{ pt})$$

$$\text{mais } U = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{a^2}$$

$$\Rightarrow D_H = 4 \frac{S}{\text{périmètre mouillé}} = 4 \frac{a^2}{4a} = a$$

$$\text{et donc } \Delta H = \lambda \frac{\left(\frac{Q}{a^2}\right)^2}{2g} \frac{L}{a} = \lambda \frac{L}{2ga^5} Q^2$$

2) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

Pour calculer ΔH_1 on doit calculer λ donc on doit connaître le régime d'écoulement.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{UD_H}{\nu} = \frac{\frac{Q}{a^2} a}{\nu} = \frac{Q}{\nu a} \quad \text{comme } Q = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{alors } R_e = \frac{2 \times 10^{-4}}{10^{-6} \times 0.1} = 2000 < 2300$$

Donc le régime est laminaire et le coefficient de pertes de charge est donné par la

$$\text{relation : } \lambda = \frac{64}{R_e}$$

$$\lambda = \frac{64}{2000} = 0.032$$

Et par conséquent :

$$\Delta H_1 = \lambda \frac{L}{2ga^5} Q^2 = 6.4 \times 10^{-3} \text{ m} = 6.4 \text{ mm}$$

3) Pertes de charge pour un débit volumique $Q = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

-Régime de l'écoulement : on calcule le nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{Q}{\nu a} \quad \text{comme } Q = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{alors}$$

$$R_e = \frac{2 \times 10^{-3}}{10^{-6} \times 0.1} = 2 \times 10^4 > 2300 \dots\dots\dots$$

Donc le régime est turbulent

(0,5)

On calcule le coefficient de frottement λ par la relation de COLEBROOK

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{\varepsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} \right] \dots\dots\dots (0,5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[\frac{3,71 \times 10^{-3}}{3,71 \times 0,1} + \frac{2,51}{2 \times 10^4 \sqrt{\lambda}} \right] \dots\dots\dots (0,5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left[10^{-2} + \frac{1,255 \times 10^{-4}}{\sqrt{\lambda}} \right]$$

$$\text{On pose } x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \Rightarrow x = -2 \log_{10} [10^{-2} + 1,255 \times 10^{-4} x] = 4 - 2 \log_{10} [1 + 0,01255 x]$$

① On utilise la méthode du point fixe,

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 3,9574, \quad x_3 = 3,95789, \quad x_4 = 3,95789$$

$$\text{Donc } x = 3,95789 \text{ et } \lambda = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{3,95789^2} = 0,0638 \quad (0,5)$$

$$\text{Ainsi } \Delta H_l = \lambda \frac{L}{2ga^5} Q^2 = 0,0638 \frac{10^3}{2 \times 10 \times 0,1^5} (2 \times 10^{-3})^2$$

$$\Delta H_l = 1,276 \text{ m} \dots\dots\dots (0,5)$$

Contrôle de Mécanique des fluides**1h30min****Questions de cours :** choisissez la bonne réponse (اختر الإجابة الصحيحة)**a- Un fluide incompressible :**

- sa masse volumique est constante
- sa viscosité est constante
- sa viscosité est nulle

b- Un fluide réel :

- sa masse volumique n'est pas nulle
- sa viscosité est nulle
- sa viscosité n'est pas nulle

c- Un écoulement stationnaire : -est un écoulement qui dépend du temps

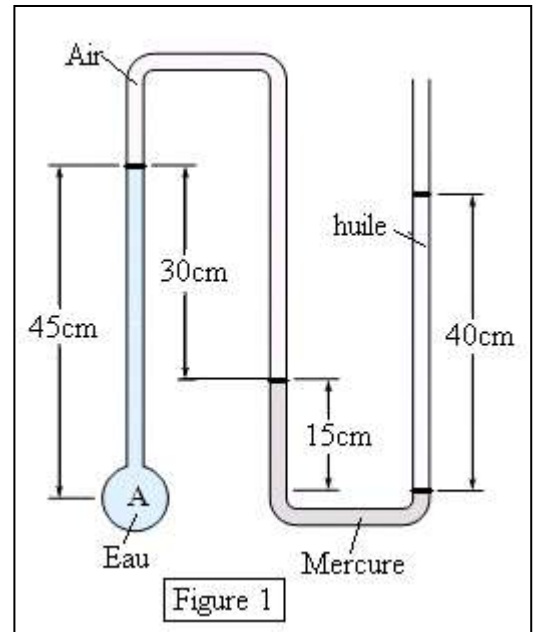
- est un écoulement qui ne dépend pas du temps
- est un écoulement qui ne varie pas dans l'espace.

Exercice1 :

- Calculer la pression effective au point A. voir fig 1

Sachant que : la densité de l'huile est $d_H=0.85$ la densité du mercure est $d_M=13.6$

(أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة)

**Exercice2 :**

Le réservoir 1 alimente le réservoir 2 par de l'eau avec un débit de 100 litre/min à travers deux conduites AB et CD. Voir fig.2

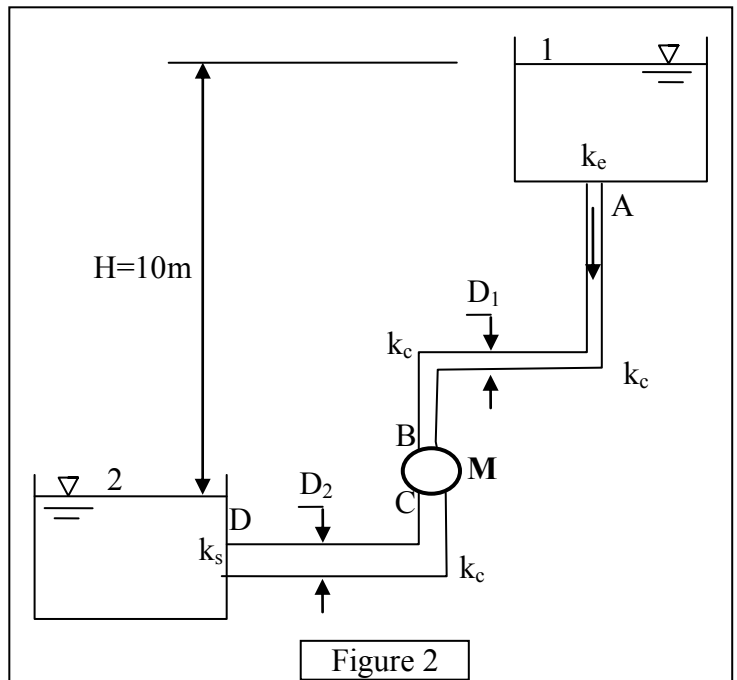
La première conduite AB a une longueur $L_1=20m$ et un diamètre $D_1=2cm$ et une rugosité $\varepsilon=0.5mm$.

La deuxième conduite CD a une longueur $L_2=10m$ et un diamètre $D_2=3cm$ et le coefficient de perte de charge linéaire $\lambda_{CD}=0.04$.

-Calculer la puissance de la machine M et dites s'il s'agit d'une pompe (fournit un travail au fluide) ou une turbine (reçoit un travail du fluide) dans les deux cas suivants :

-1^{er} cas : l'eau est un fluide parfait,**-2^{ème} cas :** l'eau est un fluide réel de viscosité cinématique $10^{-6}m^2/s$. On donne

les coefficients de pertes de charge singulières, à l'entrée de la conduite $k_e=0.5$, à la sortie de la conduite $k_s=1$ et au niveau des coudes $k_c=0.75$

**التمرين 2 :**

الخزان 1 يزود الخزان 2 بالماء بمعدل 100 litre/min عبر أنبوبين AB و CD. الأنبوب الأول AB طوله $L_1=20m$, قطره $D_1=2cm$ وله خشونة $\varepsilon=0.5mm$. الأنبوب الثاني CD طوله $L_2=10m$, قطره $D_2=3cm$ و معامل ضياع الحمولة الخطية $\lambda_{CD}=0.04$. أحسب استطاعة الآلة M مبينا إذا كانت مضخة (فهي تزود المائع بعمل) أو توربين (فهي تتلقى عمل من المائع) في الحالتين التاليتين: 1- الماء مائع مثالي، 2 - الماء مائع حقيقي لزوجته الحركية $10^{-6}m^2/s$. نعطى معاملات ضياع الحمولة singulières عند مدخل الأنبوب $k_e=0.5$, عند مخرج الأنبوب $k_s=1$ و عند كل مغير اتجاه $k_c=0.75$.

Bon courage

Corrigé du Contrôle de MDF

- Questions de Cours. (1,5 pts)

- a. Un fluide incompressible : sa masse volumique est constante (0)
 b. " réel : sa viscosité n'est pas nulle. (0,5)
 c. Un écoulement stationnaire est un écoulement qui ne dépend pas du temps. (0,5)

- Exercice 1 (5 pts)

- calculer la pression effective au point A.

On a : $P_1 = P_{atm}$; $\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$; $\rho_H = 850 \text{ kg/m}^3$; $\rho_E = 1000 \text{ kg/m}^3$ (0,5)

$$P_2 - P_{atm} = \rho_H g (z_1 - z_2) = 850 g (0,40) \quad (1) \quad 45 \text{ cm}$$

$$P_3 - P_2 = \rho_m g (z_2 - z_3) = 13600 g (-0,15) \quad (0,5)$$

$$P_4 - P_3 = 0 \quad (\rho \text{ de l'air est négligeable}) \quad (1)$$

$$P_5 - P_4 = \rho_E g (z_4 - z_5) = 1000 g (0,45) \quad (0,5)$$

par sommation et sachant que $P_5 = P_A$ on trouve.

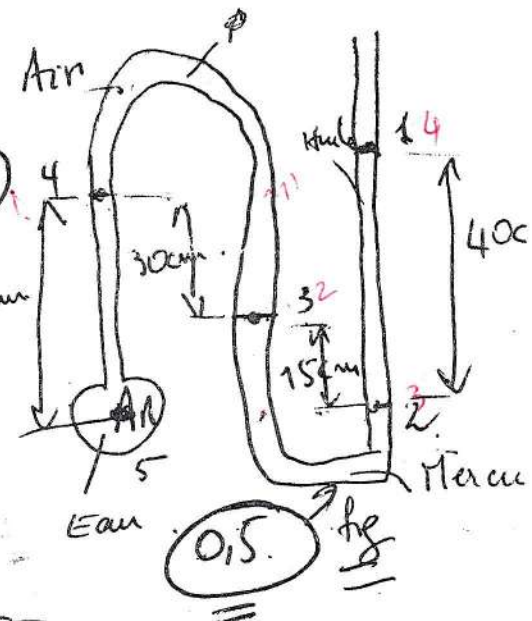
$$P_A - P_{atm} = [850(0,40) + 13600(-0,15) + 1000(0,45)] \cdot 9,81$$

$$P_{Aeff} = -12262,5 \text{ Pa} \quad (0,5)$$

(0,5)

$$P_2 - P_{atm} + P_3 - P_2 + P_4 - P_3 + P_5 - P_4$$

$$P_5 - P_{atm} =$$



(0,5)

512
115
315

-1/4

exercice 10, 3 pts

Calculer la puissance de la machine (1 pt)

1^{er} cas: L'eau est un fluide parfait: (4 pts)

3/5 pts

En appliquant l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2 on trouve:

$$\frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g z_1 = \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g z_2 + W_M \quad (0,5)$$

on a $U_1 = U_2 = 0$ (réservoir) (0,5)

$$P_1 = P_2 = P_{atm} \quad (0,5) \Rightarrow W_M = g(z_1 - z_2) = g H = 9,81 \cdot 10 = 98,1 \text{ J/kg} = \boxed{98,1 \text{ J/kg}} \quad (0,5)$$

ds ce cas $W_M > 0 \Rightarrow$ la machine est une turbine. ~~elle reçoit du travail du fluide.~~ (0,5)

La puissance: $\mathcal{P}_T = \dot{m} W_M = \rho \cdot Q \cdot W_M$ (0,5)

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$Q = 100 \text{ l/min} = \frac{0,1 \text{ m}^3}{60 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_T = 163,5 \text{ watt}} \quad (0,5)$$

2^{ème} cas: L'eau est un fluide ~~parfait~~ ^{réel} (8 pts)

10 pts

En appliquant l'éf. de Bernoulli entre 1 et 2 on trouve:

$$\frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g z_1 = \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g z_2 + W_M + g(\Delta H_{l_{AB}} + \Delta H_{l_{CD}}) + g \Delta H_{S_{Total}} \quad (0,5)$$

