

T.D : ELASTICITE
M1 - Structure /Année 2016/2017

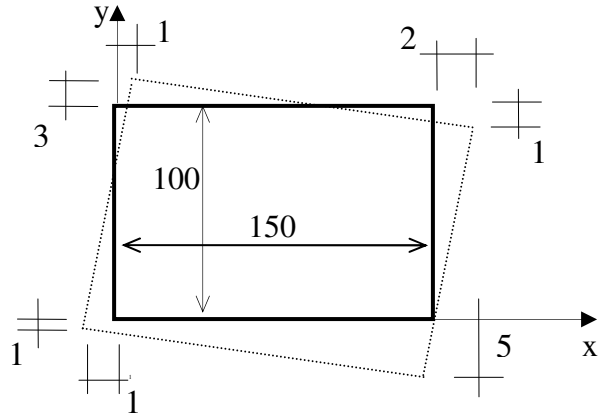
SERIE N°2

Thème : Déformations - Relation Contrainte Déformation

Exercice 1 :

Une plaque mince rectangulaire ABCD de dimension (150x100) se déforme uniformément dans son plan en A'B'C'D' (voir figure).

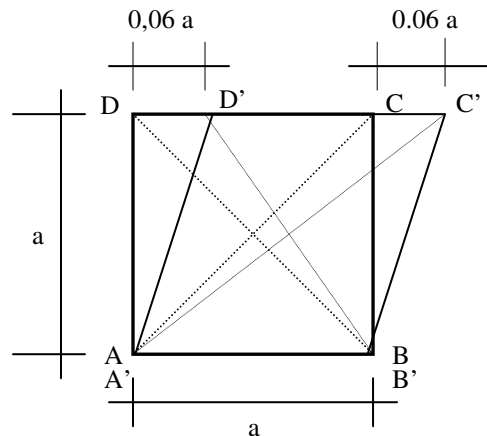
- Déterminer les déformations dans le système d'axes (x,y)
- Calculer les déformations principales et leurs orientations.



Exercice 2 :

Soit une plaque ABCD carrée de coté (a) qui se déforme uniformément en A'B'C'D' (voir figure) .

- Déterminer la déformation que subie chaque diagonale et la longueur finale qui en résulte.
- Déterminer le changement angulaire entre les diagonales



Exercice 3:

Les déformations principales en un point d'une structure sont :

$$\epsilon_1 = 400 \cdot 10^{-5} \quad \epsilon_2 = 200 \cdot 10^{-5}$$

En utilisant les formules et en contrôlant vos résultat avec le cercle de MOHR déterminer les :

- Déformations agissant sur un plan à 30° (positif) par rapport aux axes principaux.
- Les valeurs des déformations principales de cisaillements ainsi que leur déformation normale associée et leurs orientations.

Exercice 4:

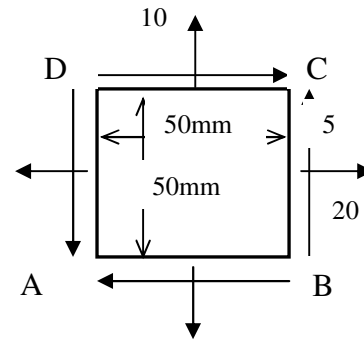
Une éprouvette de $\phi=12\text{mm}$ et de longueur $l=75\text{mm}$ est soumise à un effort de traction de 9 kN. L'allongement qui en résulte est de $\Delta l=0.025$.

Déterminer les contraintes et les déformations Infinitésimales et celles vraies.

En déduire le module d'élasticité E

Exercice 5:

Une plaque carrée de caractéristiques E , ν est soumise à un état de contrainte tel que présenté dans la figure.
 Quel allongement a subie la diagonale AC de cette plaque

**Exercice n° 6 :**

En un point critique d'une structure sollicitée, on place des jauges de déformations en rosettes à 60° . La lecture de ces jauges donne :

$$\epsilon_0 = 75 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{60} = 150 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{120} = 100 \cdot 10^{-6}$$

- calculer les déformations principales et leurs directions.

Exercice n° 7 :

Pour mesurer l'état de contraintes en un point d'une structure on place un système de jauges de déformations en rosettes à 45° .

Après sollicitation la lecture des jauges donne :

$$\epsilon_0 = 190 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{45} = 200 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_{90} = -300 \cdot 10^{-6}$$

- Déterminer en ce point les contraintes principales et leurs directions.

On donne $E=200 \text{ GPa}$ $\nu=0.3$

Exercice n° 8:

De manière générale on exprime la relation contrainte déformation sous la forme matricielle suivante :

$$\{\sigma\} = [H] \{\epsilon\} \quad \{\epsilon\} = [C] \{\sigma\}$$

Où σ et ϵ sont les vecteurs contraintes et déformations suivants :

$$\{\sigma\}^t = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}\}$$

$$\{\epsilon\}^t = \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}\}$$

- Trouver l'expression de $[H]$ et $[C]$

Exercice n° 9 :

Le champ de contrainte dans un solide élastique est donné par les contraintes en (2D) sur (x,y) par :

$$\sigma_x = k y^2 \quad \sigma_y = -k x^2 \quad \tau_{xy} = 0$$

- trouver les expressions des composantes de déplacement $U(x,y)$ et $V(x,y)$

Exercice n° 10 :

Soit une barre mince de poids P et de section constante

a/Trouver les composantes de déformation et de contraintes dans la barre si sous l'effet de son poids propre, la barre décrit les déplacements suivants

$$\begin{cases} u(x,y) = P/2E (2ax - x^2 - \nu y^2) \\ v(x,y) = -\nu P/E (a - x)y \end{cases}$$

(on note que les déplacements et les contraintes selon (z) sont nuls.)

b/Calculer la densité d'énergie dues au poids propre

Exercice n° 11 :

Une poutre de section circulaire, de longueur L de rayon R de module d'élasticité E et de coefficient de poisson ν est encastree à une extrémité est soumise à un moment de torsion et à une force axiale de traction à son autre extrémité libre.

Déterminer l'énergie de déformation totale emmagasinée dans cette poutre après sollicitation.