1)- Intreduction aux probabiliter

2)- " " la theorie d'information

Intérs { codage source
codage canal

قناة ترميز

- Rappel sur signaux, systémes

EXAM Final { - Produlation
- AM
- FM
- PM

phenomene physique

Déterminstiynes	Aleatoire
Lois Mathématique	Probabilites

يزيائية عشوائية

Modéle mathématie des Experiences aléatoire

1) L'univers $\Omega = \{F, P\}$ F: évantualité تمال

$\Omega = \{ x ; 2n+1 , n \in \mathbb{N} \}$ مجموعة الأعداد الفردية.

2) Les événements :

Ω ×F ×P

$P_\Omega = \{ \{F\}, \{P\}; \{F, P\}; \phi \}$

$\text{card } P_\Omega = 2^2 = 4$

la Probabilites est un fonction défine par $[0, 1]$

$P : P(\Omega) \to [0,1]$

$$\begin{cases} P(\{F\}) = \frac{1}{2} \;,\; P(\{P\}) = \frac{1}{2} \\ P(\{F,P\}) = 1 \;,\; P(\phi) = 0 \end{cases}$$

Exemple :-

une experience aléatoire constitue à lancé un de une seule fois :

- Déterminer l'univers de l'experience précédente !

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- Soit l'évenement suivent

$A = \{2, 4, 6\}$

B = un nombre négatif est apparu

$B = \phi$

C = Un nombre inferieur où 5 est apparie :

$C = \{1, 2, 3, 4\}$

En supposant que l'expérience est eqniprobabi les Probs de A, B et C.

$P(A) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

$P(B) = 0$

$P(C) = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

- Déterminer les évenement suivant ausi que leur Probabilité

- $A \cap C \;;\; C \cup A \;;\; B \cap \bar{A} \;;\; \bar{B} \cup C$

* $C - A$; $A - C$; $B - A$; $A - B$

$A \cap C = \{2, 4\} \Rightarrow P(\{2, 4\}) = \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$

$C \cup A = \{1, 2, 3, 4, 6\} \Rightarrow P(C \cup A) = \frac{5}{6}$

$B \cap \bar{A} = \phi \Rightarrow P(\phi) = 0$

$\bar{B} \cup C = \Omega \Rightarrow P(\Omega) = 1 \quad 1 = \frac{6}{6}$ اتحاد :-

$C - A = \{1, 3\} \Rightarrow P(C - A) = \frac{2}{6}$

$A - C = \{6\} \Rightarrow P\{6\} = \frac{1}{6}$ لي فيه A و B مجموعتين ماتحتويش عناصر موجودة

$B - A = \phi \Rightarrow P(\phi) = 0$

$A - B = A \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$

$A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{\varphi ; \bar{B}\{1, 2, 3, 5, 6\}$

$C = \{1, 2, 3, 4\}$

$\bar{A} = \{1, 3, 5\}$

Exemple :-

probalité :-

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A : un nbr < 5 est appari

$A : \{1, 2, 3, 4\}$

B : un nbr impair est appari عدد فردي

$B = \{1, 3, 5\}$

$P(A) = \frac{2}{3}$

probalité conditionnelle :-

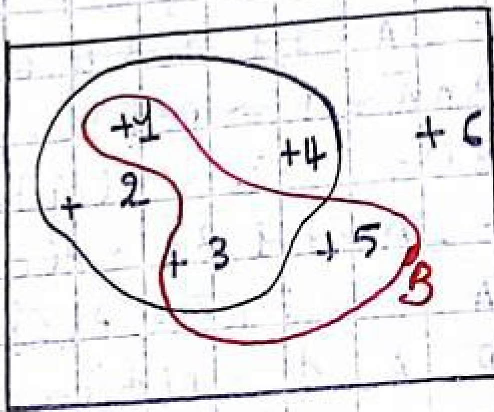
$P(A / B) = ?$

$P(A / B) = P(\{1\} / B) + P\frac{\{3\}}{B}$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A)\cap P(B)}{P(B)}}$$ $(P(A\cap B))$