$\underbrace{\frac{P_1}{\rho} + g z_1}_{P_{atm.}}$ $\underbrace{\Delta H_{l_{AB}} + \Delta H_{l_{CD}}}_{(0,5)}$

$$\therefore W_M = g(\underbrace{z_1 - z_2}_H - \Delta H_{l_{AB}} - \Delta H_{l_{CD}} - \Delta H_{S_{Tot}}) \quad (0,5)$$

$$\Delta H_{l_{AB}} = \lambda_{AB} \cdot \frac{U_{AB}^2}{2g} \cdot \frac{L_1}{D_1} \quad (0,5)$$

$$U_{AB} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi D_1^2}} = \frac{4 \cdot 0,1/60}{\pi (0,02)^2} = 5,305 \text{ m/s} = U_{AB} \quad (0,5)$$

2/4

calculer λ_{AB} , on doit déterminer la nature du régime Re :

$$Re = \frac{U \cdot D_1}{\nu} = \frac{5,305 \cdot 0,02}{10^{-6}} = 106,1 \cdot 10^3 > 2300 \rightarrow \text{Régime turbulent}$$

on calcule λ de la formule de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \text{ on pose } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = x \Rightarrow$$

$$x = -2 \log \left(\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,02} + \frac{2,51}{106,1 \cdot 10^3} x \right) = -2 \log (6,738 \cdot 10^{-3} + 0,0236 \cdot 10^{-3} x)$$

$$x = 6 - 2 \log (6,738 + 0,0236 x)$$

$$x^0 = 0 \Rightarrow x_1 = 4,3425 \Rightarrow x_2 = 4,3298 \Rightarrow x_3 = 4,3298. \therefore \lambda = \frac{1}{x^2} = 0,0533$$

$$\Delta H_{LAB} = 0,0533 \cdot \frac{(5,305)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{20}{0,02} = 76,454 \text{ m} = \Delta H_{LAB}$$

$$\Delta H_{LCD} = \lambda_{CD} \cdot \frac{U_{CD}^2}{2g} \cdot \frac{L_2}{D_2}$$

$$U_{CD} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi D_2^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,11/60}{\pi \cdot (0,03)^2}} = 2,358 \text{ m/s} = U_{CD}$$

$$\Delta H_{LCD} = 0,04 \cdot \frac{2,358^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{10}{0,03} = 3,778 \text{ m} = \Delta H_{LCD}$$

$$\Delta H_{S_{Tot}} = \Delta H_{Se} + \Delta H_{S_s} + \Delta H_{Sc1} + \Delta H_{Sc2} + \Delta H_{Sc3}$$

$$= k_e \cdot \frac{U_{AB}^2}{2g} + k_s \cdot \frac{U_{CD}^2}{2g} + 2k_c \cdot \frac{U_{AB}^2}{2g} + k_e \cdot \frac{U_{CD}^2}{2g}$$

$$= (k_e + 2k_c) \cdot \frac{U_{AB}^2}{2g} + (k_s + k_e) \cdot \frac{U_{CD}^2}{2g}$$

$$= (0,5 + 2 \cdot 0,75) \cdot \frac{(5,305)^2}{2 \cdot 9,81} + (1 + 0,75) \cdot \frac{(2,358)^2}{2 \cdot 9,81}$$

2pts

3/4

donc: $\Delta H_{S_{Tot}} = 3,365 \text{ m}$ — (0,5)

et $w_H = 9,81 \cdot (10 - 76,454 - 3,78 - 3,365)$

$w_H = -721,986 \text{ J/kg}$

(0,5)

$< 0 \Rightarrow$ La machine dans ce cas est une pompe qui fournit un travail au fluide.



(0,5)

• La puissance est:

$P_p = \dot{m} \cdot w_p = g \cdot Q \cdot w_p$

$= 10^3 \cdot \frac{91}{60} \cdot 721,986$

(0,5)

$P_p = 1203,31 \text{ Watt}$

Rattrapage de Mécanique des fluides**1h30min****Exercice1 :(6pts)**

Un réservoir contient de l'eau, de l'huile et un troisième liquide. Les surfaces libres de l'eau et de l'huile sont au même niveau (voir fig. 1).

a- Exprimer la hauteur h du troisième liquide, du côté droit, en fonction de x , y , les masses volumiques de l'eau ρ_E , du liquide ρ_L et de l'huile ρ_H .

b- Calculer h sachant que la densité de l'huile est $d_H=0.86$, la densité du liquide est $d_L=1.6$, $x=1.5m$ et $y=1m$.

(أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة)

خزان يحتوي على الماء، الزيت و سائل ثالث. المساحة الحرة للماء و للزيت تقعان على نفس المستوى.

- أعط عبارة h ، ارتفاع السائل من الجهة اليمنى، بدلالة y ، x ، ρ_E ، ρ_H ، ρ_L .

- أحسب h علماً أن كثافة الزيت $d_H=0.86$ ، كثافة السائل $d_L=1.6$ ، $y=1m$ و $x=1.5m$.

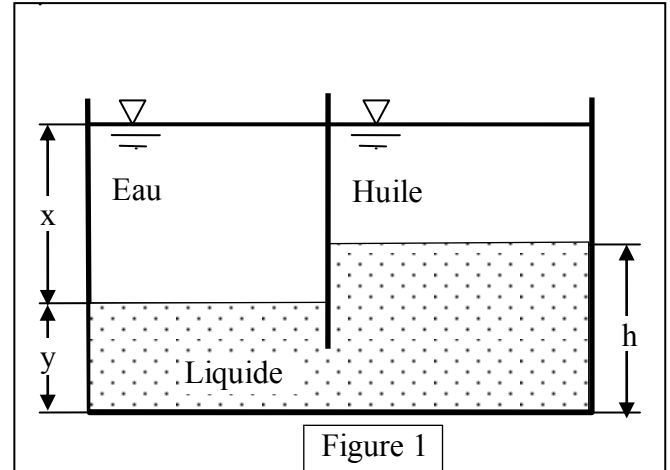


Figure 1

Exercice2 :(6 pts)

La vanne ABC est insérée dans un canal contenant de l'eau (voir fig. 2). Sa largeur, perpendiculaire à la figure, est $L=2m$. AB est une surface plane, BC est une surface courbée qui représente un quart de cylindre de rayon $R=2m$.

الحاجز ABC موضوع في قناة تحتوي على الماء. عرضه، العمودي على الشكل، هو $L=2m$. AB مساحة مستوية و BC مساحة منحنية عبارة عن ربع أسطوانة نصف قطرها $R=2m$.

a- Calculer la force appliquée par l'eau sur la surface AB.

b- Calculer les forces appliquées par l'eau sur la surface BC. (أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة و مثل القوى)

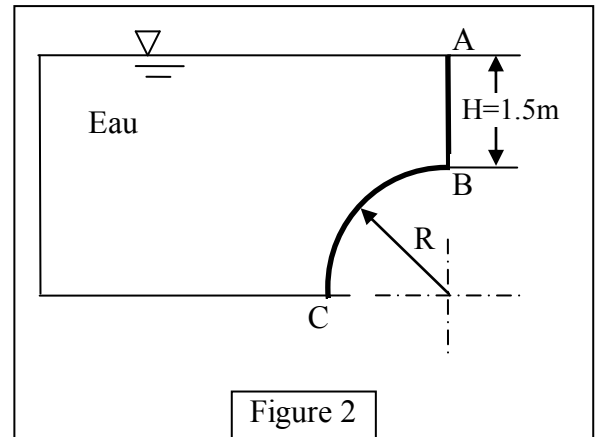


Figure 2

Exercice3 : (8pts)

De l'eau (considérée comme fluide parfait) s'écoule d'un grand réservoir vers l'atmosphère à travers une conduite AB (voir fig. 3). Le diamètre en A est $d_A=65mm$ et en B est $d_B=80mm$, $g=10m/s^2$.

a- Calculer le débit volumique à travers la conduite AB en litre/s.

b- Calculer la pression effective en A.

c- Si la conduite est coupée au point A, calculer dans ce cas le débit volumique à travers la section A.

الماء -نعتبره مائع مثالي- يسيل من خزان كبير نحو المحيط الخارجي عبر أنبوب AB. القطر في A $d_A=65mm$ و في B $d_B=80mm$. $g=10m/s^2$.

- أحسب التدفق الحجمي عبر القناة AB باللتر/الثانية.

- أحسب الضغط الفعال في A.

- لو يُقطع الأنبوب في A، أحسب في هذه الحالة التدفق الحجمي عبر المساحة A.

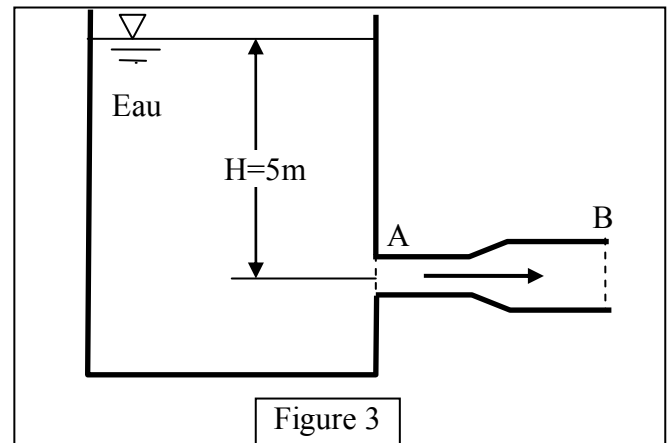


Figure 3

Corrigé du Rattrapage MDF (2011)

Exo 1

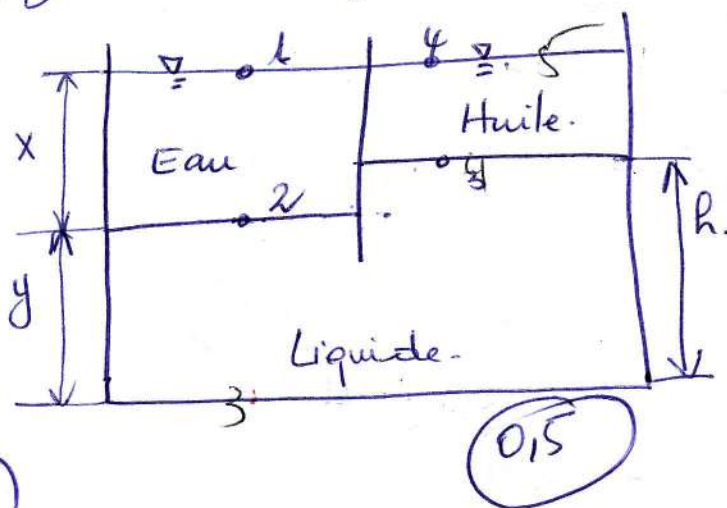
6pts.

• Expression de h :

$$P_2 - P_1 = \rho_E g(z_1 - z_2) = \rho_E g(x) \quad (1)$$

$$P_3 - P_2 = \rho_L g(z_2 - z_3) = \rho_L g(y - h) \quad (1)$$

$$P_4 - P_3 = \rho_H g(z_3 - z_4) = \rho_H g(h - (x + y)) \quad (1)$$



par sommation

$$P_4 - P_1 = \rho_E g x + \rho_L g(y - h) + \rho_H g h - \rho_H g(x + y) \quad (0,5)$$

on a $P_4 = P_1 = P_{atm.} \Rightarrow (0,5)$

$$P_4 - P_1 = 0 = \rho_E x + \rho_L(y - h) - \rho_H(x + y) + h(\rho_H - \rho_L)$$

donc:
$$h = \frac{\rho_E x + \rho_L y - \rho_H(x + y)}{\rho_L - \rho_H} \quad (0,5)$$

• Calculer h :

AN:

$$x = 1,5 \text{ m}$$

$$y = 1 \text{ m}$$

$$\begin{cases} d_L = 1,6 \Rightarrow \rho_L = 1600 \text{ kg/m}^3 \\ d_H = 0,86 \Rightarrow \rho_H = 860 \text{ kg/m}^3 \end{cases}$$

$$h = \frac{1000(1,5) + 1600(1) - 860(1,5 + 1)}{1600 - 860}$$

$$h = 1,284 \text{ m} \quad (0,5)$$

0,5

$$P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot \frac{10^2 - 1768^2}{2}$$

$$P_{\text{eff}} = -406,29 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

(0,25)

$$P_{\text{eff}} = 10^3 \times 10 \times 5 - 10^3 \cdot \frac{1768^2}{2}$$

$$P_{\text{eff}} = -106,29 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$-63,52 \times 10^3 \text{ Pa} = -0,63 \text{ bar}$$

c. Calculer le débit si la conduite est coupée en A :

