Université de Batna 2 - Mostefa ben Boulaïd
Faculté de Technologie
Département du Socle Commun Sciences et Technologies

Module: Logique Combinatoire et Séquentielle LCS **Durée : 1h 30mn**
$2^{ème}$ année **Le : 25/05/2017**

Contrôle

EXERCICE N°1 (Interrogation sur 6 points)

1) Donner, le symbole, l'équation et la table de vérité des portes logiques NAND et XOR.
2) Que signifier les termes *Bit*, et *BCD*?
3) Convertir le nombre décimal 137 en binaire, ensuite en BCD? كم توفيقة مختلفة يمكن تمثيلها في نظام ثنائي؟
4) Convertir le nombre $(9F2)_{16}$ en décimal.
5) Combien de combinaisons distinctes peut- on présenter avec un code binaire de 'N'bits?
6) Combien d'éléments peut-on présenter avec le code ASCII ? كم شفرة يمكن تمثيلها بالعمل ASCII

EXERCICE N°2 (5 points) :

Soit la fonction logique suivante :$Z(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$

1) Quelle forme canonique représente cette expression?
2) Présenter la fonction Z sur une table de vérité.
3) Simplifier algébriquement la fonction Z, ensuite présenter-la sur un logigramme.

EXERCICE N°3 : (4 points)

Soit la fonction logique suivante $S(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz$

1) Présenter la fonction S sur une table de vérité.
2) Simplifier algébriquement la fonction S.
3) Présenter la fonction S simplifiée sur un logigramme.

EXERCICE N°4 (5 points)

La table de vérité de la figure ci-dessous présente une fonction combinatoire F(a, b, c) ayant trois entrées:

N	a	b	c	F(a, b, c)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

1) Ecrire l'expression logique de F(a,b,c) en fonction des mintermes, puis simplifier-la algébriquement.
2) Ecrire F simplifiée en utilisant, uniquement, l'opérateur NAND.
3) Ecrire F simplifiée en utilisant, uniquement, l'opérateur NOR.
4) Ecrire l'expression logique de F(a, b, c) en fonction des maxtermes, puis simplifier-la algébriquement.
5) Ecrire l'expression logique de $\overline{F(a,b,c)}$ en fonction des mintermes, puis simplifier-la algébriquement.

جامــــعـــة باتنــــة 2 مصطـــفى بن بولعيـــد
كليــــة التكنولوجـــيا
قســـم جذع مشترك علـــوم و تقنيـــات

المدة: 1سا و 30د
يوم :2017/05/25

المقياس:المنطق التوفيقي و التزامني
السنة الثانية

امتحان

التمرين الأول (الفرض 6 نقاط) :

1)- أعطي الرمز، و المعادلة، و جدول الحقيقة للبوابات المنطقية NAND و XOR .
2)- ماذا تعني المصطلحات *Bit* و *BCD* ؟
3)- حول الرقم العشري 137 إلى النظام الثنائي ثم إلى شيفرة *BCD* .
4)- حول الرقم $(9F2)_{16}$ إلى النظام العشري.
5)- كم توفيقة مختلفة يمكننا تمثيلها في نظام ثنائي ذو N بيت.
6)- كم عنصرا يمكننا تمثيله بالشيفرة ASCII.

التمرين الثاني (5 نقاط) :

لدينا الدالة المنطقية التالية: $Z(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + \alpha\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$
1)- ما هو الشكل القانوني الذي تمثله هذه العبارة .
2)- مثل الدالة Z بجدول الحقيقة ؟
3)- بسط جبريا الدالة Z ثم مثلها بمخطط منطقي.

التمرين الثالث (4 نقاط) :

لدينا الدالة المنطقية التالية: $S(x,y,z) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz$
1)- مثل الدالة Z بجدول الحقيقة ؟
2)- بسط جبريا الدالة S.
3)-مثل الدالة المبسطة S بمخطط منطقي.

