uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Chapitre 1

Les Circuits Triphasés

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

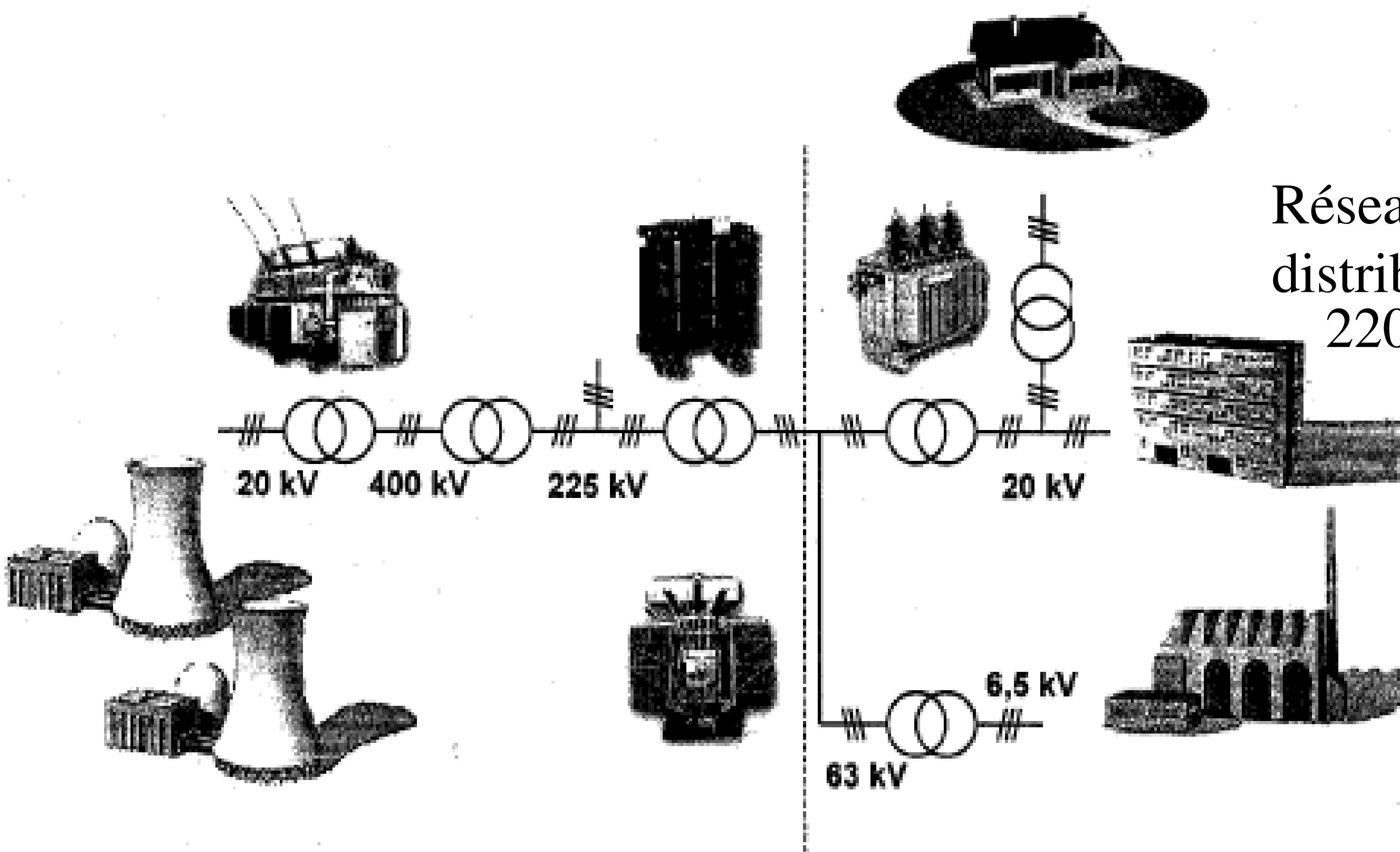
Généralités : Le transport de l'énergie électrique

- Les premiers réseaux électriques ont été construits vers 1870, après l'invention de la dynamo de Gramme. Les réseaux fonctionnaient en mode continu sous une tension de 110V et ne pouvaient couvrir des distances d'à peine un kilomètre.