(2pts)

$$Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4}$$

(0,25)

$$U_A = ?$$

On applique l'équation de Bernoulli entre 1 et A :

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + Z_A \rightarrow$$

(0,25)

$$P_1 = P_A = P_{\text{atm}}$$

$$Z_1 - Z_A = H$$

$$U_1 = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{U_A^2}{2g} = Z_1 - Z_A = H$$

$$\Rightarrow$$

$$U_A = \sqrt{2gH}$$

$$(0,25)$$

$$U_A = \sqrt{2 \times 10 \times 5}$$

$$U_A = 10 \text{ m/s}$$

(0,25)

$$\text{donc: } Q_A = 10 \times \frac{\pi \cdot (65 \times 10^{-3})^2}{4}$$

$$\approx 9028,27 \text{ m}^3/\text{s} \approx 28,27 \text{ l/s} = Q_A$$

(0,25)

4/4

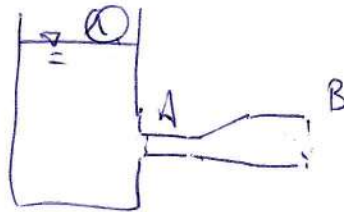
(8 pts)

a - Calculer le débit volumique à travers la conduite AB: (3 pts)

$$Q_{AB} = U_B \cdot \frac{\pi d_B^2}{4} = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4}$$

$$U_B = ?$$

On applique l'éq de Bernoulli entre 1 et B:



$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + z_B \quad (0,5)$$

$$U_1 = 0 \quad (0,25)$$

$$P_1 = P_B = P_{atm.} \quad (0,5) \Rightarrow \frac{U_B^2}{2g} = H \Rightarrow U_B = \sqrt{2gH} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_B = H \quad (0,25)$$

$$U_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$$

$$U_B = 10 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$\text{Donc: } Q_{AB} = U_B \cdot \frac{\pi d_B^2}{4} = 10 \cdot \frac{\pi \cdot (80 \cdot 10^{-3})^2}{4}$$

$$(0,25)$$

$$Q_{AB} = 0,050 \text{ m}^3/\text{s} = 50 \text{ l/s} \quad (0,5)$$

b - Calculer la pression effective en A: (3 pts)

On applique l'éq de Bernoulli entre A et B (ou bien 1 et A)

$$\frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + z_B \quad (0,5) \quad \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$z_A = z_B \quad (0,25)$$

$$P_B = P_{atm.} \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \frac{P_A - P_{atm.}}{\rho g} = \frac{U_B^2 - U_A^2}{2g}$$

$$U_1 = 0$$

$$P_1 = P_{atm.} \quad (0,25)$$

$$z_1 - z_A = H \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \frac{P_A - P_{atm.}}{\rho g} = H - \frac{U_A^2}{2g}$$

$$P_A - P_{atm.} = P_{eff} = \rho \frac{U_B^2 - U_A^2}{2} \quad (0,5)$$

$$P_{eff} = \rho g H - \rho \frac{U_A^2}{2} \quad (0,5)$$

On doit calculer U_A ?

$$Q = Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4} \Rightarrow U_A = \frac{4Q}{\pi d_A^2} \quad (0,5)$$

$$U_A = \frac{4 \cdot 0,105}{\pi \cdot (65 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$U_A = 15,067 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$\text{donc } P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot \frac{10^2 - 15,067^2}{2} \quad \text{ou bien}$$

$$P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 5 - 10^3 \cdot \frac{15,067^2}{2}$$

$$P_{\text{eff}} \approx -63,51 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$\approx -0,6351 \text{ bar}$$

(0,5)

$$P_{\text{eff}} = -63,51 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$= -0,6351 \text{ bar}$$

(0,5)

c. Calculer le débit si la conduite est coupée en A. (2pts)

$$Q_A = U_A \cdot \frac{\pi d_A^2}{4} \quad (0,25)$$

$$U_A = ?$$

On applique l'éq Bernoulli entre 1 et A:

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A \quad (0,5)$$

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ P_1 = P_A = P_{\text{atm}} \\ z_1 - z_A = H \end{cases} \Rightarrow \frac{U_A^2}{2g} = z_1 - z_A = H \Rightarrow$$

$$U_A = \sqrt{2gH} \quad (0,25)$$

$$U_A = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$$

$$U_A = 10 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$\text{donc } Q = 10 \cdot \frac{\pi \cdot (65 \cdot 10^{-3})^2}{4}$$

$$Q = 0,0332 \text{ m}^3/\text{s} = 33,2 \text{ l/s} = Q \quad (0,25)$$

4/4

Examen de mécanique des fluides (1h:30)
2^{ème} année LMD : Sciences techniques

Exercice 1 (10 points)

Le circuit hydraulique représenté sur la figure 1 permet de transporter l'eau d'un grand réservoir 'A' à un grand réservoir 'B' à l'aide d'une pompe. La masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, sa viscosité $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ et le débit volumique $Q = 10 \text{ L/s}$.

La conduite d'aspiration est d'une longueur $L_a = 15 \text{ m}$ et son diamètre est $D_a = 125 \text{ mm}$;

La conduite de refoulement est d'une longueur $L_r = 925 \text{ m}$ et son diamètre est $D_r = 80 \text{ mm}$;

La dénivellation entre les surfaces libres des deux réservoirs est h . La rugosité des conduites ε est égale à 0.1 mm .

1. Calculer la puissance minimale P que doit fournir la pompe pour transporter l'eau au réservoir B en négligeant toutes les pertes de charge.
2. Calculer les vitesses moyennes de l'écoulement dans les conduites d'aspiration et de refoulement.
3. Calculer la perte de charge linéaire dans la conduite de refoulement en utilisant la relation $\Delta H = \lambda \frac{v^2 L}{2g D_h}$.
4. Calculer la puissance minimale de la pompe en tenant compte de la perte de charge calculée à la troisième question (on néglige la perte de charge linéaire dans la conduite d'aspiration et toutes les pertes de charge singulières).
5. Déduire en pourcentage, la puissance utilisée pour convaincre les pertes de charge induites par les effets de la viscosité.
- 6.

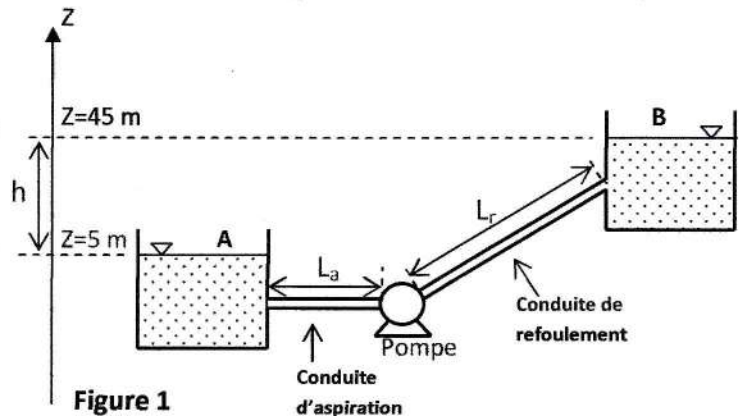


Figure 1

Exercice 2 (6 points)

Soit un manomètre en U gradué en centimètre (voir figure 2). Le liquide entourant les points A et B est de l'eau. Dans la partie supérieure, il ya de l'huile d'une densité de 0.8. Dans la partie inférieure, il ya du mercure dont la densité est égale à 13.6.

Déterminer la différence de pression ($P_A - P_B$) en Pascal sachant que les lectures du manomètre sont :

$h_1 = 25 \text{ cm}$, $h_2 = 7 \text{ cm}$, $h_3 = 10 \text{ cm}$, $h_4 = 10 \text{ cm}$, $h_5 = 12 \text{ cm}$, $h_6 = 20 \text{ cm}$.

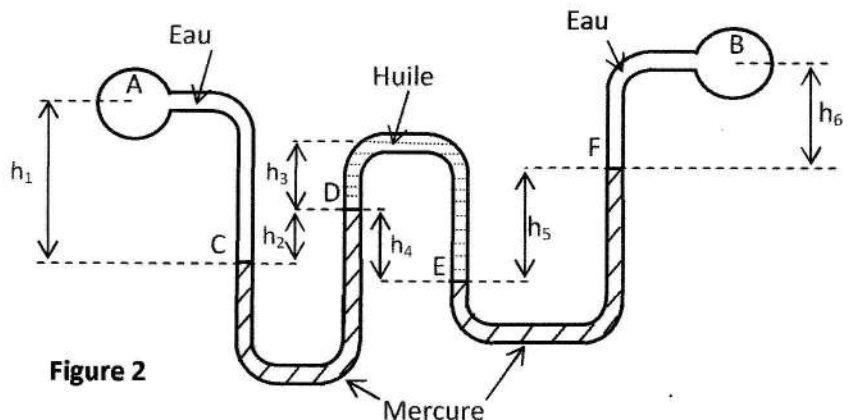


Figure 2

Exercice 3 (4 points)

De l'eau s'écoule à travers un déversoir de largeur unitaire tel que montré sur la figure 3. Si les vitesses de l'eau à la section 1 (V_1) et à la section 2 (V_2) sont supposées uniformes par section ($V_1 \neq V_2$) et on néglige les effets de la viscosité, déterminer le débit du déversoir.

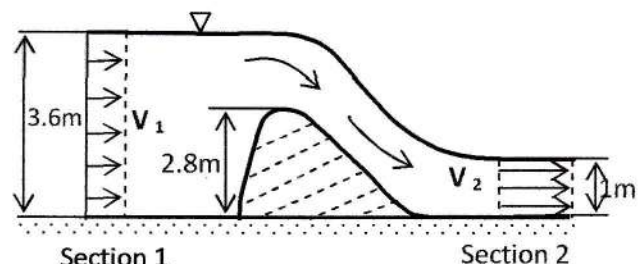


Figure 3

Solution de l'exercice (2^{ème} session 2012)

Exercice 1

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$Q = 10 \text{ L/s}, M = 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

$$L_a = 15 \text{ m}, D_a = 125 \text{ mm}$$

$$L_r = 925 \text{ m}, D_r = 80 \text{ mm}$$

① Calculer la puissance en négligeant les pertes de charge.

En appliquant l'équation de Bernoulli entre A et B, on a :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A + h_p = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B \quad (1)$$

$$h_p \text{ représente l'énergie ajoutée au fluide par la pompe. On peut utiliser aussi } (W) \text{ la puissance de la pompe.}$$

Dans l'équation (1) nous savons que :

$$P_A = P_B = P_{atm}, \text{ on peut écrire aussi } P_A = P_B = 0$$

$$V_A = V_B = 0 \text{ (réservoirs de grandes dimensions)}$$

$$z_C - z_A = h = 45 - 5 = 40 \text{ m}$$

$$\text{Donc } h_p = z_C - z_A = 40 \text{ m}$$

$$\text{La puissance de la pompe} = \rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q$$

$$= 10^3 \times 9,81 \times 40 \times 10 \times 10^{-3} = 3924 \text{ W}$$

② Calculer les vitesses moyennes

$$V_A = \frac{Q}{S_A} = \frac{Q}{\pi \frac{D_a^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D_a^2} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{\pi \times (0,125)^2}$$

$$V_A = 0,815 \text{ m/s}$$

$$V_B = \frac{Q}{S_B} = \frac{4 \times 10 \times 10^{-3}}{\pi \times (0,08)^2} = 1,93 \text{ m/s}$$

③ Pertes de charge dans la conduite de refoulement.

$$Re = \frac{V_r \cdot D_r}{\mu} = \frac{1,93 \times 0,08 \times 10^3}{10^{-3}} = 154200 > 2300 \Rightarrow \text{Turbulent}$$

$$\Delta H_r = \frac{\lambda \cdot V_r \cdot L_r}{2 \cdot g \cdot D_r} \quad \lambda ?$$

En utilisant la relation de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,7 D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{\lambda}^2}$$

et supposant $x_0 = 0$, on trouve

$$x_1 = 6,9449, x_2 = 6,70050$$

$$x_3 = 6,70826, x_4 = 6,70773$$

$$\text{on prend } \lambda = 6,7078 \Rightarrow \lambda = 0,022$$

$$\Delta H_r = \frac{0,022 \times 1,93 \times 925}{2 \times 9,81 \times 0,08} = 51,34 \text{ m}$$

$$h_p = (z_C - z_A) + \Delta H_r = 40 + 51,34$$

$$h_p = 91,34 \text{ m}$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h_p \cdot Q = 8960,45 \text{ W}$$

