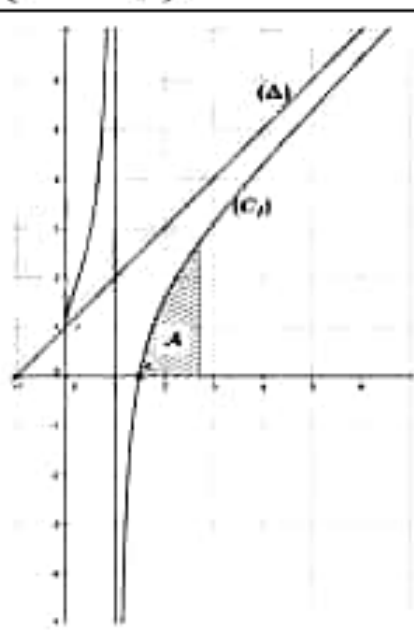


| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---------|-------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| 1.75 | 01 | <u>التمرين الأول: (04 نقاط)</u> (1) تمثيل الحدود |
| | 0.75 | - التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومتقاربة نحو (-1) |
| 01 | 01 | (2) البرهان أن $-3 \leq u_n < -1$ |
| 0.75 | 0.25 | (3) أ/ تبين أن $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$ |
| | 0.25 | ب/ استنتاج أن $u_n + 1 \geq -2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ |
| | 0.25 | - $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$ |
| 0.5 | 0.25 | (4) - اثبات أن $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) < 0$ |
| | 0.25 | - مما سبق نجد $S_n < -n - 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$ |
| 2.5 | 01 | <u>التمرين الثاني: (04 نقاط)</u> (1) أ) $\overrightarrow{OB}(1;0;2) \cdot \overrightarrow{OA}(1;1;3)$ لدينا $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{1}$ إذن \overrightarrow{OA} و \overrightarrow{OB} غير مرتبطان خطيا. |
| | 0.75 | ب) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ يعني \vec{n} شعاع ناظمي للمستوي (OAB) |
| | 0.75 | $(OAB): 2x + y - z = 0$ |
| 01 | 0.5 | (2) - $M \in (\Delta)$ يكافئ $\begin{cases} 2x + 2y + 6z - 11 = 0 \\ 2x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$ $(p_1): 2x + 4z - 5 = 0$ المستوي المحوري لـ $[OB]$ $(p_2): 2x + 2y + 6z - 11 = 0$ المستوي المحوري لـ $[OA]$ ومنه $(\Delta) = (p_1) \cap (p_2)$ |
| | 0.5 | - التمثيل الوسيطى $(\Delta): \begin{cases} x = \frac{5}{2} - 2t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ |

| | | |
|------|-----------------------------|---|
| 0,5 | 0,25 | <p>(3) - $M \in (\Delta)$ مكافئ : $M \in (P_1)$ و $M \in (P_2)$ مكافئ : $OM = AM$ و $OM = BM$ مكافئ : $OM = BM = AM$ Ω - مركز الدائرة (C) مكافئ : $(\Omega A = \Omega B = \Omega O$ و $\Omega \in (OAB)$) مكافئ : $(\Omega \in (\Delta)$ و $\Omega \in (OAB)$) $\Omega \left(-\frac{1}{6}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right)$</p> |
| 1,5 | 1,5 | <p>التمرين الثالث (05 نقاط): 1. مجموعة حلول المعادلة هي $S = \{1+i; 1-i; \sin \theta + i \cos \theta; \sin \theta - i \cos \theta\}$</p> |
| 1,25 | 0,5 0,25 0,25 0,25 | <p>11. $z_A = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$ $z_B = \sqrt{2} e^{-i \frac{\pi}{4}}$ $z_C = e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}$ $z_D = e^{i \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)}$</p> |
| 1,5 | 0,5 0,75 0,25 | <p>(2) $z_E = e^{i \frac{\pi}{2}}$ $z_A = z_B = z_C = 1$ أي النقط C, D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1.</p> |
| 0,5 | 0,5 | <p>(3) $z_B - z_A = (2\sqrt{2} - 2) e^{i \frac{\pi}{4}} (z_C - z_A)$ إذن $e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)} = e^{i \frac{3\pi}{4}}$ و منه $\theta = \frac{-3\pi}{4}$</p> |
| 0,25 | 0,25 | <p>(4) $\frac{3\pi}{4} n = \frac{\pi}{2} + k\pi$ أي $n = 2[4]$ و منه $n = 4k + 2$; $k \in \mathbb{Z}$</p> |
| 0,75 | 0,25 0,5 | <p>التمرين الرابع: (07 نقاط): (1) أ/ f مستمرة عند 0 من اليمين. ب/ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = +\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.</p> |
| 2,5 | 0,75 0,5 0,5 | <p>(2) أ/ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ب/ $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماماً على $]0; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$</p> |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|------|--|-----------|---|---|-----------|---------|--|---|---|--------|---|-----------|-----------|
| | 0,75 | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> | x | 0 | 1 | $+\infty$ | $f'(x)$ | | + | + | $f(x)$ | 0 | $+\infty$ | $+\infty$ |
| x | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | |
| $f'(x)$ | | + | + | | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | 0 | $+\infty$ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | |
| 0,75 | 0,25 | (3) $y = x + 1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ | | | | | | | | | | | | |
| | 0,5 | - الوضع النسبي : في المجال $]0;1[$ يكون المنحنى (C_f) أعلى (Δ) وفي المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحنى (C_f) أسفل (Δ) | | | | | | | | | | | | |
| 01 | 0,5 | (4) $f(\alpha) = 0$ حيث $1.49 < \alpha < 1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة) | | | | | | | | | | | | |
| | 0,5 | - معادلة المماس في النقطة ω : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$ | | | | | | | | | | | | |
| 0,75 | 0,75 | (5)  | | | | | | | | | | | | |
| 01 | 0,5 | (6) $h'(x) = \ln x$ و منه h متزايدة تملأ على $]1;+\infty[$ و $h(1) = 0$ إذن $h(x) \geq 0$ | | | | | | | | | | | | |
| | 0,25 | بها $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$ | | | | | | | | | | | | |
| | 0,25 | - استنتاج أن: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$ | | | | | | | | | | | | |
| 0,25 | 0,25 | (7) لدينا: $\int_a^e \left(x - \frac{1}{x \ln x}\right) dx < \mathcal{A} < \int_a^e (x + 1) dx$ و منه: $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$ | | | | | | | | | | | | |