- Les réseaux alternatifs n'ont commencé à apparaître que vers 1890, sous forme monophasée d 'abord puis diphasée, qui grâce au transformateur, ont permis le transport de l'énergie sur de grandes distances et sous haute tension, afin de diminuer l'intensité du courant et donc la section des câbles.

- Les distribution triphasées se sont par la suite généralisées avec une fréquence de 50Hz en europe et de 60Hz en amérique du nord.

Généralités : Le transport de l'énergie électrique



Réseaux de distribution
220V/400V

Réseaux de transport et de répartition

Réseaux de livraison et de distribution

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

Définitions

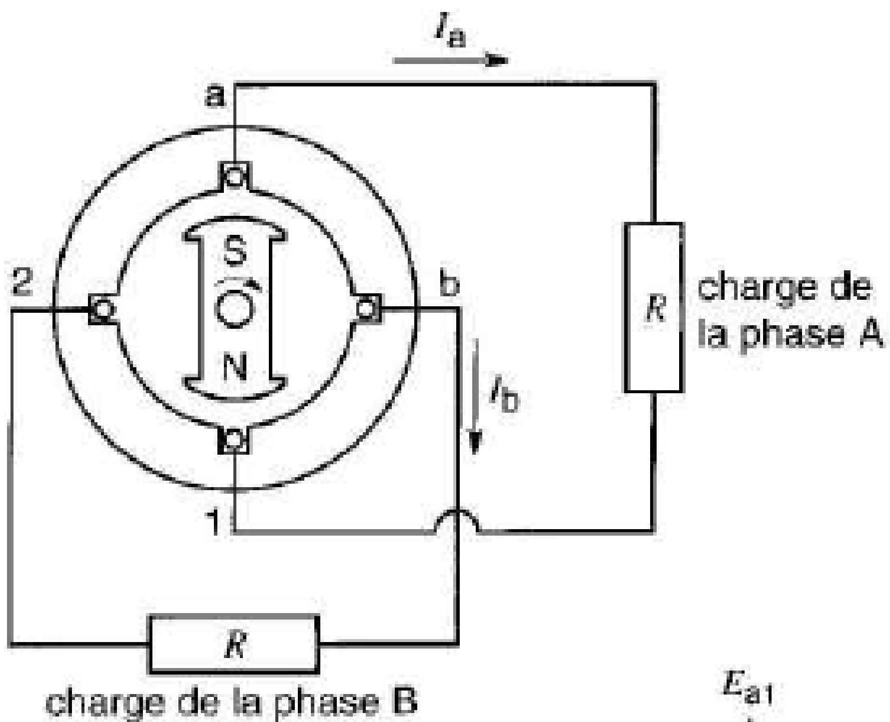
- Un système triphasé équilibré de tensions (ou de courants) est constitué de 3 lignes ou grandeurs sinusoïdales. Le réseau de distribution publique délivre un système équilibré de tensions.

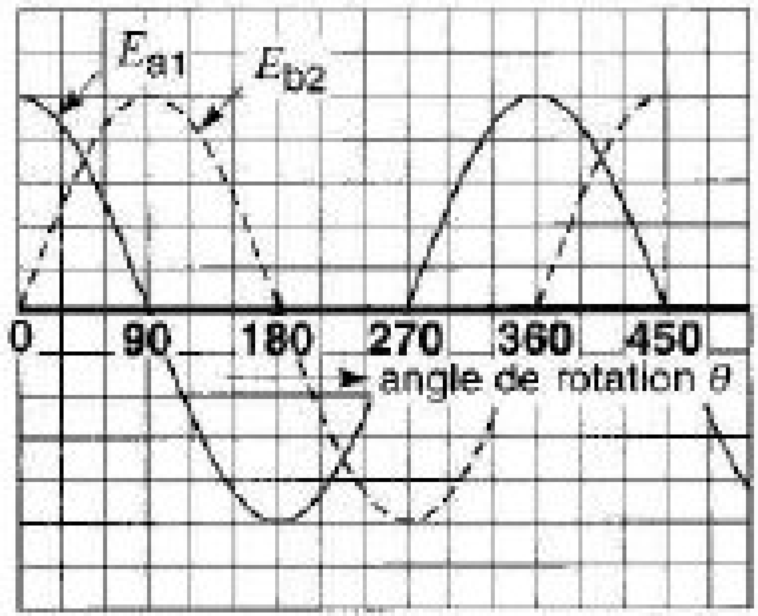
- Les tensions alternatives entre les lignes ont la même valeur efficace, fréquence et sont déphasées de 120 degrés les unes par rapport aux autres.