⑤ Déduire en pourcentage la puissance utilisée pour vaincre la viscosité

$$\% P = \frac{8960,45 - 3924}{8960,45} = 56\%$$

Exercice 3

On applique Bernoulli entre A et B

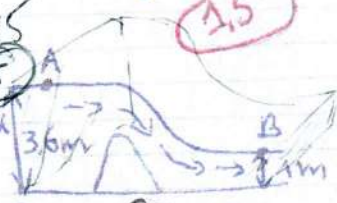
$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B \quad (1)$$

$$\text{avec } P_A = P_B = P_{atm} \text{ (ou } P_A = P_B = 0)$$

$$\text{on a aussi } Q_1 = Q_2 = V_A A_1 = V_B A_2$$

$$\Rightarrow V_B = V_A \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad (2)$$

$$\text{En remplaçant (2) dans (1) } \Rightarrow V_A = \frac{2g(z_B - z_A)}{(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2})}$$



$$V = \sqrt{\frac{2 \times 9.81 (1 - 3.6)}{1 - \frac{(3.6 \times 1)^2}{(1 \times 1)^2}}} = 2.065 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = V_A \cdot A_1 = 2.065 \times 3.6 \times 1 = 7.43 \text{ m}^3/\text{s}$$

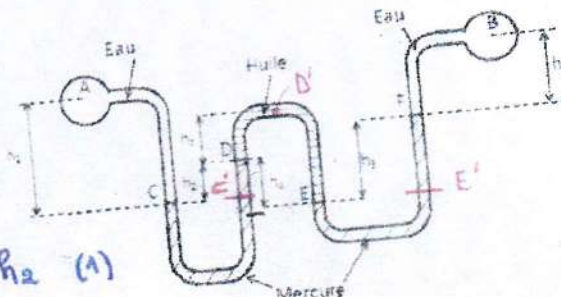
On peut aussi calculer V_B

$$V_B = \frac{V_A \cdot A_1}{A_2} = \frac{2.065 \times 3.6}{(1 \times 1)} = 7.43 \text{ m/s}$$

$$Q_2 = V_B \cdot A_2 = 7.43 \times 1 \times 1 = 7.43 \text{ m}^3/\text{s}$$

Exercice 2

6pts



$$P_C = P_C'$$

$$P_A + \rho_{\text{eau}} g h_1 = P_D' + \rho_{\text{Hg}} g h_3 + \rho_{\text{Hg}} g h_2 \quad (1)$$

$$P_E = P_E'$$

$$P_D' + \rho_{\text{Hg}} g (h_4 + h_3) = P_B + \rho_{\text{eau}} g h_6 + \rho_{\text{Hg}} g h_5 \quad (2)$$

de l'équation (1) P_D' est :

$$P_D' = P_A + \rho_{\text{eau}} g h_1 - \rho_{\text{Hg}} g h_3 - \rho_{\text{Hg}} g h_2$$

En remplaçant P_D' dans l'équation (2)

$$P_A + \rho_{\text{eau}} g h_1 - \rho_{\text{Hg}} g h_3 - \rho_{\text{Hg}} g h_2 + \rho_{\text{Hg}} g (h_4 + h_3) = P_B + \rho_{\text{eau}} g h_6 + \rho_{\text{Hg}} g h_5$$

$$= P_B + \rho_{\text{eau}} g h_6 + \rho_{\text{Hg}} g h_5$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_{\text{eau}} g (h_6 - h_1) + \rho_{\text{Hg}} g (h_2 + h_5) - \rho_{\text{Hg}} g h_4$$

$$- \rho_{\text{Hg}} g h_4$$

$$P_A - P_B = 10^3 \times 9.81 (0.2 - 0.25) + 13.6 \times 10^3 \times 9.81 (0.07 + 0.12) - 0.8 \times 10^3 \times 9.81 (0.1) = 24073.74 \text{ Pa}$$

$$= 24073.74 \text{ Pa}$$

$$P_A - P_C = \rho_{\text{eau}} g (z_C - z_A) = -\rho_{\text{eau}} g h_1$$

$$P_C - P_D = \rho_{\text{Hg}} g (z_D - z_C) = 0.5$$

$$= \rho_{\text{Hg}} g h_2$$

$$P_D - P_E = \rho_{\text{Hg}} g (z_E - z_D)$$

$$= -\rho_{\text{Hg}} g h_4$$

$$P_E - P_F = \rho_{\text{Hg}} g (z_F - z_E)$$

$$= \rho_{\text{Hg}} g h_5$$

$$P_F - P_B = \rho_{\text{eau}} g (z_B - z_F) = -\rho_{\text{eau}} g h_6$$

par sommation on trouve

$$P_A - P_B = \rho_{\text{eau}} g (z_C - z_A) + \rho_{\text{Hg}} g (z_D - z_C) + \rho_{\text{Hg}} g (z_E - z_D) + \rho_{\text{Hg}} g (z_F - z_E) + \rho_{\text{eau}} g (z_B - z_F)$$

$$+ \rho_{\text{Hg}} g (z_E - z_D) + \rho_{\text{Hg}} g (z_F - z_E)$$

$$+ \rho_{\text{eau}} g (z_B - z_F)$$

$$P_A - P_B = -\rho_{\text{eau}} g h_1 + \rho_{\text{Hg}} g h_2 - \rho_{\text{Hg}} g h_4 + \rho_{\text{Hg}} g h_5 - \rho_{\text{eau}} g h_6$$

$$P_A - P_B = \rho_{\text{eau}} g (h_6 - h_1) + \rho_{\text{Hg}} g (h_2 + h_5) - \rho_{\text{Hg}} g h_4$$

$$= 24073.74 \text{ Pa}$$

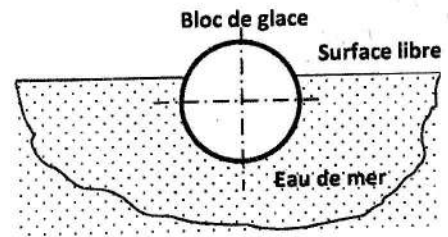
Exercice 1 (4 points)

Un bloc de glace de forme sphérique flotte à la surface de l'eau de mer (voir figure ci-contre).

L'eau de mer a une masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1025 \text{ kg/m}^3$.

La glace a une masse volumique $\rho_{\text{glace}} = 995 \text{ kg/m}^3$.

1. Déterminer la fraction du volume immergé $\left(\frac{V_{\text{immergé}}}{V_{\text{sphère}}} \right)$.



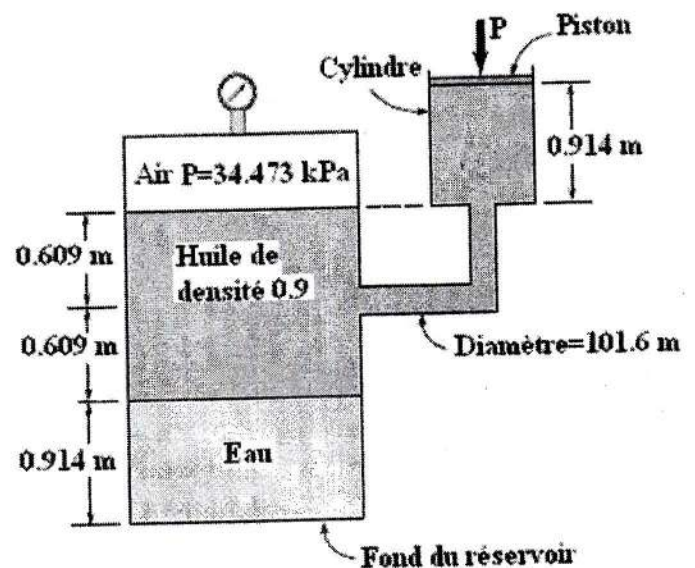
Exercice 2 (7 points)

Un piston de section 0.278 m^2 et de poids négligeable placé dans un cylindre contenant de l'huile dont la densité est 0.9.

Le cylindre d'huile est connecté à un réservoir pressurisé contenant en bas de l'eau, au milieu une huile et de l'air en haut à une pression de 34.473 kPa.

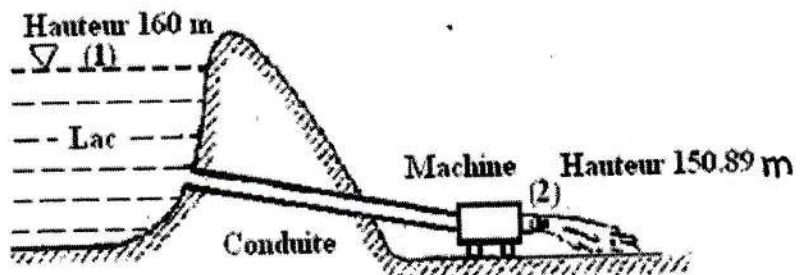
On négligeant l'effet de la pression atmosphérique; déterminer.

1. La force P nécessaire pour maintenir le piston à la position montrée sur la figure ci-contre.
2. La pression en Pascal appliquée au fond du réservoir.



Exercice 3 (9 points)

De l'eau s'écoule d'un grand lac à travers une conduite de longueur totale 91.44 m et de diamètre constant $D=0.122 \text{ m}$. Avant de sortir à l'atmosphère, l'écoulement passe par une machine qui peut extraire (turbine) ou fournir (pompe) de l'énergie au fluide.



1. Calculer dans les deux cas suivants la puissance de la machine et déterminer si c'est une pompe ou une turbine. Justifier votre réponse.

1^{er} cas : le débit volumique à la sortie (2) est égal à $0.113 \text{ m}^3/\text{s}$

2^{ème} cas : le débit volumique à la sortie (2) est égal à $0.0283 \text{ m}^3/\text{s}$

Données :

Le coefficient des pertes de charge linéaire dans la conduite est : $\lambda = 4f = 0.025$.

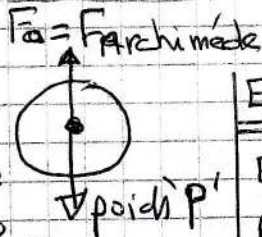
Les pertes de charge dans la petite conduite située après la machine au point (2) est négligeable

Toutes les pertes de charge singulières sont négligeables.

Solution de l'examen de Vahvavaye

Exercice 1

Nous avons 2 forces
 F_a = force d'Archimède
 P = poids du bloc de glace



$$\sum F_v = 0 \Rightarrow F_a - P = 0$$

$$F_a = \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot V_{\text{immergé}}$$

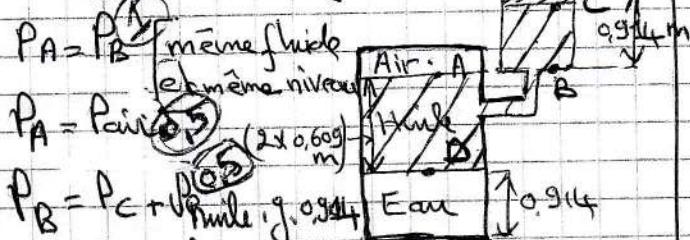
$$P = m \cdot g = \rho_{\text{glace}} \cdot V_{\text{sphère}} \cdot g$$

$$\rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot V_{\text{immergé}} = \rho_{\text{glace}} \cdot V_{\text{sphère}} \cdot g$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{immergé}}}{V_{\text{sphère}}} = \frac{\rho_{\text{glace}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{995}{1025} = 0,97$$

Exercice 2: Cet exercice peut être résolu par plusieurs façons:

1) Calcul de la force P



$$P_C = \frac{P}{A} = 0,278$$

$$P_{\text{air}} = \frac{P}{A} + \rho_{\text{huile}} \cdot g \cdot 0,914$$

$$\rho_{\text{huile}} = 0,9 \times 10^3 = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$P = (34,473 \times 10^3 - 900 \times 9,81 \times 0,914) \cdot A$$

$$P = 7340,11 \text{ N}$$

2) Calcul de la pression au fond du réservoir

$$P_{\text{fond}} = P_A + \rho_{\text{huile}} \cdot g \cdot 2 \times 0,609 + \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot 0,914$$

$$= 34,473 + 900 \times 9,81 \times 2 \times 0,609 + 10 \times 9,81 \times 0,914$$

$$P_{\text{fond}} = 54193,06 \text{ Pa}$$

Exercice 3

Ecrivons Bernoulli entre (1) et (2)

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{machine}} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \Delta H_{1-2}$$

$$P_1 = P_2 = P_{\text{atm}} \quad (\text{ou } 0 \text{ si on prend la pression relative})$$

$$V_1 = 0$$

$$z_2 - z_1 = (150,89 - 160) = -9,11 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_{\text{machine}} = \frac{V_2^2}{2g} + (z_2 - z_1) + \Delta H_{1-2}$$

