Socle commun de Sciences et Technologie
Faculté de technologie
Université de Batna Algérie

2016-2017

TD Télécommunications fondamentales

Série 01 (Probabilité, quantité de l'information)

Exercice1. تجربة عشوائية ميات والك طبقتها في سما ؟

Une expérience aléatoire est constituée d'un lancé d'une piece de monnaie une seule fois:

- Déterminer l'espace fondamentale (l'univers) de cette expérience.
- Ecrire toutes les partitions de son univers.
- Calculer la probabilité de chaque évantualité si l'expérience est equiprobable.

Exercice2. ملاحظة المرحلة

On lance simultanément une piece de monnaie et un dé .

- Décrir l'univers de cette expérience aléatoire.

Soit les deux évènements suivants

A: Face est apparu

B: un nombre inférieur de 4 est apparu.

- Déterminer les évènements suivants:
  - $A \cap B$
  - $A \cup B$
  - $\overline{A}$
  - $\overline{B} - A$
- Calculer les probabilités des évènements précédents en supposant que l'experience est équiprobable.

Exercice3.

Soit A et B deux énénements indépendants avec : $P(B/(A \cup B)) = 2/3$ *et* $P(A/B) = 1/2$.

- Calculer P(B)? X

Exercice4. توزيع

Une source d'information discrète contient quatre symboles equiprobables (a, b, c, d).

- Déterminer la quantité de l'information de chaque symbole.
- Calculer l'entropie de la source.

Exercice5.

Trois symboles (s1, s2 et s3) constituent une source d'information S.

- Déterminer la quantité de l'information de chaque symbole sachant que:

  P(s1) = 1/3, P(s2) = 1/6 et P(s3) = 1/2.
- Déterminer l'entropie de la source S.

Exercice3.

Lequel de ces codes ne peut pas être un code de Huffman?

- {0, 10, 01, 11}
- {00, 01, 10, 110}
- {01, 10}
- {0, 10, 11}

Exercice4.

Coder le message suivant en à l'aide du codage Lempel-Ziv en utilisant un dictionnaire de 9 bits. Consulter la table du code ascii pour les codes initiaux.

HHEHHHHEHHHHE0101010101HHHHEHHHH

Exercice5.

Soit le message suivant qui représente un texte. Sachant qu'il est codé à l'aide de l'algorithme Lempel-Ziv et que le dictionnaire est constitué de 9 bits basant sur le code ascii. Decoder le message.

001100011011000110111001001111011100010100100110011001000111001000000000

TD N° 1 :-

Exo 1 :-

l'univers : $\Omega = \{F, P\}$

- $P\Omega = \{\{F\}, \{P\}, \{F, P\}, \phi\}$
- $P(\{F\}) = \frac{1}{2}$; $P(\{P\}) = \frac{1}{2}$

Exo 2 :-

l'univers $\Omega = \{(a, b); a \in \{F, P\}, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\Rightarrow \{(F, 1) \ldots\ldots, (F, 6), (P, 1) \ldots\ldots, (P, 6)\}$

A = Face apparue.

$A = \{(F, 1), \ldots\ldots (F, 6)\}$

B = Nombre < 4

$B = \{(F, 1), (F, 2), (F, 3), (P, 1), (P, 2), (P, 3)\}$

$A \cap B = \{(F, 1), (F, 2), (F, 3)\}$

$A \cup B = \{(F, 1) \ldots\ldots (F, 6), (P, 1), (P, 2), (P, 3)\}$

$\overline{A} = \{(P, 1), \ldots\ldots, (P, 6)\}$

$\overline{B} = \{(F, 4), (F, 5), (F, 6), (P, 4), (P, 5), (P, 6)\}$

$\overline{B} - A = \{(P, 4), (P, 5), (P, 6)\}$

* $P(A) = \frac{1}{12} \times 6 = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{1}{12} \cdot 6 = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{12} \times 3 \cdot \frac{1}{4}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{12} \times 9 = \frac{3}{4}$

$P(\bar{A}) = \frac{1}{12} \times 6 = \frac{1}{2}$ ne $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$P(\bar{B}) = \frac{1}{12} \times 3 = \frac{1}{4}$

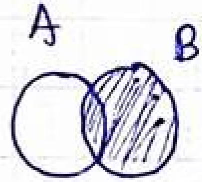
Ex 3 :-

Indépendants :-

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A / B) = P(A)$ / $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)}$