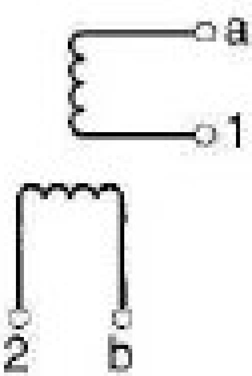
- Pour une puissance donnée, une ligne de transport triphasée nécessite moins de cuivre/aluminium que celle d'une monophasée de même tension.

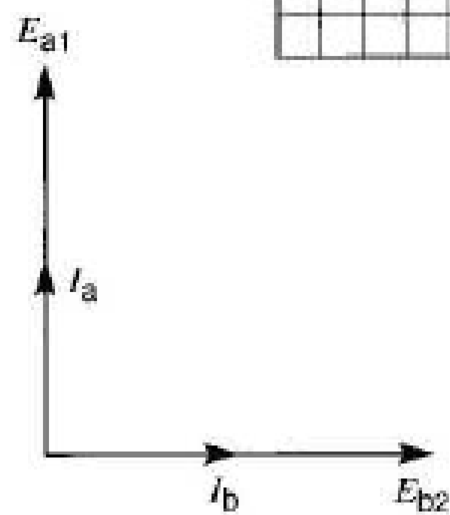
- Les moteurs et les alternateurs triphasés sont plus petits, simples et économiques que leurs moteurs et les alternateurs monophasés de même capacité, tension et vitesse .