1er cas $V_2 = \frac{Q_1}{A} = \frac{0,113}{\pi (0,12)^2 / 4} = 9,66649 \text{ m/s}$

$$\Delta H_{1-2} = \frac{V_2^2}{2g} \cdot \frac{L}{D} = \frac{0,025 \times (9,66649)^2}{2 \times 9,81} \times \frac{91,44}{0,122}$$

$$\Delta H_{1-2} = 89,239 \text{ m}$$

$$h_{\text{machine}} = -9,11 + \frac{(9,66649)^2}{2 \times 9,81} + 89,239$$

$$84,89 \text{ m} > 0 \Rightarrow \text{nous avons une pompe}$$

$$\text{Puissance}_{\text{pompe}} = \rho \cdot g \cdot Q_1 \cdot h_p$$

$$= 10^3 \times 9,81 \times 0,113 \times 84,89$$

$$= 94,103 \text{ kW}$$

2eme cas

$$V_2 = \frac{Q_2}{A} = \frac{0,0283}{\pi (0,12)^2 / 4} = 2,4209 \text{ m/s}$$

$$\Delta H_{1-2} = \frac{0,025 (2,4209)^2}{2 \times 9,81} \cdot \frac{91,44}{0,122} = 5,597 \text{ m}$$

$$h_{\text{machine}} = -9,11 + \frac{2,4209^2}{2 \times 9,81} + 5,597 = -3,91 \text{ m}$$

$$h_{\text{machine}} < 0 \Rightarrow \text{nous avons une turbine}$$

$$\text{Puissance}_{\text{Turbine}} = \rho \cdot g \cdot Q_2 \cdot h_T = 10^3 \times 9,81 \times 0,0283 \times 3,91$$

$$= 89,169 \text{ W}$$

Examen de mécanique des fluides (1h:30)
2^{ème} année LMD : Sciences techniques

Questions de cours (3 points)

Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes.

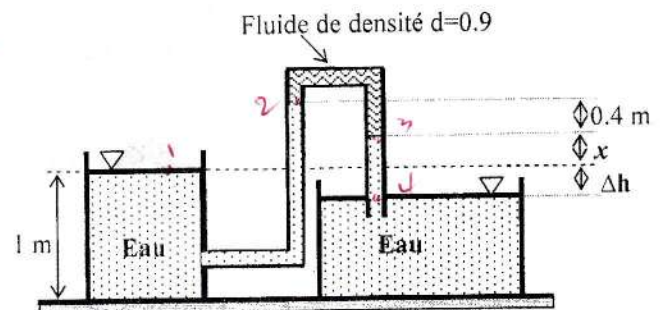
- 1) L'équation de Bernoulli $\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = cte$ s'applique pour le cas d'un écoulement stationnaire de fluide réel incompressible.
- 2) La poussée d'Archimède appliquée par l'eau sur un corps totalement submergé reste constante si la profondeur du corps sous l'eau augmente.
- 3) Le débit massique d'un écoulement stationnaire de fluide dans une conduite de forme quelconque est constant seulement si le fluide est incompressible.

Exercice 1 (5 points)

Déterminer la différence de niveau Δh entre le niveau d'eau dans les deux réservoirs ouverts montrés sur la figure ci-contre.

La masse volumique de l'eau est 10^3 kg/m^3 .

La densité du fluide en haut du manomètre est égale à 0.9.



Exercice 2 (12 points)

Une pompe circule l'eau chaude d'un système de chauffage dans un réseau de tuyauterie (serpentin) situé dans un plan horizontal, voir figure ci-contre.

Le serpentin est composé de 10 conduites rectilignes de sections circulaires. Chaque conduite a un diamètre de 10 mm et une longueur $L=6 \text{ m}$.

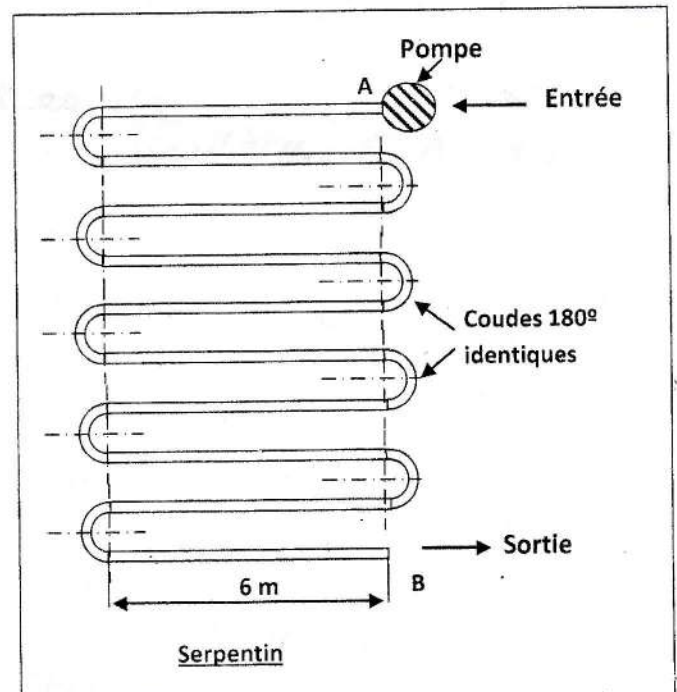
Les conduites sont reliées entre elles par 9 coudes identiques de 180° .

Le débit volumique de la pompe est 0.236 L/s . La pression au point A est 8 bars.

La viscosité cinématique de l'eau chaude $\nu = 0.75 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

La masse volumique de l'eau est 995 kg/m^3 .

Le coefficient de perte de charge singulière $K_{\text{coude}}=0.148$ pour chaque coude de 180° .



Questions

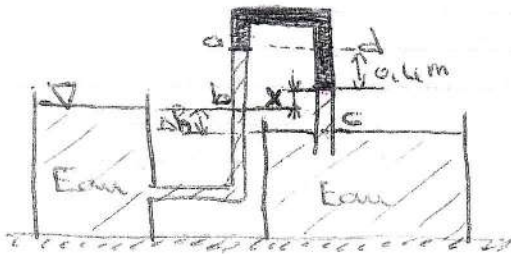
1. Calculer la vitesse moyenne de l'écoulement dans le serpentin.
2. Calculer le nombre de Reynolds et déduire le régime d'écoulement.
3. Calculer la perte de charge linéaire en Pascal (Pa) due aux 10 conduites rectilignes si on suppose les conduites parfaitement lisses (rugosité=0).
4. Calculer la perte de charge singulière totale en Pascal (Pa) due aux 9 coudes.
5. Déduire la perte de charge totale du serpentin.
6. Calculer la pression à la sortie du serpentin P_B .

1) Questions de Cours

- 1) Faux [1]
2) Vrai [1]
3) Faux [1]

Exercice 1

considérons les points a, b, c et d



$P_a = P_d$ [1]

$P_a = P_b + \rho_{\text{eau}} g (0.4 + x)$ [0.5]

$P_b = P_{\text{atm}}$ [0.5]

$P_d = P_c + (\rho_{\text{eau}} g (\Delta h + x) + \rho_f g \cdot 0.4)$ [0.5]

$P_c = P_{\text{atm}}$ [0.5] $\rho_f = 0.8 \rho_{\text{eau}}$ [0.5]

$P_{\text{atm}} + \rho_{\text{eau}} g (0.4 + x) = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{eau}} g (\Delta h + x) + 0.8 \rho_{\text{eau}} g \cdot 0.4$ [0.5]

$\Rightarrow 0.4 = \Delta h + 0.8 \times 0.4$

$\Rightarrow \Delta h = 0.04 \text{ m}$ [1]

Exercice 2

1) $V_{\text{moy}} = \frac{Q}{A} = \frac{A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (10)^2}{4} = 78.5398 \text{ mm}^2$ [0.25]

$V_{\text{moy}} = \frac{0.236 \times 10^{-3}}{78.5398 \times 10^{-6}} = 3.004 \approx 3 \text{ m/s}$ [0.75]

2) $Re = \frac{\rho \cdot V_{\text{moy}} \cdot D}{\mu} = \frac{V_{\text{moy}} \cdot D}{\nu} = \frac{3 \times 10 \times 10^{-3}}{0.75 \times 10^{-6}} = 40000 > 3000$ Régime Turbulent [0.5]

Aussi $Re = \frac{\rho V_{\text{moy}} D}{\mu} = 39200 \approx 40000$

Ainsi $\rho = 995 \text{ kg/m}^3$

3) $\Delta P_f = \lambda \frac{\rho V^2}{2} \frac{L}{D}$ ou $\Delta H_f = \lambda \frac{V^2}{2g} \frac{L}{D}$ [0.5]

$L = 10 \times 6 = 60 \text{ m}$, $D = 10 \text{ mm}$

$V = 3 \text{ m/s}$ $\lambda = ?$

$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.5}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$ [0.5]

Puisque $\epsilon = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.5}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$ [0.5]

Mettre $x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ et $x_0 = 1$

$x_1 = 8.40477 \rightarrow x_2 = 6.555720 \rightarrow$

$x_3 = 6.77753 \rightarrow x_4 = 6.743398$

$\rightarrow x_5 = 6.7470149 \checkmark$

$\lambda = \frac{1}{x_5^2} = 0.022$ [2]

$\Rightarrow \Delta P_f = 0.022 \times 995 \times 3 \times 60 = 591030 \text{ Pa}$ [0.5]

$\Delta H_f = \frac{\Delta P_f}{\rho g} = \frac{591030}{995 \times 9.81} = 60.55 \text{ m}$

4) Perte de charge singulière

$\Delta P_s = K \frac{\rho V^2}{2}$ [0.5] $\Delta H_s = K \frac{V^2}{2g}$

$= 9 \times 0.148 \times 995 (3)^2 = 5964.03 \text{ Pa}$

$\Delta H_s = \frac{5964.03}{995 \times 9.81} = 0.608 \text{ m}$ [1.0]

5) Perte de charge Totale

$\Delta P_T = \Delta P_f + \Delta P_s = 596994.03 \text{ Pa}$

$\Delta H_T = \Delta H_f + \Delta H_s = 60.55 + 0.608 = 61.16 \text{ m}$ [0.5]

6) $P_A + \frac{\rho V_A^2}{2} + \rho g z_A = P_B + \frac{\rho V_B^2}{2} + \rho g z_B$ [0.5]

$V_A = V_B$ $z_A = z_B$ $\Rightarrow \Delta H_{A-B}$

$P_B = P_A - \Delta H_{A-B} = 8 \times 10^5 - 596994.03 = 2.03 \text{ bar}$

$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B + \Delta H_T$
 $P_B = P_A + \rho g \Delta H_T = 8.10^5 - 995 \times 9.81 \times 61.16 = 2.03 \text{ bar}$

Contrôle de la MDF
(Durée 1H30mn)

Questions de Cours

Dire si c'est vrai ou faux et corriger l'erreur

1- La contrainte de cisaillement d'un fluide près d'une paroi dépend (تتعلق) de sa viscosité et du gradient de sa vitesse (تغير السرعة): $\tau = \mu \frac{dU}{dy}$.

2- L'équation fondamentale de l'hydrostatique d'un fluide compressible est: $p - \rho g z = \text{constante}$.

3- Quelque soit le fluide en écoulement permanent dans une conduite, ses débits massique et volumique sont constants.

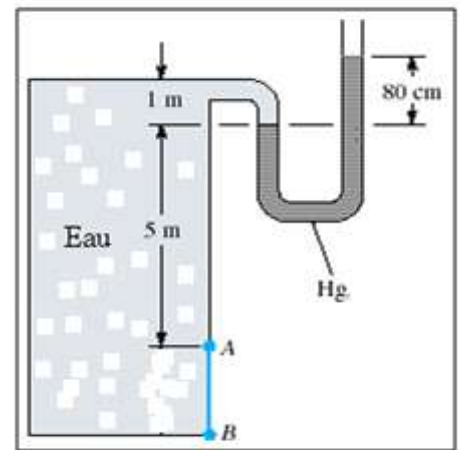
Exercice 1

L'eau dans le réservoir illustré sur la figure ci-contre est sous pression, qui est donnée par la lecture du manomètre à mercure.

1- Calculer la pression effective au centre de la vanne circulaire AB de diamètre $d=1\text{m}$.