	600	
1	100	
2	100	1/6
3	100	1/6
4	100	1/6
5	100	1/6
6	100	1/6



$P(\{1\}/B)$
$P(\{3\}/B)$

P/B	300	1/3
1	100	1/3
3	100	1/3
5	100	1/3

$P(A) = P(A/B) \Rightarrow$ A et B sont indépendant

كي نتحقق هدي ↑ نخرجوا نتيجة هدي :

$P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(A/B) = P(A)$

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\boxed{P(A\cap B) = P(A) \times P(B)}$$

$$\begin{cases} p(B/A) = p(B) \\ p(B/A) = \dfrac{P(B\cap A)}{P(A)} \end{cases}$$

$$p(B\cap A) = p(A) \quad P(B)$$

Ex :-

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{1, 3, 5\}$

$A\cap B = \{1, 3\}$

$p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; $p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

$P(A\cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(A\cap B) = p(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Pcq. A et B sont indépendants

Introduction :-

à la thérie d'information :-

Quantité de l'information

Soit une information A ; $I(A) \leftarrow$ quantité de l'information concernent "A"

$I(A) = \frac{1}{P(A)}$ X

Exp :-

A, B indépendants

$P(A) = \frac{1}{8}$; $p(B) = \frac{1}{2}$

$I(A) = \frac{1}{P(A)} = 8$

$I(B) = \frac{1}{P(B)} = 2$

$I(A \cap B) = \frac{1}{P(A \cap B)} = \frac{1}{P(A) \cdot p(B)}$

$= \frac{1}{P(A)} \cdot \frac{1}{P(B)} = 8 \times 2 = \boxed{16}$

$I(A) = \log_2 \frac{1}{P(A)}$ (bits)

Exp :- (précédent) :-

أس تاع 2 تقعد $3 \times \boxed{1}$ يعود

$I(A) = \log_2 \left(\frac{1}{P(A)} \right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = \boxed{3 \text{ bits}}$

$I(B) = \log_2 \left(\frac{1}{P(B)} \right) = \boxed{1 \text{ bits}}$

$I(A \cap B) \log_2 \frac{1}{P(A \cap B)}$

$= \log_2 \cdot \frac{1}{P(A) \times p(B)}$

$\log_2 16 = \log_2 2^4 = \boxed{4 \text{ bits}}$

- 2 ش

$\log_x e \overset{?}{=} b = x^b = e$

$\log_2 2 = ?\ y = 2^y = 2$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$

$\log_x (x) = y = x^y = x$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$

معناها كاين أسس

$\boxed{\log_x \frac{1}{x} = x}$

$\log_x 1 = y = x^y = 1$

$x^y = x^0$

$y = 0 \ \forall\ x$

Exemple :

$\log_2 3 = \dfrac{\log 3}{\log 2} = \dfrac{\ln 3}{\ln 2} = 1,58$

منقدروش نحلوها هكذا:

$\log_2 3 = y = 2^y = 3 = 2^?$

مكانش 2 أس حل = 3

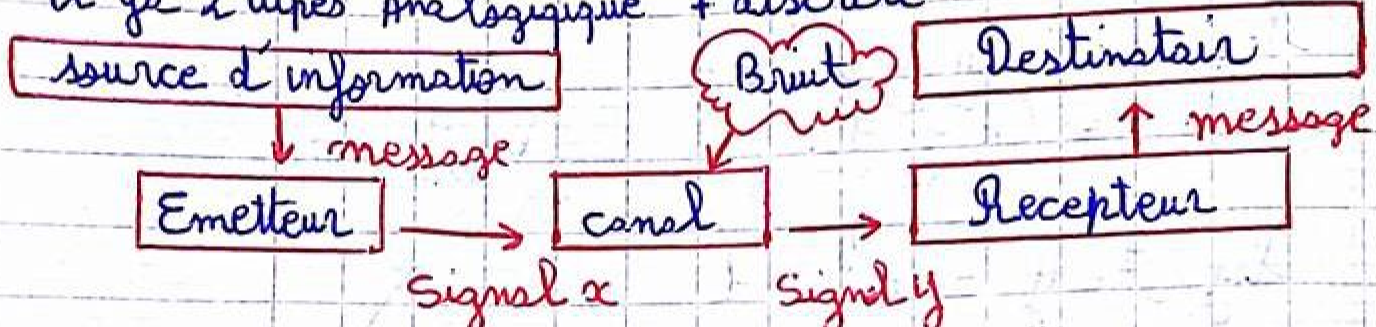
$$\log_b^{x} = X \equiv b^X = x$$

$$= \log b^X = \log x$$

$$X \log b = \log x$$

système de communication :-

il ya 2 types analogique + discrete



source d'information :