Définition : Un alternateur diphasé

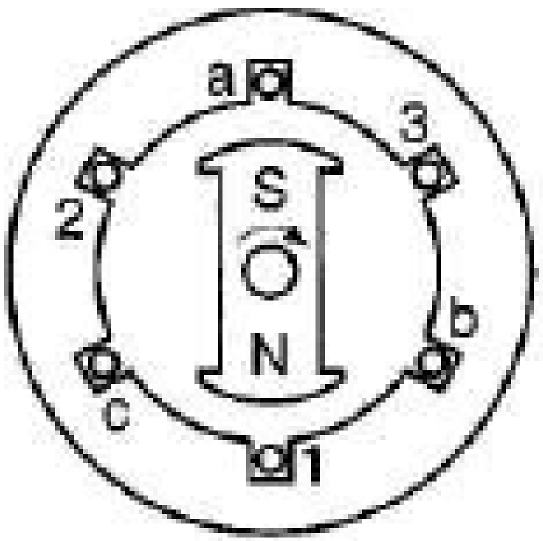


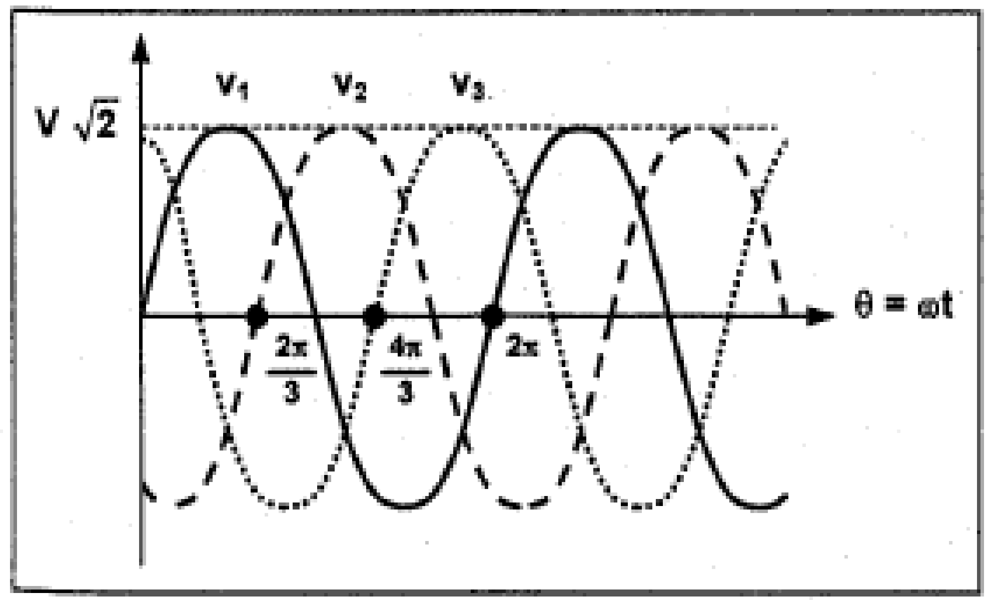


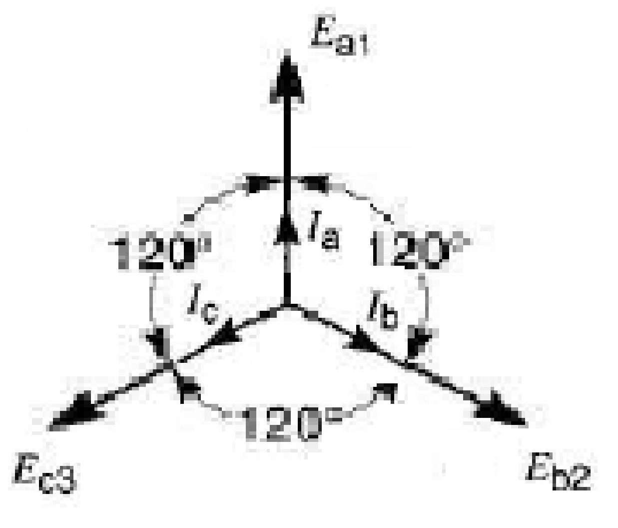




Définition : Un alternateur triphasé







Expressions temporelles

$$v_1(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - 2\pi/3\right)$$

$$v_3(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - 4\pi/3\right)$$

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Définitions