2- Calculer la force hydrostatique sur la vanne

La densité du mercure $d_{\text{Hg}}=13.6$



Exercice2 :

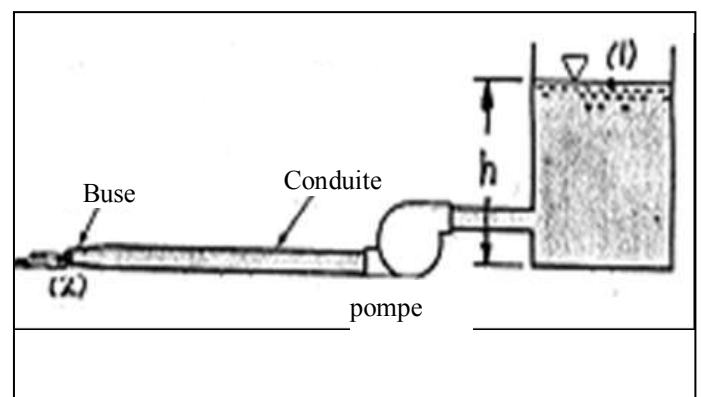
L'eau est maintenue à une hauteur h dans un grand réservoir. Elle s'écoule dans une conduite de diamètre $D=60\text{mm}$ et de longueur $L=30\text{ m}$. Celle ci se termine par une buse (فتحة) de diamètre $d=40\text{mm}$. Le coefficient de frottement linéaire de la conduites est $\lambda=0.016$.

1-Si une pompe de puissance 25kW cause un débit de 40 L/s d'eau (voir figure), Calculer la hauteur h

2-Quelle sera la vitesse d'écoulement dans la conduite et le débit volumique si on considère que la pompe est enlevée du système.

3-Calculer le débit volumique si la pompe est enlevée du système et l'eau est un fluide parfait.

4-Comparer (قارن) les débits des trois cas.



Bonne chance

Correction du Contrôle de la MDF ST2

Questions de Cours. (2,5 pts)

1- Vrais (0,5)

2- faux: L'éq. fondamentale de

l'hydrostatique d'un fluide incompressible

est $p + \rho g z = \text{cte}$

3- faux: Si le fluide est incompressible,

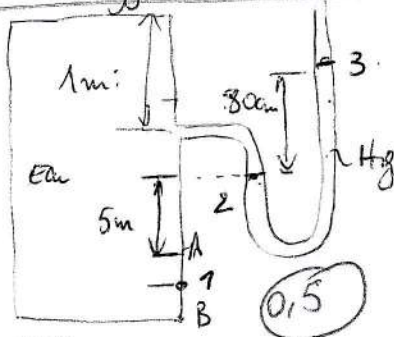
en écoulement permanent dans une conduite, ses débit massique et volumique restent constants

(ou, Quelque --- son débit massique reste constant, mais le débit volumique peut varier, si le fluide est compressible.)

Exercice 1: (5,5 pts)

1. Calculer la pression effective au centre de la vanne AB.

On applique l'éq. de l'hydrostatique entre 1 et 2, 2 et 3. on trouve:



$$P_1 - P_2 = \rho_{\text{eau}} g (z_2 - z_1) \quad (0,5)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_{\text{Hg}} g (z_3 - z_2) \quad (0,5)$$

$$P_1 - P_3 = \rho_{\text{eau}} g (z_2 - z_1) + \rho_{\text{Hg}} g (z_3 - z_2) \quad (0,5)$$

Donc: $P_3 = P_{\text{atm}}$ $P_1 - P_{\text{atm}} = P_{\text{eff}}$

$$z_2 - z_1 = 5\text{m} + \frac{1}{2} = 5,5\text{m} \quad (0,25)$$

$$\rho_{\text{Hg}} = d \cdot \rho_{\text{eau}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$z_3 - z_2 = 30\text{cm} = 0,3\text{m} \quad (0,5)$$

donc: $P_{\text{eff}} = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 5,5 + 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,3$
 $= 53,555 \cdot 10^3 + 106,73 \cdot 10^3$

$$P_{\text{eff}} = 160,68 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 160,68 \text{ kPa} \quad (0,25)$$

2 - La force hydrostatique sur la vanne.

$$F = P_{\text{eff}} \cdot A \quad (0,5)$$

$$= P_{\text{eff}} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 160,68 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4}$$

$$F = 126,204 \cdot 10^3 \text{ N} = 126,204 \text{ kN} \quad (0,25)$$

Exercice 2 (1,25 pts)

1. Calculer la hauteur h. on applique l'éq. de Bernoulli entre (1) et (2)

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \Delta H_L \quad (0,5)$$

$$U_1 = 0 \quad (\text{Surface du réservoir}) \quad (0,5)$$

$$P_1 = P_2 = P_{\text{atm}} \quad (0,5)$$

$$z_1 - z_2 = h \quad (0,5)$$

$$\therefore h = \frac{U_2^2}{2g} + \Delta H_L - h_p \quad \text{--- éq (1)} \quad (0,5)$$

$$U_2 = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad (0,5)$$

$$Q = 40 \text{ L/s} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 0,04 \text{ m}^3/\text{s} \quad (0,25)$$

$$d = 40 \text{ mm} = 0,04 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$\therefore U_2 = \frac{4 \cdot 0,04}{\pi \cdot (0,04)^2} = \frac{100}{\pi} = 31,83 \text{ m/s} = U_2$$

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{U_c^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

$$U_c = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,04}{\pi \cdot (0,06)^2} = 14,15 \text{ m/s} = U_c \quad (0,5)$$

$$L = 30\text{m} ; D_H = D = 0,06\text{m}, \lambda = 0,016$$

$$\therefore \Delta H_L = 0,016 \cdot \frac{(14,15)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{30}{0,06} = 81,67 \text{ m/s} = \Delta H_L \quad (0,5)$$

ona $P = \rho g h_p Q \Rightarrow h_p = \frac{P}{\rho g Q}$ (0,5)

$h_p = \frac{25 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,04} = 63,71 \text{ m} = h_p$ (0,5)

$\therefore h = \frac{(31,83)^2}{2 \cdot 9,81} + 81,61 = 63,71$

$h = 69,54 \text{ m}$ (0,5)

(2) la vitesse d'écoulement dans la conduite et le débit volumique si

la pompe est enlevée:

ona: suivant l'éq. (1) ou l'éq. de Bernoulli.

$h = \frac{U_2^2}{2g} + \Delta H_L = \frac{U_2^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{U_c^2}{2g} \cdot \frac{L}{D}$ (2) (0,5)

Sachant que:

$U_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = U_c \cdot \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow$

$U_2 = U_c \frac{D^2}{d^2}$ (0,25)

on remplace dans 2 on trouve:

$h = \frac{U_c^2}{2g} \left(\left(\frac{D^2}{d^2} \right)^2 + \lambda \cdot \frac{L}{D} \right)$ (0,5)

$U_c = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{D^4}{d^4} + \lambda \cdot \frac{L}{D}}}$

$U_c = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 69,54}{\left(\frac{0,06}{0,04} \right)^4 + 0,016 \cdot \frac{30}{0,06}}}$

$U_c = 10,22 \text{ m/s}$ (0,5)

et $Q = U_c \cdot \frac{\pi D_c^2}{4} = 10,22 \cdot \pi \cdot \frac{0,06^2}{4}$ (0,25)

$Q = 0,0289 \text{ m}^3/\text{s} = 28,9 \text{ l/s} = Q_2$ (0,25)

(3) - la pompe est enlevée et l'eau est parfaite dans ce cas $\Delta H_L = 0$ et $h_p = 0$ on remplace dans l'éq (1) on trouve:

$h = \frac{U_2^2}{2g} \Rightarrow U_2 = \sqrt{2gh}$ (0,5)

$= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 69,54}$

$U_2 = 36,93 \text{ m/s}$ (0,25)

$Q = U_2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 36,93 \cdot \pi \cdot \frac{0,04^2}{4}$ (0,2)

$Q = 0,0464 \text{ m}^3/\text{s} = 46,4 \text{ l/s} = Q_3$

(4) - Comparer les débits des 3 cas:

ona: $Q_1 = 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$

$Q_2 = 0,0289 \text{ m}^3/\text{s}$

$Q_3 = 0,0464 \text{ m}^3/\text{s}$

$Q_2 < Q_1 < Q_3$ (0,5)

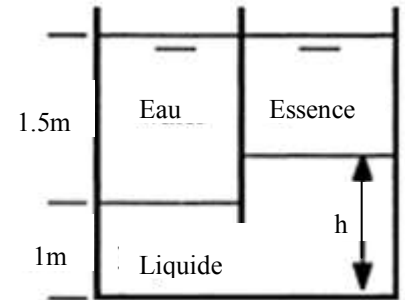
SS la pompe + perte de charge avec pompe + perte de charge. sans pompe et sans perte de charge.

Contrôle de Rattrapage MDF

(Durée 1h30)

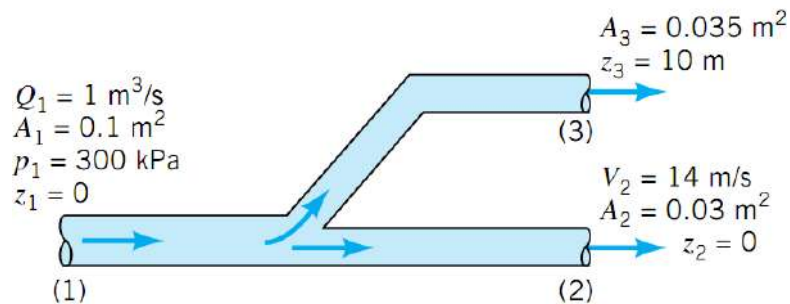
Exercice1:

L'essence de densité (كثافة) $d_{ess}=0.68$ et l'eau, sont ouvertes à l'atmosphère et sont à la même élévation (ارتفاع). Quelle est la hauteur 'h' du troisième liquide de densité $d_L=1.60$?



Exercice 2:

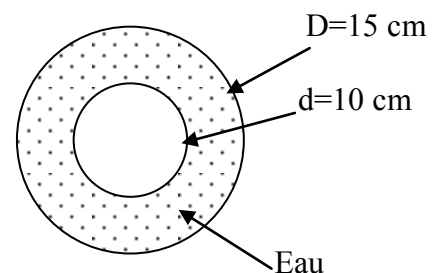
L'eau s'écoule à travers un branchement de conduites comme montré sur la figure. Si on néglige l'effet de la viscosité, calculer la pression à la section 2 et la pression à la section 3.



Exercice 3:

L'eau s'écoule dans une conduite annulaire (أنبوب حلقي) de diamètre extérieur $D=15$ cm et diamètre intérieur $d=10$ cm. Sa rugosité est $\epsilon=0.5$ mm. Si le débit est 16 litre/s, calculer la perte de charge linéaire par unité de longueur.

la viscosité dynamique de l'eau est $\mu=10^{-3}$ Pa s



Bonne chance

Université Constantine 1

Le 08/04/2015

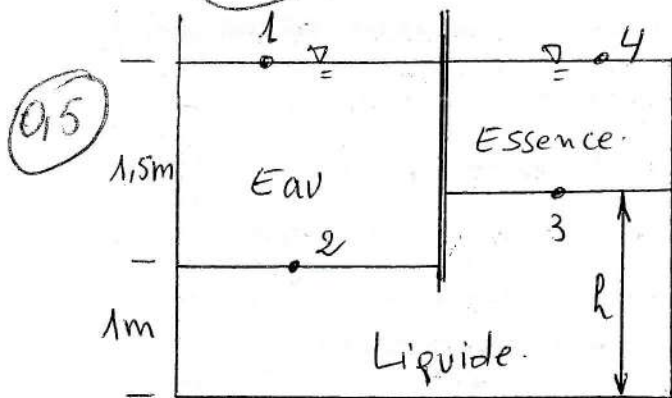
Faculté des sciences de la technologie

ST2 /B

Le 08/04/2015

Corrigé du Contrôle de Rattrapage MDF. ST2 B.

exercice 1: (6 pt)



la hauteur h du troisième liquide:

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= \rho_e g (z_2 - z_1) = \rho_e g (-1.5\text{m}) \\ p_2 - p_3 &= \rho_L g (z_3 - z_2) = \rho_L g (h - 1\text{m}) \\ p_3 - p_4 &= \rho_{ess} g (z_4 - z_3) = \rho_{ess} g (1.5 + 1 - h) \\ p_1 - p_4 &= \rho_e g 1.5 + \rho_L g (h - 1) + \rho_{ess} g (2.5 - h) \end{aligned}$$

on a:

$$p_1 = p_4 = p_{atm}$$

$$\rho_L = \rho_e \cdot d_L = 10^3 \cdot 1.60 = 1600 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{ess} = \rho_e \cdot d_{ess} = 10^3 \cdot 0.68 = 680 \text{ kg/m}^3$$