analogique ← → discrete

Ex : Audice — Ex : texte

Source discrete :-

Elle represente un ensemble fin de symbol y : une source de texte anglais, chaque symbol contient une quantité d'informati on $I(x) = \log_2 \frac{1}{P(x)}$

Codage source :
- A longeurs fixe
- huffman
- lempel - Ziw

Exemple :-

Soit la source : $\Sigma = \{a, b, c, d\}$

telle que $p(a) = \frac{1}{4}$ $p(b) = \frac{1}{2}$ $p(c) = p(d) = \frac{1}{8}$

$I(a) = 2$ bits, $I(b) = 1$ bits, $I(c) = I(d) = 3$ bits

$$\boxed{H = P(a) \cdot I(a) + P(b) \cdot I(b) + P(c) \cdot I(c) + P(d) \cdot I(d)}$$ Bits/symbole

$H = \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{2}{8} \cdot 3 = \frac{7}{4}$ bits/symbole

$S = \{S_1, S_2, \ldots, S_M\}$

$$\boxed{H = \sum_{i=1}^{M} p(s_i) I(s_i)}$$

exemple :- $S = \{a, b, c, d\}$ Nbr de symbole = 4 les symboles sont equiprobable

longueur Fixe (* codage).

j'ai deux symbole 1, 0

2 bits		S
0	0	a
0	1	b
1	0	c
1	1	d

2^2

3 bits			S
0	0	0	
0	0	1	a
0	1	0	
0	1	1	b
1	0	0	c
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	d

je ne le Besoin pas

cette codage est dans la source

Nbr de symbole = 2 $\Leftarrow 2^3 \to 8$ Nb de Bits

Exemple :- Message a a b c c b d d

00000110100111 1

vers l'emetteur

signal
↳ canal → signal ↴

vers Distanataire : ICI le décodage

$\underbrace{00}_{a}\underbrace{00}_{a}\ \underbrace{01}_{b}\underbrace{10}_{c}\ \underbrace{10}_{c}\underbrace{01}_{b}\ \underbrace{11}_{a}\ \underbrace{11}_{d}$

pour connâtre si l'algorithme H ⩽ L moy message

H ?

a → $p(a) = \frac{1}{4}$ → $I(a) = 2$ bits

b → 2 bits

c → 2 bits

d → 2 bits

$\boxed{H = 2 \text{ bits / symbole}}$

la longeur d'information

L(a) = 2 bits (bin)

L(b) = 2 bits "

L(c) = 2 bits "

L(d) = 2 bits "

L moyen = 2 bits / symboles

exemple :

S = { a , b , c, d }

$p(a) = \frac{1}{2}$, $p(b) = \frac{1}{4}$, $p(c) = p(d) = \frac{1}{8}$

$a \to 00$ $\quad$ $c \to 10$

$b \to 01$ $\quad$ $d \to 11$

bits (Info)	bits (bin)
$I(a) = 1$ bits $I(b) = 2$ bits $I(c) = I(d) = 3$ bits $H = 1,75$ bits / symboles	$L(a) = 2$ bits $L(b) = 2$ bits $L(c) = 2$ bits $L(d) = 2$ bits $L_{moy} = 2$ bits / symbole

Algorithme de Huffman :-

Ex :-

$S = \{a, b, c, d\}$

$p(a) = \frac{1}{2}$, $p(b) = \frac{1}{4}$, $p(c) = p(d) = \frac{1}{8}$

$H = 1,75$ bits / symbole

(0) 0 a* $\frac{1}{2}$ —— $\frac{1}{2}$ —— $\frac{1}{2}$ 0 (0)