- Dans un système monophasé, une tension alternative apparaît aux bornes d'un enroulement statique, stator, lorsque ce dernier est coupé par un flux magnétique d'un aimant tournant ou rotor.

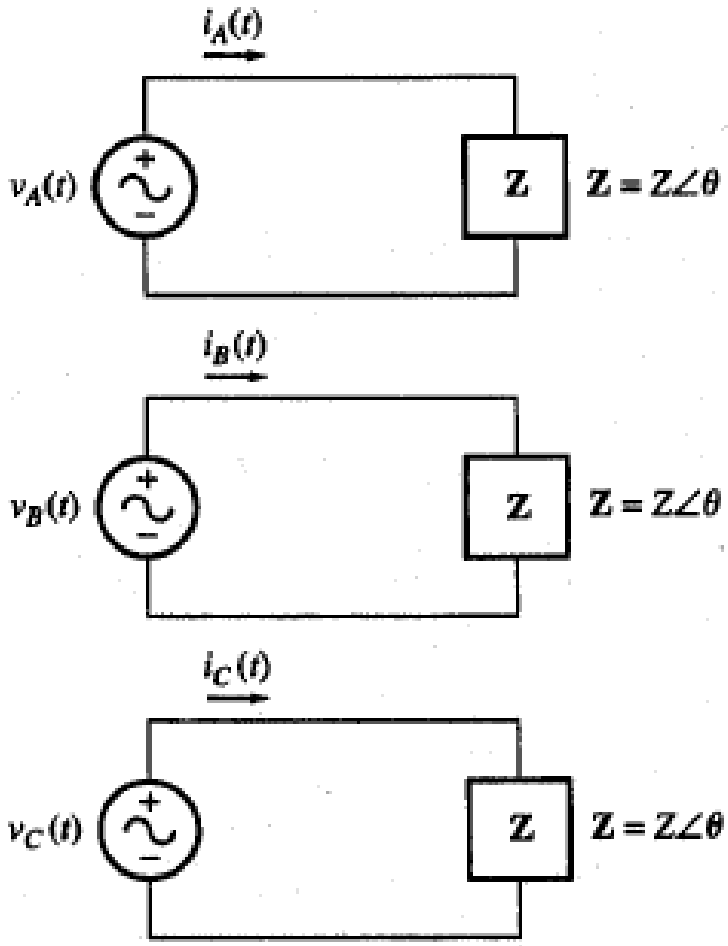
- Dans un système triphasé, le stator est constitué de 3 enroulements identiques situés à 120 degrés l'un des autres. Lorsque le rotor tourne à une vitesse constante, les tensions induites dans les enroulements ont la même valeur efficace, mais n'atteignent pas leur valeur maximale en même temps.