En remplaçant ces données et en réarrangeant l'éq. (1) on obtient:

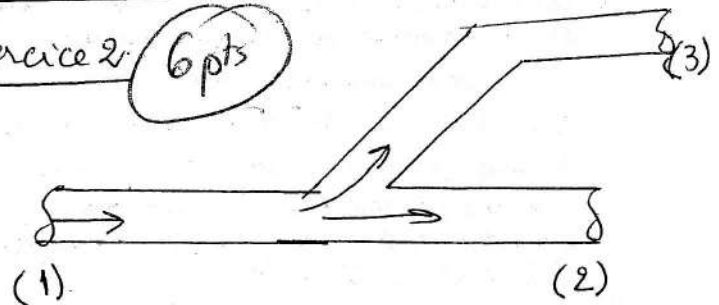
$$0 = 2.5\rho_{ess} - 1.5\rho_e - \rho_L + (\rho_L - \rho_{ess})h$$

$$h = \frac{2.5\rho_{ess} - 1.5\rho_e - \rho_L}{\rho_{ess} - \rho_L} = \frac{2.5 \cdot 680 - 1.5 \cdot 1000 - 1600}{680 - 1600} = 1.52 \text{ m}$$

$$h = \frac{1600 + 1.5 \cdot 10^3 - 2.5 \cdot 680}{1600 - 680}$$

$$h = 1.52 \text{ m}$$

exercice 2: (6 pts)



Calculer la pression à la section (2)

En appliquant l'équation de Bernoulli entre (1) et (2) on trouve:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2$$

$$\therefore p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) + \rho g (z_1 - z_2)$$

$$p_1 = 300 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{0.1 \text{ m}^2} = 10 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 14 \text{ m/s}$$

$$z_1 = z_2 = 0$$

$$\therefore p_2 = 3 \cdot 10^5 + \frac{10^3}{2} (10^2 - 14^2)$$

$$p_2 = 252 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 252 \text{ kPa}$$

Calculer la pression à la section 3.

On applique l'éq. de Bernoulli entre (1) et (3):

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\rho g} + z_3 \quad (0,5)$$

$$P_3 = P_1 + \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_3^2) + \rho g (z_1 - z_3) \quad (0,5)$$

on a: $P_1 = 300 \cdot 10^3 \text{ Pa}$; $z_1 = 0$
 $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $z_3 = 10 \text{ m}$

$V_1 = 10 \text{ m/s}$, $V_3 = ?$

en appliquant l'éq. de continuité, on a:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2$$

$$Q_3 = Q_1 - V_2 \cdot A_2$$

$$Q_3 = 1 \text{ m}^3/\text{s} - 14 \times 0,03 = 0,58 \text{ m}^3/\text{s} \quad (0,5)$$

$$Q_3 = V_3 A_3 \Rightarrow V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0,58 \text{ m}^3/\text{s}}{0,035 \text{ m}^2}$$

$$V_3 = 16,57 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$P_3 = 3 \cdot 10^5 + \frac{10^3}{2} (10^2 - 16,57^2) + 10^3 \cdot 9,81 (0 - 10)$$

$$P_3 = 114.617,55 \text{ Pa} \approx 114,62 \text{ kPa} \quad (0,5)$$

exercice 3 (8pts)

Calculer la perte de charge linéaire par unité de longueur

On a: $\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$

$$V = \frac{Q}{S} \quad (0,5)$$

$$S = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4} \quad (0,5)$$

$$V = \frac{4 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{\pi (D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{\pi (0,15^2 - 0,1^2)}$$

$$V \approx 1,63 \text{ m/s} \quad (0,5)$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$D_H = \frac{4S}{\pi} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}{\pi (D + d)} \quad (0,5)$$

$$D_H = \frac{D^2 - d^2}{D + d} = 0,15 - 0,1 =$$

$$D_H = 0,05 \text{ m} \quad (0,5)$$

• λ dépend du régime d'écoulement: on calcule Re :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D_H}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 1,63 \cdot 0,05}{10^{-3}} \quad (0,5)$$

$Re = 81500 > 2300$ Donc le régime est turbulent, on calcule λ de la formule de Colebrook: (0,5)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5)$$

on met $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = X$

$$X = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re X} \right)$$

$$X = -2 \log_{10} \left(\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,05} + \frac{2,51}{81500 X} \right)$$

on pose $X_0 = 0 \rightarrow X_1 =$

$$X = -2 \log_{10} (2,69,54 \cdot 10^{-5} + 3,08 \cdot 10^{-5} X) \quad (0,25)$$

on peut écrire

$$X = 10 - 2 \log_{10} (2,69,54 + 3,08 X) \quad (1)$$

on pose $X_0 = 0 \rightarrow X_1 = 5,1387 \rightarrow X_2 = 5,0892 \rightarrow$

$$X_3 = 5,089 \rightarrow \lambda = \frac{1}{X^2} = \frac{1}{5,089^2} = 0,0386 = \lambda \quad (0,5)$$

$$\Delta H_L = 0,0386 \cdot \frac{1,63^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{1}{0,05} = 10,45 \text{ cm} \quad (0,5)$$

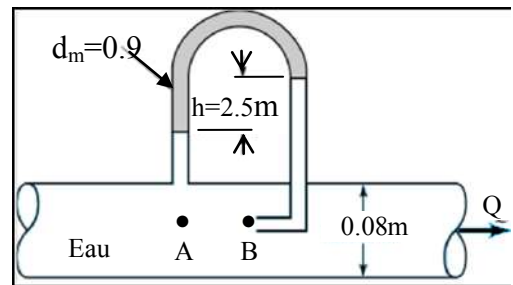
Contrôle de la MDF
(Durée 1H30mn)

Exercice 1

Déterminer les dimensions de la viscosité dynamique et la viscosité cinématique dans le système MLT et leurs unité dans le système SI.

Exercice 2

Un tube de Pitot est placé dans une conduite de Diamètre $D=0.08\text{m}$. Il est relié à un tube manométrique (voir figure ci-contre). La densité du fluide manométrique est $d_m=0.9$. Le fluide en écoulement est de l'eau.



1-Calculer la différence de pression p_B-p_A .(recopier la figure)

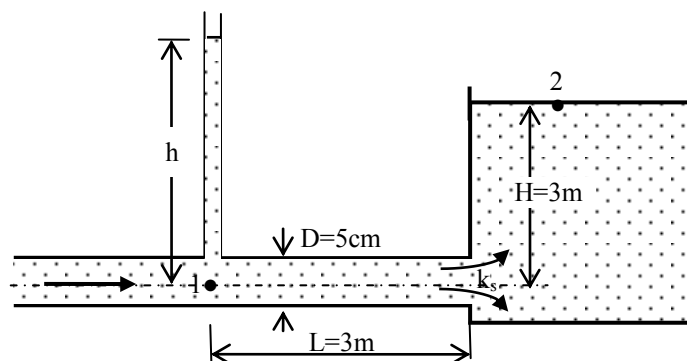
2-Calculer le débit volumique de l'écoulement.

Exercice 3

L'eau s'écoule dans une conduite de diamètre $D=5\text{cm}$ avec un débit de 10litres/s comme montré sur la figure ci-dessous. Sa viscosité est 10^{-3}Pa.s . La rugosité de la conduite est $\epsilon=0.02\text{mm}$. Le coefficient de perte de charge à la sortie de la conduite est $k_s=1$.

1- Calculer la perte de charge totale entre les points 1 et 2.

2- Déterminer la hauteur h de l'eau dans le tube manométrique.



Bonne chance

exercice 1 = 3,5 pts

Déterminer les dimension et l'unité de la viscosité dynamique cinématique :

- $[\mu] = ?$ viscosité dynamique

on a :

$$\tau = \mu \frac{dU}{dy} \quad (0,5)$$

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[dU/dy]}$$

$$[\tau] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{[m][a]}{[L]^2} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2}$$

$$= M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \quad (0,5)$$

$$[dy] = L \quad (0,25)$$

$$[dU] = L \cdot T^{-1} \quad (0,25)$$

$$[\mu] = \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L}{L \cdot T^{-1}}$$

$$[\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1} \quad (0,5)$$

ds le SI d'unité

$$[\mu] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (0,25)$$

- $[\nu]$: viscosité cinématique

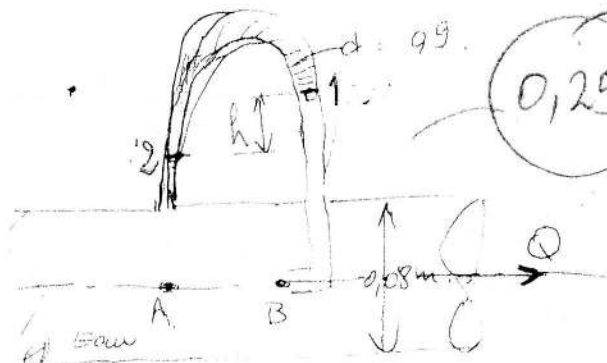
$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}}{M \cdot L^{-3}}$$

$$= \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}}{M \cdot L^{-3}} = L^2 \cdot T^{-1} \quad (0,25)$$

ds le syst. SI :

$$[\nu] = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (0,25)$$

exercice 2 = 5,5 pts



0,25

1 Calculer la différence de pression entre A et B

$$P_B - P_1 = \rho_l g (z_1 - z_B) \quad (0,5)$$

$$P_1 - P_2 = \rho_m g (z_2 - z_1) \quad (0,5)$$

$$P_2 - P_A = \rho_l g (z_A - z_2) \quad (0,5)$$

$$P_B - P_A = \rho_l g (z_1 - z_B) + \rho_m g (z_2 - z_1) + \rho_l g (z_A - z_2)$$

$$= \rho_l g (z_1 - z_B + z_A - z_2) + \rho_m g (z_2 - z_1)$$

$$\text{on a } z_A = z_B \quad (0,25)$$

$$P_B - P_A = \rho_l g h - \rho_m g h = h (\rho_l - \rho_m) g \quad (0,5)$$

$$= 2,5 \cdot (\rho_l - \rho_m) g \quad (0,25)$$

$$P_B - P_A = 2,5 \cdot (1000 - 900) \cdot 9,81$$

$$= 2452,5 \text{ Pa}$$

$$P_B - P_A = 2452,5 \text{ Pa} \quad (0,25)$$

2 Déterminer le débit volumique.

On applique l'éq. de Bernoulli entre

A et B

$$\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + z_A = \frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + z_B \quad (0,5)$$

$$\text{on a } V_B = 0 \text{ (point d'arrêt)} \quad (0,5)$$

$$V_A = \sqrt{(P_B - P_A) \cdot 2 / \rho} \quad (0,25)$$

$$V_A = \sqrt{\frac{2452,5 \times 2}{1000}}$$

$$V_A = 2,215 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

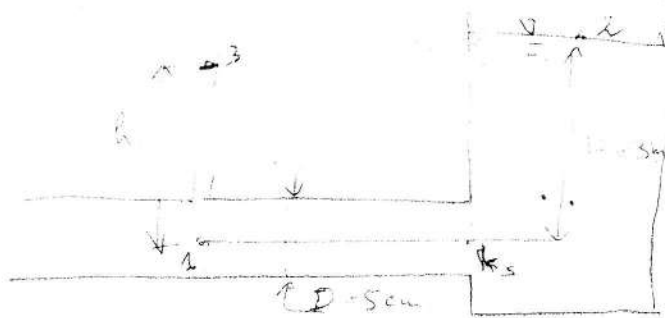
le débit volumique Q:

$$Q = \pi \frac{D^2}{4} \cdot V_A \quad (0,5)$$

$$= \pi \frac{(0,05)^2}{4} \cdot 2,215$$

$$Q = 0,0111 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (0,5)$$

Exercice N°3 (11pts)



1. Calculer la perte de charge totale

$$\Delta H_{\text{tot}(1-2)} = \Delta H_{L(1-2)} + \Delta H_{S(1-2)} \quad (0,5)$$

$$\Delta H_{L(1-2)} = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

$$V = \sqrt{\frac{4Q}{\pi D^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0111}{\pi (0,05)^2}} = 5,092 \text{ m/s} = V$$

$$L = 3 \text{ m}$$

$$D_H = D = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$\lambda = ?$ λ dépend du régime de l'écoulement:

donc de Re. (0,5)