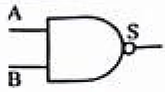
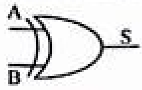
التمرين الرابع (5 نقاط) :

يمثل جدول الحقيقة في الشكل المقابل دالة توفيقية F(a, b, c) لها ثلاث مداخل.
1)- اكتب العبارة المنطقية F(a,b,c) بدلالة mintermes ثم بسطها جبريا ؟
2)- اكتب العبارة F(a,b,c) المبسطة باستعمال البوابات NAND فقط.
3)- اكتب العبارة F(a,b,c) المبسطة باستعمال البوابات NOR فقط.
4)- اكتب العبارة F(a,b,c) بدلالة maxtermes ثم بسطها جبريا.
5)- اكتب العبارة المنطقية $\overline{F(a,b,c)}$ بدلالة mintermes ثم بسطها جبريا .

N	a	b	c	F(a, b, c)
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

Correction de l'Exercice N°1 (interrogation 6 point)

Donner, le symbole, les équations et les tables de vérité des portes logiques:NAND et XOR (3points).

Porte logique	Equation	Symbole	Table de vérité
Porte-non et (NAND)	$S = \overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$ (0.5)	 (0.5)	A B S: 0 0 1; 0 1 1; 1 0 1; 1 1 0 (0.5pt)
Porte-ou-exclusif (XOR)	$S = A \oplus B = \overline{A}.B + A.\overline{B}$ (0.5)	 (0.5)	A B S: 0 0 0; 0 1 1; 1 0 1; 1 1 0 (0.5pt)

2) Signification des termes :Bit : binary digit, BCD Binary Coded Decimal. (0.5point).

3) Conversion du nombre décimal 137 en binaire, ensuite en BCD? (1point)

$137_{10}=$ 10001001_2 (binaire) (0.5)

$137_{10}=$ 0001 0011 0111 (BCD° (0.5)

4) Convertir le nombre $(9F2)_{16}$ en décimal.

$(9F2)_{16} = 9.16^2 + 15.16^1 + 2.\ 16^0 = 2304+240+1=2546$ (0.5point)

5) on peut présenter avec un code binaire de 'N'bits 2^N combinaisons distinctes. (0.5point)5)

6) on peut présenter avec le code ASCII 27 = 128 éléments. (0.5point)

Correction de l'Exercice N°2 (5point)

1) Cette expression représente la première forme canonique (1point)

2) présentation de F sous la forme d'une table de vérité : (2 point)

N	a	b	c	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Simplification algébrique de la fonction F (1.5 points):

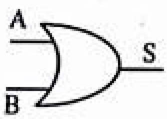
$$F = \underbrace{\bar{a}\bar{b}c}_{1} + \underbrace{\bar{a}bc}_{2} + \underbrace{a\bar{b}\bar{c}}_{3} + \underbrace{a\bar{b}c}_{4} + \underbrace{ab\bar{c}}_{5} + \underbrace{abc}_{6}$$

$F = \bar{a}c(\bar{b} + b) + a\bar{b}(\bar{c} + c) + ab(\bar{c} + c)$ *(Postulat5).* *(0.5)*

$F = \bar{a}c + a\bar{b} + ab = \bar{a}c + a(\bar{b} + b)$ *(Postulat5)* *0.5*

$F = \bar{a}c + a = a + c$ (Théorème 5 loi d'absorption 2) (0.5)

b)-Logigramme (0.5 point) :



Correction de l'Exercice N°3(4points) :

Soit la fonction logique suivante $S(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz$

1) Présentation de la fonction S sur une table de vérité (2point)

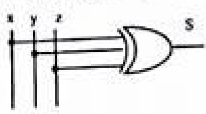
N	x	y	z	S	mintermes
0	0	0	0	0	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$
1	0	0	1	1	$\bar{x}\bar{y}z$
2	0	1	0	1	$\bar{x}y\bar{z}$
3	0	1	1	0	$\bar{x}yz$
4	1	0	0	1	$x\bar{y}\bar{z}$
5	1	0	1	0	$x\bar{y}z$
6	1	1	0	0	$xy\bar{z}$
7	1	1	1	1	xyz