- Une installation triphasée comporte 3 fils de ligne identiques appelés phases et un quatrième fil appelé neutre, il est constitué d'une source, les tensions, et d'un récepteur, les charges.

- Un système triphasé se présente sous deux configuration ou couplage: étoile ou Y et triangle ou Δ.

Circuits

- Chacune des trois phases diffère en phase de 120 degrés, a la même amplitude et est connectée à une charge identique



$$v_A(t) = \sqrt{2}\ V \sin \omega t \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_A = V \angle 0° \text{ V}$$

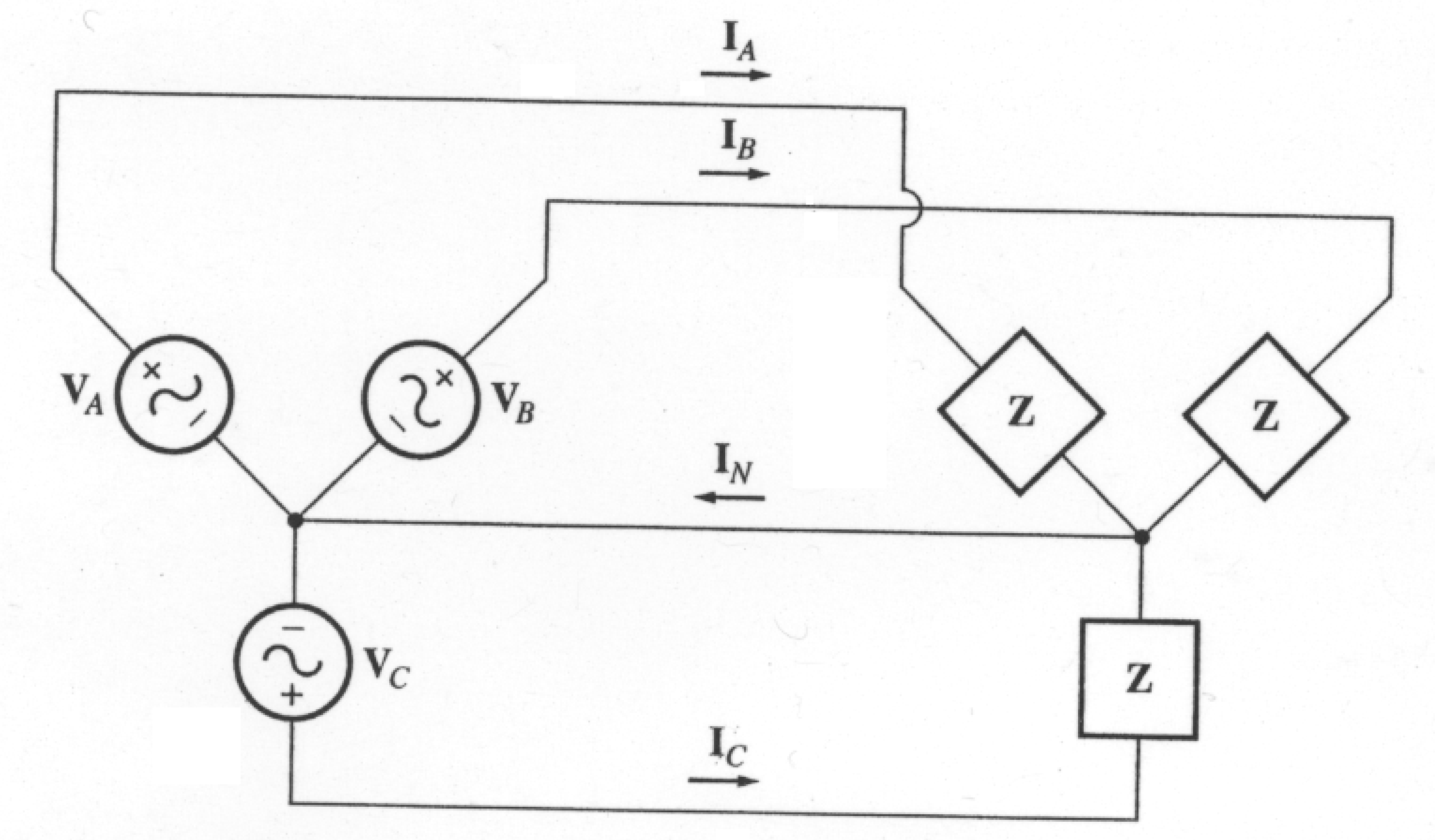
$$v_B(t) = \sqrt{2}\ V \sin(\omega t - 120°) \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_B = V \angle -120° \text{ V}$$