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D_H}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 5,09 \cdot 0,05}{10^{-3}} \quad (0,5)$$

$$Re = 25,45 \cdot 10^4 > 2300$$

donc le régime est turbulent

λ est calculé de la formule de Colebrock: (2)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5)$$

$$= -2 \log \left(\frac{0,02 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,05} + \frac{2,51}{25,45 \cdot 10^4 \sqrt{\lambda}} \right)$$

$$= -2 \log (0,108 \cdot 10^{-3} + 0,08 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\sqrt{\lambda}})$$

$$= -2 \log (1,08 \cdot 10^{-4} + 0,08 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\sqrt{\lambda}}) \quad (0,5)$$

on pose $X = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

$$X = -2 \log 10^{-4} - 2 \log (1,08 + 0,08 X)$$

$$X = 8 - 2 \log (1,08 + 0,08 X)$$

on pose $X_0 = 0 \rightarrow$

$$X_1 = 8 - 2 \log 1,08 = 7,933$$

$$X_2 = 7,4623$$

$$X_3 = 7,4840$$

$$X_4 = 7,483$$

$$X_5 = 7,483$$

$$X_5 = 7,483 \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{1}{X_5^2} = \frac{1}{7,483^2} = 0,0178 = \lambda \quad (0,5)$$

donc

$$\Delta H_L = 0,0178 \cdot \frac{(5,092)^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{3}{0,05}$$

$$\Delta H_L = 1,417 \text{ m} \quad (0,5)$$

$$\Delta H_S = K_S \frac{V^2}{2g} \quad (0,5)$$

$$= 1 \cdot \frac{(5,092)^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$\Delta H_S = 1,321 \text{ m} \quad (0,5)$$

$$\Delta H_{\text{tot}} = 1,417 + 1,321$$

$$\Delta H_{\text{tot}} = 2,732 \text{ m} \quad (0,25)$$

La hauteur h.

$$P_1 - P_3 = \rho \cdot g (z_3 - z_1) \quad 0,5$$

$$P_1 = ?$$

$$P_3 = P_{atm.} \quad 0,25$$

$$z_3 - z_1 = h \quad 0,25$$

donc:

$$h = \frac{P_1 - P_{atm.}}{\rho \cdot g} \quad 0,5$$

Calculer $P_1 - P_{atm.}$

On applique l'éq. de Bernoulli entre 1 et 2:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \Delta H_{tot} \quad 0,5$$

$$V_1 = 5,092 \text{ m/s.}$$

$$V_2 = 0 \quad (\text{sur surface d'un réservoir}) \quad 0,25$$

$$P_2 = P_{atm.} \quad 0,25$$

$$z_2 - z_1 = H = 3 \text{ m} \quad 0,25$$

$$\Delta H_{tot} = 2,732.$$

donc:

$$\frac{P_1 - P_{atm.}}{\rho g} = H + \Delta H_{tot} - \frac{V_1^2}{2g} \quad 0,5$$

$$h = 3 \text{ m} + 2,732 - \frac{5,092^2}{2 \cdot 9,81}$$

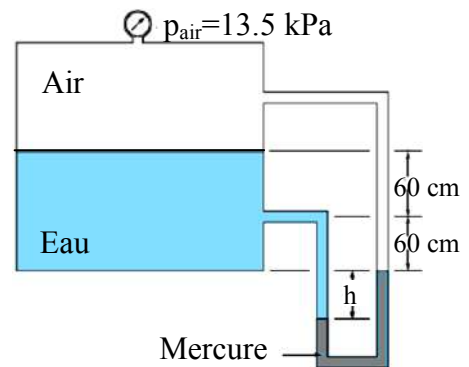
$$h = 4,41 \text{ m.} \quad 0,5$$

Contrôle de rattrapage de la MDF
(Durée 1H30mn)

Exercice 1.

Un tube manométrique en U rempli de mercure de densité 13.6, est connecté à un réservoir comme montré sur la figure. Si la pression de l'air est 13.5 kPa, déterminer la dénivellation h . (Recopier la figure)

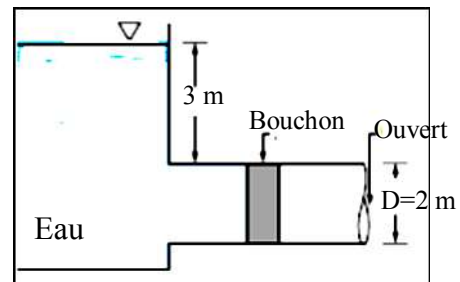
La masse volumique de l'air est négligeable (مهمله)



Exercice 2

Un réservoir ouvert rempli d'eau, est connecté à une conduite de diamètre $D=2\text{m}$ (voir figure). Un bouchon circulaire est utilisé pour fermer la conduite. Déterminer la grandeur, la direction et la position du centre de poussée de la force d'eau sur le bouchon.

On donne $I_x = \frac{\pi R^4}{4}$



Exercice 3

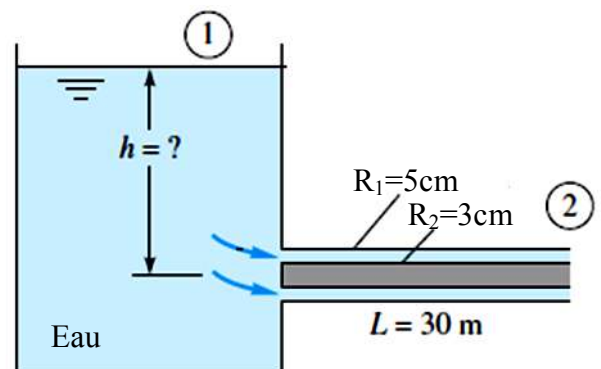
De l'eau de viscosité cinématique $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ s'écoule d'un réservoir avec un débit de $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ dans une conduite annulaire de rayons R_1 et R_2 , et une longueur $L=30 \text{ m}$ (voir figure).

1- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite.

2- Quel est le régime d'écoulement?

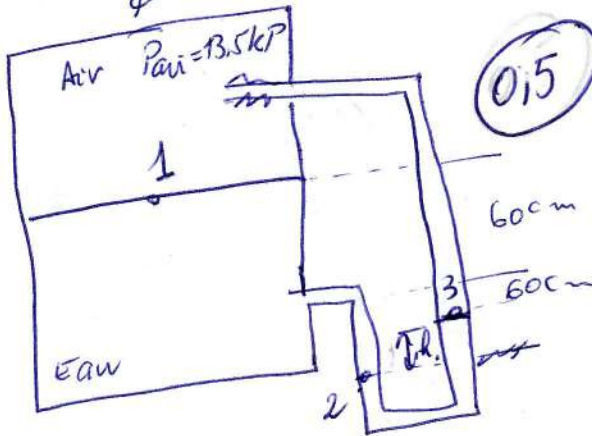
3- Calculer la perte de charge linéaire, si le coefficient de frottement $\lambda=0.023$

4- Quelle est la hauteur h de l'eau?



Bonne chance

EX01 : Déterminer h.



5pt

0,5

On applique l'équation de l'hydraulique entre 1 et 3 on trouve:

$$P_1 - P_2 = \rho_e g (z_2 - z_1) = \rho_e g (-0,6 - 0,6 - h)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_H g (z_3 - z_2) = \rho_H g h$$

par sommation on trouve:

$$P_1 - P_3 = -\rho_e g (1,2 + h) + \rho_H g h$$

$$= -\rho_e g 1,2 + (\rho_H - \rho_e) g h$$

or: $P_1 = P_3$ (la pression de l'air est la même dans l'air car ρ_{air} est négligeable)

donc:

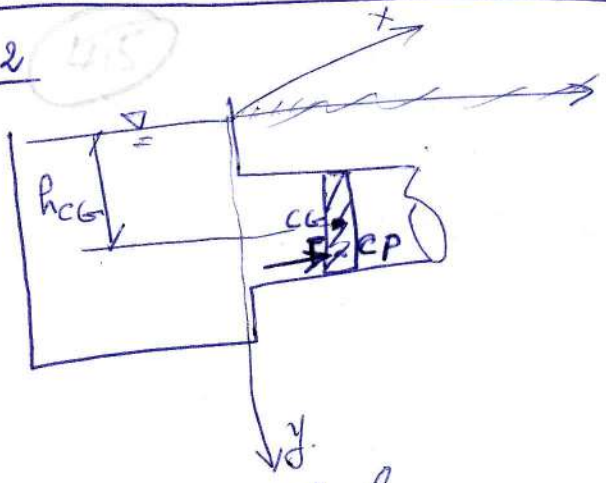
$$0 = -\rho_e g 1,2 + (\rho_H - \rho_e) g h$$

$$\therefore h = \frac{\rho_e \cdot 1,2}{\rho_H - \rho_e} \left(= \frac{1,2}{d_H - 1} \right)$$

$$h = \frac{10^3 \cdot 1,2}{(10^3 \cdot 1,36) - 10^3} = 0,095 \text{ m}$$

$$h = 9,5 \text{ cm}$$

EX02



la grandeur de la force:

$$F = P_{CG} \cdot S$$

$$= \rho g h_{CG} \cdot S$$

$$h_{CG} = 3 \text{ m} + \frac{D}{2} = 3 + \frac{2}{2} = 4 \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2$$

$$\therefore F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 3,14$$

$$F = 123,21 \cdot 10^3 \text{ N} = 123,21 \text{ kN}$$

la direction: la force est \perp sur le bouchon

la position du centre de poussée: (x_{cp}, y_{cp}) .

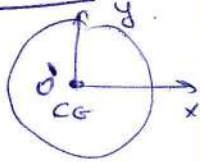
$$x_{cp} = \frac{I_{xy}}{y_{CG} S} + x_{CG}$$

1/2

le bouchon est circulaire donc:

$$I_{xy} = 0 \text{ et } x_{cp} = x_{cg} = 0$$

c'est le centre du bouchon.



$$y_{cp} = \frac{I_{x_{cg}}}{y_{cg} \cdot S} + y_{cg}$$

$$= \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{y_{cg} \cdot S} + y_{cg}$$

$$y_{cg} = h_{cg} = 4 \text{ m}$$

$$= \frac{\pi (1)^4}{4 \times 4 \times 3,14} + 4$$

$$y_{cp} = 4,0625 \text{ m}$$

EX03

1. Calculer la vitesse d'écoulement:

$$V = \frac{Q}{S}$$

$$S = \pi (R_1^2 - R_2^2)$$

$$= \pi (0,05^2 - 0,03^2)$$

$$S = 0,005 \text{ m}^2$$

$$\therefore V = \frac{0,01 \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)}{0,005} \approx 2 \text{ m/s} \approx 1,990 \text{ m/s}$$

2. le régime d'écoulement:

on calcule Re .

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D_H}{\mu} = \frac{V \cdot D_H}{\nu}$$

$$D_H = \frac{4S}{Per} = \frac{4 \cdot \pi (R_1^2 - R_2^2)}{2\pi (R_1 + R_2)}$$

$$D_H = 2(R_1 - R_2) = 2(5 - 3) =$$

$$D_H = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

$$\therefore Re = \frac{2 \cdot 0,04}{10^{-6}}$$

$$Re = 8 \cdot 10^4 > 2300$$

Donc le régime d'écoulement est turbulent

3. Calculer la perte de charge linéaire ΔH_L :

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H}$$

puisque l'écoulement est turbulent, on calcule λ de la formule de

Colebrook ou:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$$

$$= -2 \log \left(\frac{0,023 \cdot 10^{-3}}{3,71 \cdot 0,04} + \frac{2,51}{8 \cdot 10^4 \sqrt{\lambda}} \right)$$

$$= -2 \log (1,55 \cdot 10^{-4} + \frac{0,314 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{\lambda}})$$

$$= 8 - 2 \log (1,55 + \frac{0,314}{\sqrt{\lambda}})$$

on pose: $X = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ donc on aura:

$$X = 8 - 2 \log(1,55 + 0,314 X)$$

on pose $x_0 = 0 \rightarrow x_1 = 7,6193 \rightarrow x_2 = 6,808$

$\rightarrow x_3 = 6,866 \rightarrow x_4 = 6,862 \rightarrow x_5 = 6,862$

donc $\lambda = \frac{1}{X^2} = \frac{1}{(6,862)^2} = 0,0212 = \lambda$

$$\therefore \Delta H_L = 0,0212 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{30}{0,04}$$

$\Delta H_L \approx 3,247 \text{ m}$

4- Calculer h-

On applique l'équation de Bernoulli entre (1) et (2) on trouve:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \Delta H_L$$

on a:

$V_1 = 0$ (réservoir)

$P_1 = P_2 = P_{atm}$

$Z_1 - Z_2 = h$

$$\therefore h = \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_L$$

($V_2 = V$)

$$\therefore h = \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} + 3,247$$

$h \approx 3,451 \text{ m}$