(0 1) 10 b* $\frac{1}{4}$ —— $\frac{1}{4}$ (0 1) 10 —— $\frac{1}{4}$ —— $\frac{1}{2}$ 1 (1)

(0 11) 110 c* $\frac{1}{8}$ —— $\frac{1}{4}$ 10 (0 11)

(1 11) 111 d* $\frac{1}{8}$ —— 11 1 (111) —— $\frac{1}{4}$ 11 (11)

$L_{moy} = p(a)I(a) + p(b)I(b) + p(c)I(c) + p(d)I(d)$

عدد Bits $\frac{1}{2}$

$L_{moy} = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 6$

$= 1 + \frac{3}{4} = 1,75 \frac{bits}{symbol}$

$\frac{3}{3} = 6$

مجموعهم 6 رموز 2، 2 ...

- H = L moy est optimal

exemple : Décodage :

a c d b a a a b a b

$\rightarrow \underset{a}{0}, \underset{c}{011}, \underset{d}{111}, \underset{b\,a}{0\,10}\, \underset{a}{0}\, 0\, \underset{b}{010}\, \underset{a}{0\,0}\, \underset{b}{1} \leftarrow$

avec Mémoire.

Exemple 2 :-

$S = \{a, b, c, d\}$

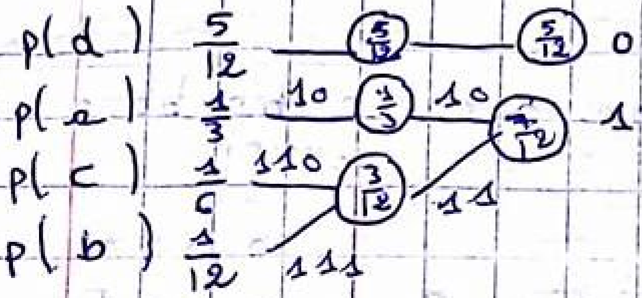
$p(a) = \frac{1}{3}$, $p(b) = \frac{1}{12}$, $p(c) = \frac{1}{6}$, $p(d) = \frac{5}{12}$

coder les symboles de la source S en utilisant l'algorithme de Huffman

" un code instantanément décodable

$\boxed{1} = \frac{5}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3}$ نعني راهي

أول حاجة نحسبوهم ا-
لكوي بروبابل



dans la longure Fixe si H = L moy
⇒ la source équiprobable.
Huffman L = H n'est pas équiprobale seulment si les puissance de 2 est 4, 2, 6.

Algorithme de Lempel _ Ziv :-

exp :- soit une source $S = \{a, b, c, d\}$

tableau initiale

0	0	a
0	1	b
1	0	c
1	1	d

tableau → source

0 0 0 0	a
0 0 0 1	b
0 0 1 0	c
0 0 1 1	d
0 1 0 0	
0 1 0 1	
0 1 1 0	
0 1 1 1	
1 0 0 0	
1 0 0 1	
1 0 1 0	
1 0 1 1	
1 1 0 0	
1 1 0 1	
1 1 1 0	
1 1 1 1	

message

a a ba a a a ba bb a ba aa

codé source	
0000	a
0001	b
0010	c
0011	d
0100	aa
0101	ab
0110	ba
111	aaa
1000	aab
1001	bab
1010	bb
1011	baba
1100	
1101	
1110	
1111	

a a b aa aa ba bb a ba aa

source	
0000	a
0001	b
0010	c
0011	d
0100	aa
0101	ab
0110	ba
0111	aaa
1000	aab
1001	bab
1010	bb
1011	baba
1100	
1101	
1110	
1111	