$$v_C(t) = \sqrt{2}\ V \sin(\omega t - 240°) \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_C = V \angle -240° \text{ V}$$

Le couplage en étoile ou Y



Les 3 circuits connectés ensemble avec une connexion neutre commune.

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Le couplage en étoile ou Y

- Vérifions la neutralité de la quatrième ligne à l'aide de la loi d'Ohm, **I = V/Z**.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{I}_N &= \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C \\
&= I\angle -\theta + I\angle -\theta - 120° + I\angle -\theta - 240° \\
&= I\cos(-\theta) + jI\sin(-\theta) \\
&\quad + I\cos(-\theta - 120°) + jI\sin(-\theta - 120°) \\
&\quad + I\cos(-\theta - 240°) + jI\sin(-\theta - 240°) \\
&= I[\cos(-\theta) + \cos(-\theta - 120°) + \cos(-\theta - 240°)] \\
&\quad + jI[\sin(-\theta) + \sin(-\theta - 120°) + \sin(-\theta - 240°)]
\end{aligned}
$$

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

Le couplage en étoile ou Y

- A l'aide des identités trigonométriques suivantes:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

- Ainsi que des propriétés de parité:

- $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$

- $\mathrm{Sin}(-\theta) = -\sin(\theta)$

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

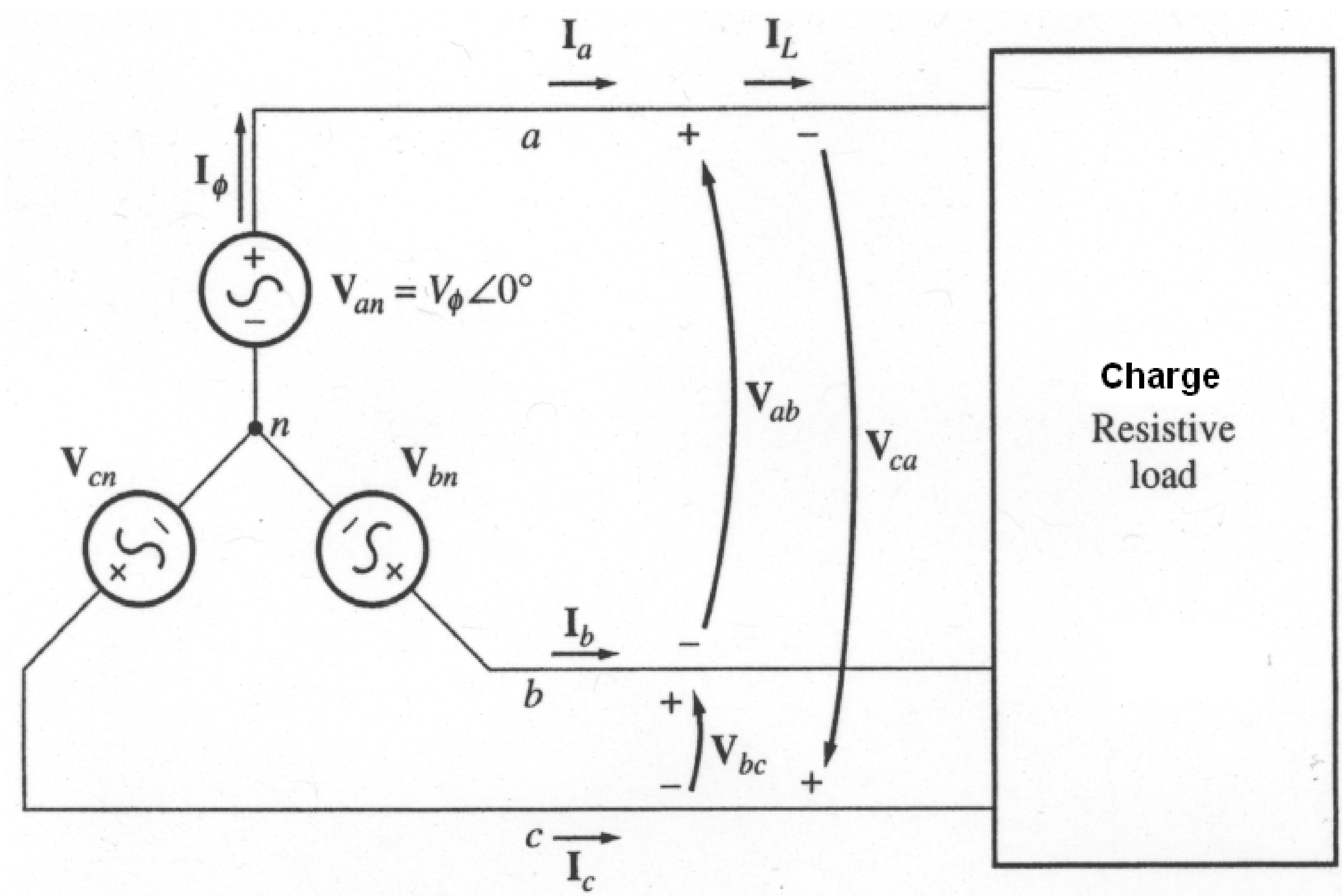
Le couplage en étoile ou Y

- On aboutit à l'expression de la ligne neutre suivante:

$$
\begin{aligned}
I_N = I[&\cos(-\theta) + \cos(-\theta)\cos 120° + \sin(-\theta)\sin 120° + \cos(-\theta)\cos 240° \\
&+ \sin(-\theta)\sin 240°] \\
&+ jI[\sin(-\theta) + \sin(-\theta)\cos 120° - \cos(-\theta)\sin 120° \\
&+ \sin(-\theta)\cos 240° - \cos(-\theta)\sin 240°]
\end{aligned}
$$

- Après développement, on obtient que $I_N = 0$, N étant donc bien neutre, il s'esuit que le système est balancé.

