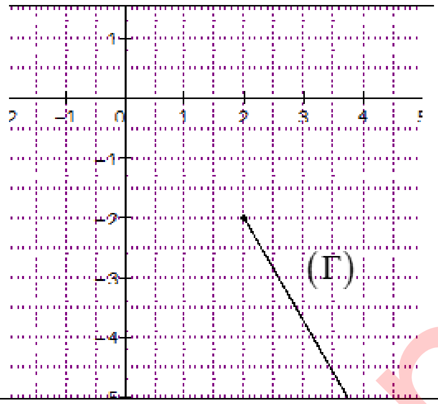
عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الموضــــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان $(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=2t'-3 \quad / t'\in\mathbb{R} \\ z=t'-4 \end{cases}$ $\begin{cases} t-2=-t'+1 \\ -t+2=2t'-3 \\ 2t-4=t'-4 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} t=1 \\ t'=2 \end{cases}$ $\quad (\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$	0.25 0.50 0.25	01
2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases} x=\alpha-\beta-1 \\ y=-\alpha+2\beta+1 \quad \alpha;\beta\in\mathbb{R} \\ z=2\alpha+\beta-2 \end{cases}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $\quad (P):5x+3y-z=0$	0.50 0.75	1.25
3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$	01	01
4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) . $d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2	0.50 0.25	0.75
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ) $p\gcd(20;104)=4$ بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول	0.25 0.25	
ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv68[5]$ ومنه $x\equiv3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$	0.25 0.50	1.25
2) تعيين α و β $\overline{1\alpha\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases} 104\alpha-20\beta=272 \\ 0\le\alpha\le3;0\le\beta\le3 \end{cases}$	0.50 0.25	1.50

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th></tr>
<tr><th>المجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td></td><td>0.50
0.25</td><td>معناه $\begin{cases}\alpha=5k+3\\ \beta=26k+2\\ 0\le\alpha\le3;0\le\beta\le3\end{cases}$ $/\ k\in\mathbb{N}$
معناه $\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$
كتابة λ في النظام العشري: $\lambda=2017$</td></tr>
<tr><td>1.25</td><td>2×0.25
0.25
2×0.25</td><td>3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي
تعيّين الثنائيات $(a\,;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$
$2m-d=2017$ تكافئ $\begin{cases}a'b'=\dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$
ومنه : $(a\,;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25
3×0.25</td><td>1) حل المعادلة :
$\Delta=-24=(2i\sqrt{6})^2$
$S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3.25</td><td>3×0.25
0.25
0.25</td><td>2) أ) $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$
فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.</td></tr>
<tr><td>0.25
0.50</td><td>ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف
معناه $\dfrac{7\pi n}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6\ \ /\ h\in\mathbb{N}$</td></tr>
<tr><td>0.25
0.50
0.25</td><td>جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ)
من اجل $z\ne z_C$: $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C)=\pi+\arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$
تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM})=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>عناصر الإجابة</th><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>
و منه (Γ) مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\dfrac{\pi}{3}$.
انشاء (Γ).


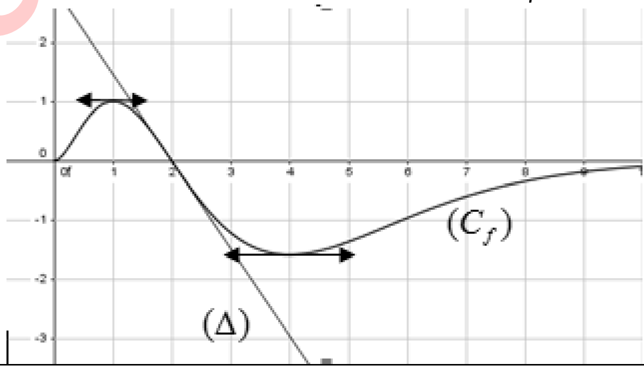
</td><td>0.25</td><td></td></tr>
<tr><td>
3) تعيين طبيعة التحويل $h\circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاوية $\dfrac{-\pi}{3}$
صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h\circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.
</td><td>0.50
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>
1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
$y=0$ معادلة المقارب للمنحنى (C_f).
</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td rowspan="2">2.25</td></tr>
<tr><td>
ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$
إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

اتجاه تغيّر الدالة f
f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$
f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$
جدول التغيّرات

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-32e^{(-3)}$	$\nearrow$	0

</td><td>0.50
0.25
0.25
0.50</td></tr>
<tr><td>
2) معادلة المماس (T)
$y=-4e^{-1}(x-2)$
</td><td>0.50</td><td>0.50</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th></th><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>3) دراسة اتجاه تغير الدالة h
$h'(x)=x(2-x)e^{-x+2}$
h متزايدة تماما على $[0;2]$
h متناقصة تماما $[2;+\infty[$
استنتاج إشارة $h(x)$:
$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline h'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline h(x) & & \nearrow & 0 & \searrow & \end{array}$$
من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\leq 0$
تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)
إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$
$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline (2-x)h(x) & 0 & - & 0 & + & \end{array}$$
(C_f) فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$
(C_f) تحت (T) على المجال $]0;2[$</td><td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td><td>1.50</td></tr>
<tr><td>4) ارسم المماس (T)
والمنحنى (C_f) على المجال $[0\,;+\infty[$.