exemple :-

ccdcddcdddcddddcddddddcccd

(N) codage et décodage en Zive

la solution :-

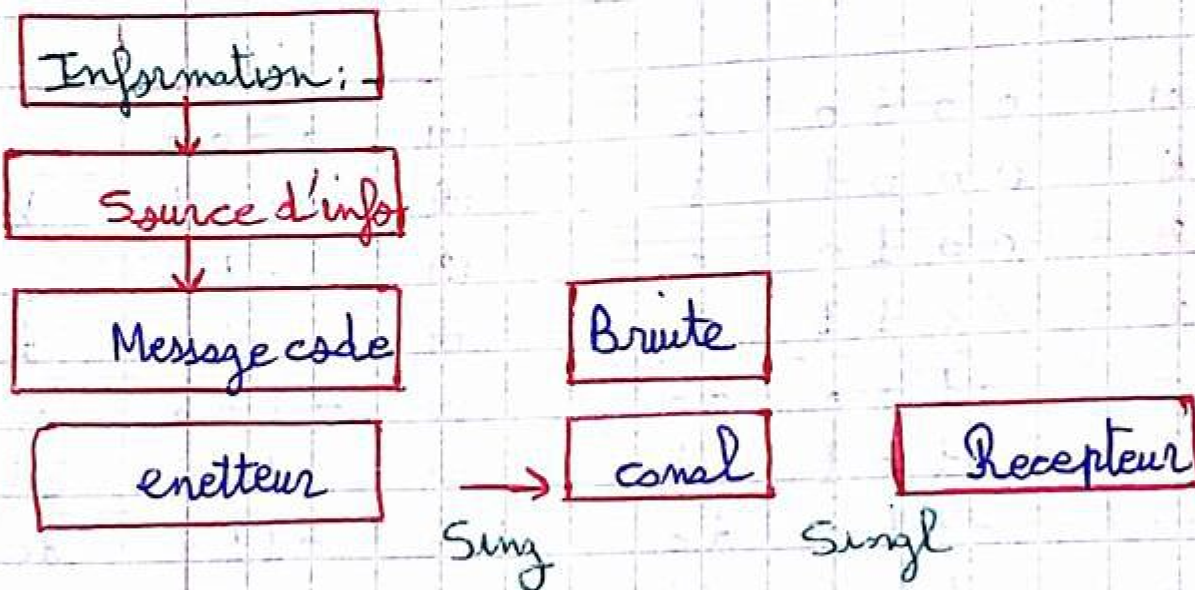
(0)	0 0 0 0	a
(1)	0 0 0 1	b
(2)	0 0 1 0	c
(3)	0 0 1 1	d
(4)	0 1 0 0	cc
(5)	0 1 0 1	cd
(6)	0 1 1 0	dc
(7)	0 1 1 1	cdd
(8)	1 0 0 0	dcd
(9)	1 0 0 1	dd
(10)	1 0 1 0	dcdd
(11)	1 0 1 1	ddd
(12)	1 1 0 0	dcddd
(13)	1 1 0 1	dddc
(14)	1 1 1 0	ccc
(15)	1 1 1 1	

(0)	0 0 0 0	a
(1)	0 0 0 1	b
(2)	0 0 1 0	c
(3)	0 0 1 1	d
(4)	0 1 0 0	cc
(5)	0 1 0 1	cd
(6)	0 1 1 0	dc
(7)	0 1 1 1	cdd
(8)	1 0 0 0	dcd
(9)	1 0 0 1	dd
(10)	1 0 1 0	dcdd
(11)	1 0 1 1	ddd
(12)	1 1 0 0	dcddd
(13)	1 1 0 1	dddc
(14)	1 1 1 0	ccc
(15)	1 1 1 1	

c c d cdd d c d d d c d d d d d c d d d d d cc cd

(2) (2) (3) (5) (6) (3) (3) (8) (9) (10) (11) (4) (5)

c c d cd dcd d d dcd dd dcdd ddd cc cd



codage canal :-

par repetition

cod de Hamming (7,4)

Message :-

4 bits d'inform → 100 100 111 .....

bits d'information X_ϕ , x_1 , x_2 , x_3

" de parité : P_ϕ , P_1 , P_2

$P_\phi \Rightarrow 2^0 = 1$

$P_1 \Rightarrow 2^1 = 2$

$P_2 \Rightarrow 2^2 = 4$

نتعدى 4

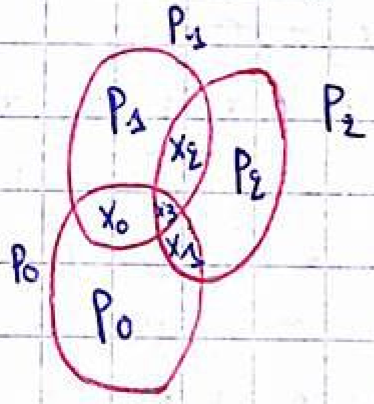
1	2	3	4	5	6	7
P_ϕ	P_1	X_ϕ	P_2	X_1	X_2	X_3