$P(A / B) = \frac{1}{2} = P(A)$



$$P(B / A \cup B) = \frac{P(\overbrace{B \cap [A \cup B]}^{B})}{P(A \cup B)}$$

$$P(B / A \cup B) = \frac{P(B)}{P(A \cup B)} = \frac{2}{3}$$

$3P(B) = 2P(A \cup B)$ / $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B$

[illegible]

$$p(A \cup B) = \frac{1}{2} + p(B) - \frac{1}{2}p(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p(B)$$

$$\Rightarrow p(B) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}p(B)\right)$$

$$p(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}p(B)$$

$$p(B) - \frac{1}{3}p(B) = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}p(B) = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{p(B) = \frac{1}{2}}$$

Ex 04 :-

equiprobables معناها [illegible]:

$$S = \{a, b, c, d\}$$

$$p(a) = p(b) = p(c) = p(d) = \frac{1}{4}$$

$$I(a) = \log_2 \frac{1}{p(a)}$$

$$I(a) = \log_2 \frac{1}{\frac{1}{4}} = \log_2 4 = \log_2 2^2$$

$$I(a) = 2\log_2 2 = 2 \text{ bits}$$

$2 \times 1 = 2$ [illegible]

$$H = \sum_i p(s_i) I(s_i)$$

$$H = p(a).I(a) + p(b)I(b) + p(c)I(c) + p(d)I(d)$$

$$H = \frac{1}{4}2 + \frac{1}{4}.2 + \frac{1}{4}.2 + \frac{1}{4}.2 = 2 \text{ bits}/\text{symbole}$$

$\log(A \times B) = \log A + \log B$

Exo 5 :- la quantité de l'information

$p(S_1) = \frac{1}{3}$, $p(S_2) = \frac{1}{6}$ et $p(S_3) = \frac{1}{2}$

$I(S_1) = \log_2 \frac{1}{\frac{1}{3}} = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,584 \text{ bits}$

$I(S_2) = \log_2 \frac{1}{1/6} = \log 6 = \log_2 (3 \times 2) = \log_2 3 + \log_2 2$

$\frac{\log 6}{\log 2} = \frac{\ln 6}{\ln 2} = 2,584 \text{ bits}$

$= 1,584 + 1 = 2,584 \text{ bits}$

$I(S_3) = \log_2 \frac{1}{1/2} = \log_2 2 = 1 \text{ bits}$

$H = I(S_1) \cdot p(S_1) + I(S_2) \cdot p(S_2) + I(S_3) \cdot p(S_3)$

$= 1.584 \cdot \frac{1}{3} + 2,584 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{2}$

$H = 1.46 \text{ bit / symbole}$

Exemple :- construire le code à longueur fixe de :-

$S = \{a, b, c, d\}$

avec :-

$p(a) = p(b) = \frac{1}{3}$ $\quad p(c) = \boxed{\frac{1}{4}}$, $p(d) = \boxed{\frac{1}{12}}$

$I(a) = \log_2 \frac{1}{p(a)} = \log_2 \frac{1}{1/3} = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,584$

$I(c) = \log_2 \frac{1}{p(c)} = \log_2 \frac{1}{1/4} = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2$ bits

$I(d) = \log_2 \frac{1}{p(d)} = \log_2 12 = \frac{\log 12}{\log 2} = \frac{\ln 12}{\ln 2} = 3,584$

$I(a) = \log_2 \frac{1}{1/3} = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,584$ bits

$I(b) = 1,584$ bits

$I(c) = 2$ bits

$I(d) = \frac{\log 12}{\log 2} = 3,584$ bits

$H = \frac{2}{3} \cdot 1,584 + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3.584 \cdot \frac{1}{12}$

$H = 1,855$ bits / symbole $\qquad H < L$

Symbole	bit binaire	bits / symbole
a	0 0	2 bits
b	0 1	2 bits
c	1 0	2 bits
d	1 1	2 bits

$$L = 2 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{12}$$

$$\boxed{L = 2 \text{ bits / symbole}}$$

Exemple :-

symbole	Probalité	bits / symbole	
		classique	Huffman
ya(2)			
yb(1')	0,12	3	4
xc(5)	0,04	3	4
αd(3)	0,45	3	1
αe(4)	0,16	3	3
	0,23	3	2.

a = 0001 4   e 000
b = 0000 4   b 001
d = 001 3   c 01
e = 01 2   d 011
c = 1 1

a 00 0
b 0 01
c 0 01
d 0 11

كان يزيرو e
ندير و زوجا 00
وإلا نتوما كلها
ما لا نزيدو ددم ①