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | | | | | | | | | | |
|---------|----------|---|-----------------|------------------|------------------|------------------|---|----------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| مجموع | مجزأة | | | | | | | | | | | |
| 1.5 | 2x0.5 | التمرين الأول: (04 نقاط) 1- $\alpha = 2018$ و $\beta = 2017$ $\text{pgcd}(\beta, \frac{\alpha}{2}) = 1$ | | | | | | | | | | |
| | 0.5 | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2x0.5 | 2- $(x, y) = (2017k + 2, 1009k + 1) / k \in \mathbb{Z}$ | | | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.5 | 3- $a = 2035153k + 2019$ مع $k \in \mathbb{Z}$ | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.75 | 4- أ. نوز يواقي القسمة هو 3 و البواقي هي 4, 7, 1 ب. $42L = 7^{2019} - 7$ باقي القسمة هو 3 | | | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | | | |
| 0.75 | 0.25x3 | التمرين الثاني: (04 نقاط) 1- $p(C) = \frac{8}{126}$ ، $p(B) = 1$ ، $p(A) = \frac{5}{126}$ | | | | | | | | | | |
| 3.25 | 0.5 | 2- أ $X \in \{0, 1, 2, 3\}$ فلتون احتمال <table><tr><td>X_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$p(X_i)$</td><td>$\frac{6}{126}$</td><td>$\frac{45}{126}$</td><td>$\frac{60}{126}$</td><td>$\frac{15}{126}$</td></tr></table> ب $E(X) = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$ ج $p(X^2 - X > 0) = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$ | X_i | 0 | 1 | 2 | 3 | $p(X_i)$ | $\frac{6}{126}$ | $\frac{45}{126}$ | $\frac{60}{126}$ | $\frac{15}{126}$ |
| | X_i | | 0 | 1 | 2 | 3 | | | | | | |
| | $p(X_i)$ | | $\frac{6}{126}$ | $\frac{45}{126}$ | $\frac{60}{126}$ | $\frac{15}{126}$ | | | | | | |
| | 4x0.5 | | | | | | | | | | | |
| 0.5 | | | | | | | | | | | | |
| 0.25 | | | | | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.5 | التمرين الثالث: (05 نقاط) 1 $m \in]1, 5[$ | | | | | | | | | | |
| 1 | 2x0.5 | 2 $s = \{-2 + i, -2 - i\}$ (2) | | | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.5 | 3 $\alpha = -2 + \sqrt{3}$. (3) | | | | | | | | | | |
| 1.5 | 0.5 | 4 كتابة الحد $\frac{z_c - z_E}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ $(AB) \perp (EC)$ (أ) ب $CA = CB = CE$ (Γ) دائرة مركزها C و نصف قطرها 2 | | | | | | | | | | |
| | 0.75 | | | | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | | | |

| | | |
|------|--------------------------------|---|
| 1.5 | 0.5x2 0.5 | <p>(5) أ) $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.</p> <p>ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$.</p> <p>و بما أن $r(G) = G$ إذن G مركز الدوران</p> |
| 0.75 | 0.5 0.25 | <p>التمرين الرابع (07 نقاط):</p> <p>(I) 1) لدينا $g(x) = \frac{(2x^3 + 2x^2 + x + 1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$.</p> <p>- ببيان أن: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^3} e^{-\frac{1}{x}}$.</p> <p>- اتجاه تغير g : متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.</p> |
| 1 | 0.5 0.5 | <p>(2) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0.9 < \alpha < 1$.</p> <p>- إشارة $g(x)$</p> |
| 1.75 | 0.25x2 0.75 0.25 0.25 | <p>(II) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.</p> <p>ب) أثبات أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.</p> <p>- استنتاج اتجاه التغير</p> <p>- جدول التغيرات</p> |
| 0.75 | 0.5 0.25 | <p>(2) ثيبان أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} - x \right) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{e^t - 1}{t} = 1$.</p> <p>- استنتاج أن $y = x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)</p> |
| 0.75 | 0.25 0.25 0.25 | <p>(3) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$.</p> <p>$h'(x) = \frac{1}{x^2} \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) =$</p> <p>- اذن من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $h(x) > 0$.</p> |
| 0.5 | 0.25 0.25 | <p>ب) التحقق أن : $f(x) - x = (1+x)h(x)$.</p> <p>- استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)</p> |
| 0.75 | 0.75 | <p>(4) الرسم (A) و (C_f)</p> |

| | | |
|------|------|--|
| 0.75 | 0.5 | <p>(5) أ) $u_n = e^{-n}$ ، u_n هتتمية أساسها $q = \frac{1}{e}$ و $u_1 = \frac{1}{e}$</p> <p>ب) لنينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$</p> |
| | 0.25 | <p>ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (0+1+\dots+(n-1))$ أي $s_n = \frac{1-e^{-n}}{e-1} + \frac{n}{2}(n-1)$</p> |