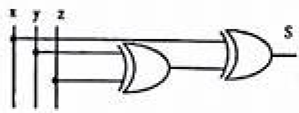
2) **Simplification par la méthode algébrique de F (1.5points)**

$$S = \underbrace{\bar{x}\bar{y}z + \bar{x}.y.\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xyz}_{0.5} = \underbrace{\bar{x}.(y.\bar{z} + \bar{y}z) + x(yz + \bar{y}\bar{z})}_{0.5} = \underbrace{\bar{x}(x \oplus z) + x(\overline{x \oplus z})}_{0.5} = \underbrace{x \oplus (y \oplus z)}_{0.5}$$

3-le logigramme en utilisant des portes XOR à 3 entrées, ou des portes XOR à 2 entrées : (0.5points) :

$S = x \oplus (y \oplus z)$





Correction de l'exercice N°4 (5points)

N	a	b	c	F	minterme
0	0	0	0	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$
1	0	0	1	1	$\bar{a}\bar{b}c$
2	0	1	0	0	$\bar{a}b\bar{c}$
3	0	1	1	1	$\bar{a}bc$
4	1	0	0	1	$a\bar{b}\bar{c}$
5	1	0	1	1	$a\bar{b}c$
6	1	1	0	0	$ab\bar{c}$
7	1	1	1	0	abc

Expression logique de F(a,b,c) en fonction des mintermes : $F = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c$ (0.5 point)

Simplification-la algébrique. $F = \bar{a}c(\bar{b} + b) + a\bar{b}(\bar{c} + c)$ $F = \bar{a}c + a\bar{b}$ (1) (0.5 point)

2) Expression de $\bar{F}(a, b, c)$, en utilisant, uniquement, des portes NAND. (1 point)

On utilisera l'involution et la relation de DE MORGAN à l'expression (1):

$F = \overline{\overline{\bar{a}c + a\bar{b}}} = \overline{\overline{\bar{a}c}.\overline{a\bar{b}}}$

3) Ecriture de F(a, b, c), en utilisant uniquement l'opérateur NOR. (1 point)

D'abord on appliquera théorème 9 de transposition à l'expression (1):

$F = \bar{a}c + a\bar{b} = (a + c)(\bar{a} + \bar{b})$

Ensuite on utilisera l'involution et la relation de DE MORGAN :

$F = \overline{\overline{(a + c)(\bar{a} + \bar{b})}} = \overline{\overline{(a + c)} + \overline{(\bar{a} + \bar{b})}}$

4) Expression de F(a,b,c) en fonction des maxtermes. (0.5 point)

Pour écrire l'expression de F(a,b,c), en fonction des maxtermes, il faut considérer les «0» de la fonction :

$F = (a + b + c)(a + \bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

La simplification algébrique de F donnera: (0.5 point)

$F = (a + a\bar{b} + ac + ba + b\bar{b} + bc + ca + c\bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{b} + \bar{c}\bar{b} + \bar{a}c + \bar{b}c + \bar{c}c)$

$F = (a(1 + \bar{b} + c + b) + c(b + a + \bar{b} + 1))(\bar{a}(1 + \bar{b} + \bar{c} + \bar{b} + c) + \bar{b}(1 + \bar{c} + c))$

$F = (a + c)(\bar{a} + \bar{b}) = \bar{a}c + a\bar{b} + \bar{b}c$ On utilise le théorème 8 de consensus pour éliminer $\bar{b}c$ d'où:

$F = (a + c)(\bar{a} + \bar{b}) = \bar{a}c + a\bar{b}$

5 Ecriture de l'expression logique de $\bar{F}$ en fonction des mintermes. (0.5 point)

Il faut considérer les « 0 » de la fonction. $\bar{F} = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + ab\bar{c} + abc$

La simplification algébrique de cette fonction donne : $\bar{F} = \overline{ac}(\bar{b} + b) + ab(\bar{c} + c) = \overline{ac} + ab$ (2) (0.5 point)