</td><td>0.25
0.75</td><td>01</td></tr>
<tr><td>5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).
اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد
إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول
إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>6) جدول تغيّرات الدالة g .
الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب</td><td>0.25</td><td></td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x)=\dfrac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}}$)

النهايات : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ — **0.25**

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = 0$

إشارة $g'(x)$ — **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

جدول تغيرات g — **0.25**

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$(-32)e(-3)$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

المجموع: **01**

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الموضـــــــــــوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.	0.75	0.75
أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{7^{n+1}-1}{6}$ ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n=7S_n-4(n+1)$	0.25 0.50	1.25
ب) استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.	0.50	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k}\equiv1[5]\ ;\ 7^{4k+1}\equiv2[5]\ ;\ 7^{4k+2}\equiv4[5]\ ;\ 7^{4k+3}\equiv3[5]\quad /\ k\in\mathbb{N}$	4×0.25	01
ب) تعيين قيم n $S'_n\equiv0[5]$ معناه $n\in\{20h+12\ ;20h+13\ ;20h+10\ ;20h+19\ /\ h\in\mathbb{N}\}$	4×0.25	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y-z+2=0$	0.75	0.75
2) أ) $x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\frac{3}{4}=0$ تكافئ $(x-\cos\alpha)^2+(y-\sin\alpha)^2+(z-\frac{1}{2})^2=2$ (E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha\ ;\sin\alpha\ ;\frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0.50 0.50	2.25
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) . $d((p);\omega_\alpha)=\frac{\frac{3}{2}+\sin\alpha}{\sqrt{2}}$ اذا كان $\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة اذا كان $\alpha=\frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α) اذا كان $\alpha\in\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P)\cap(E_\alpha)=\{\ \}$	0.50 0.25 0.25 0.25	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y=t+\frac{1}{2} \\ z=-t+\frac{1}{2} \end{cases}\ /\ t\in\mathbb{R}$	0.50	01

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$	0.25	0.75
الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$	2×0.25	
1) $z_A=\frac{5}{2}+i$	0.50	0.75
$z_C=-\frac{5}{2}+i$	0.25	
2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0.50	01
المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين	0.50	
3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$	0.75	2.50
نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0.50	
ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$	0.25	
T_n تحاك معناه $n=4k\quad /k\in\mathbb{N}$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي :	0.50	
اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$	2×0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g. $g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$	0.25	0.50
g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$	0.25	
2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$	0.50	

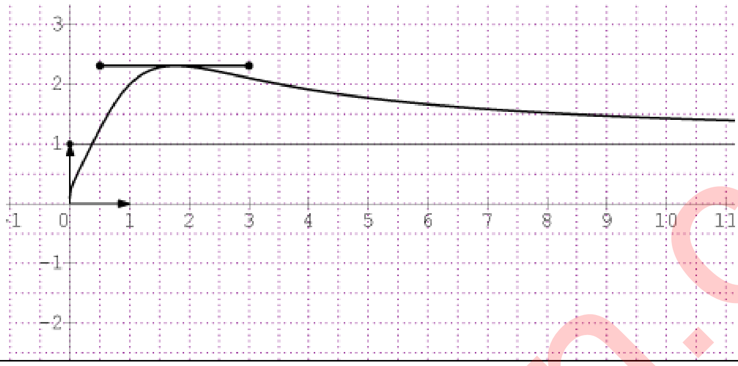
<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>
استنتج إشارة $g(x)$

<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \alpha \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$+ \quad 0 \quad -$</td></tr>
</table>
</td><td>0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td>
II) 1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين
$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب
</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>
2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.
</td><td>0.50</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>
3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$
جدول تغيرات الدالة f .

<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \alpha \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+ \quad 0 \quad -$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$0 \nearrow f(\alpha) \searrow 1$</td></tr>
</table>
</td><td>0.25
0.25
0.50</td><td>01</td></tr>
<tr><td>
4) أ) $h'(x) = \frac{x-1}{x}$
من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x) > 0$
الوضع النسبي: $f(x) - 1 = \frac{1+\ln x}{x - \ln x}$

<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \frac{1}{e} \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)-1$</td><td>$- \quad 0 \quad +$</td></tr>
</table>

(C_f) تحت (Δ) من اجل $x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[$ ،
(C_f) فوق (Δ) من اجل $x \in \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$
</td><td>0.25
0.25
0.25
0.50</td><td>2.25</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
ب) الرسم 	01	
5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.	0.25	01
من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x) \leq f(\alpha) \cdots\cdots\cdots (1)$ ،		
إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$		
من اجل $x \geq 1$ ، $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0 \cdots\cdots\cdots (2)$	0.25	
من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$		
− بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1 \ ; \ x=e$	0.25	
− حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(\mathrm{e}) \leq f(\alpha)(e-1)$	0.25	