لو تبدا 2

$P_0 \in \{ x_0 , x_1 , x_3 , P_0 \}$

$P_1 \in \{ x_0 , x_2 , x_3 , P_1 \}$

$P_2 \in \{ x_1 , x_2 , x_3 , P_2 \}$



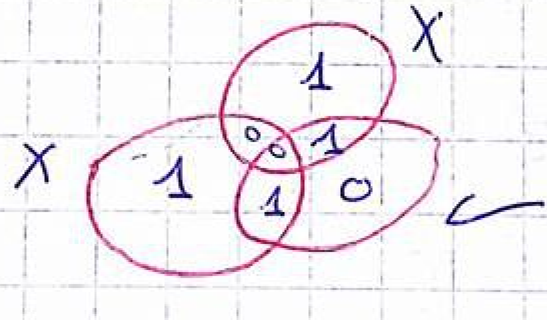
Exemple :-

$x_0 = 0$

$x_1 = 1$

$x_2 = 1$

$x_3 = 0$



$P_0 \oplus x_0 \oplus x_1 \oplus x_3 = e_0$

$P_1 \oplus x_0 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = e_1$

$P_2 \oplus x_0 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = e_2$

$\left\{ \right.$ Où $e_2\ e_1\ e_0$ Représente la pos d'esseur

Exemple :- soit le msg suivant :
"0010 1101 0011"
code le msg en utilisant le code Hamming (7,4)

$7 - 4 = 3$

P

أول حاجة نقسموهم على 4.
ثم نزيدولهم 3

$x_0 = 0$ $\quad P_0 = ?$

$x_1 = 0$ $\quad P_1 = ?$

$x_2 = 1$ $\quad P_2 = ?$

$x_3 = 0$

$\underbrace{P_0\ P_1\ x_0\ P_2\ x_1\ x_2\ x_3}_{7 \text{ bits}}$

$P_0 \in \{P_0, x_0, x_1, x_3\}$

$P_1 \in \{P_1, x_0, x_2, x_3\}$

$P_2 \in \{P_2, x_1, x_2, x_3\}$

$P_0 = 0 \oplus 0 \oplus 0$

$P_0 = 0$

$P_1 = 0 \oplus 1 \oplus 0$

$P_1 = 1$

$P_1 = 0 \oplus 1 \oplus 0$

$P_2 = 1$

0 1 0 1 0 1 0

Ex :-

x x x x x

(15, 11)

r : nbr de parité ?!

m : nbr de bits d'info

0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1

coder le msg en utilisant le code Hamming (15, 11).

r : nbr de bits de parité

m : " " " d'inform

$m = 2^r - r - 1$

$2^r = m + r + 1$

$2^r = m + r + 1$ ... (1)

Pour $r = 3 \Rightarrow m = ?$

(1) $\Rightarrow 8 = m + 4$

$\Rightarrow m = 4$

2^r

$2^r \geq m+r+1$

5 bits de parités (31, 26)

1. _ _ _ _ _ _ _ 8 _ _ _ _ _ _ 16

$P_0 P_1 .. P_2$ P_3 P_4

16 bits

Exemple : soit les bits suivant, reçues par le recepteur

0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1

Récupere le message orginal sachant que le codage canal appliqué est Hamming (7.4)

0 1 0 1 0 1 0 $\Rightarrow$ 0 0 1 0 .:7 زوج

$P_0 \oplus x_0 \oplus x_1 \oplus x_3 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$ e_0

$P_1 \oplus x_0 \oplus x_2 \oplus x_3 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$ e_1

$P_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$ e_2

canal de transmission :-

Df :- Un canal de transmission est un support physique dans le quel le signal émis pas