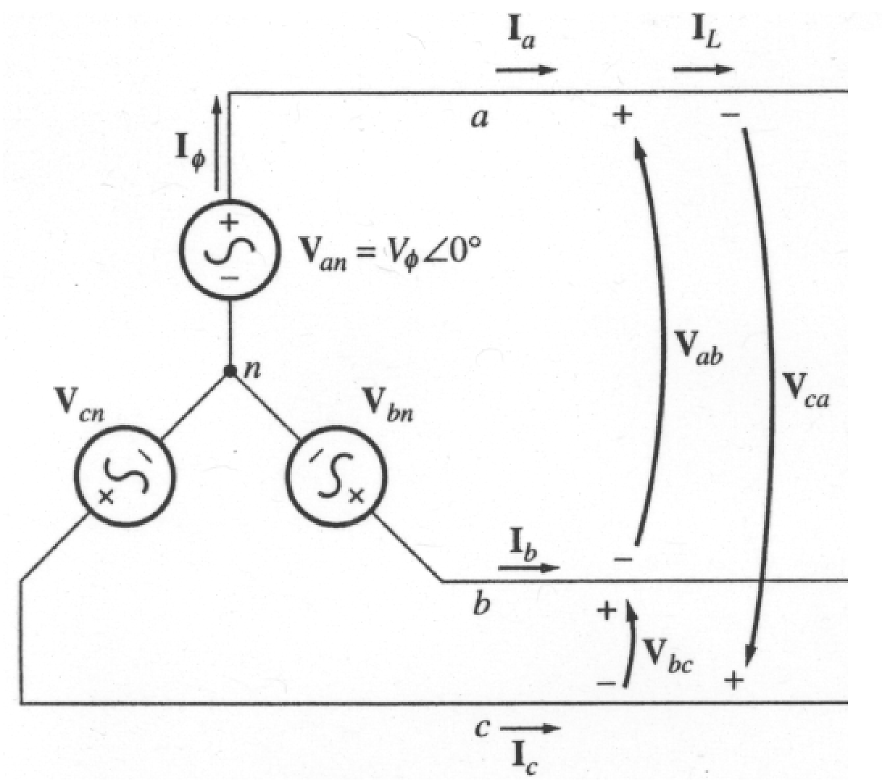
Voltages et courants du couplage Y



uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Les courants du couplage Y

- La charge étant résistive, le courant de chaque phase sera en phase avec la source de voltage de leur phase correspondante:



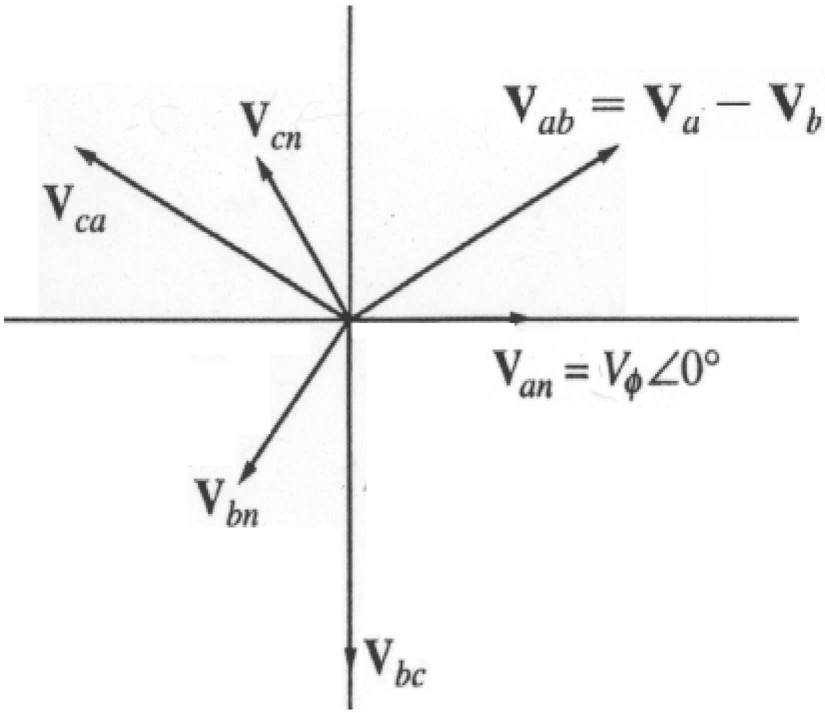
$$\mathbf{I}_a = I_\phi \angle 0°$$
$$\mathbf{I}_b = I_\phi \angle -120°$$
$$\mathbf{I}_c = I_\phi \angle -240°$$

- Donc dans un couplage en étoile, le courant de ligne est:

$$\boxed{I_L = I_\phi}$$

Les voltages du couplage Y

- D'après la loi de voltage de Kirchof, le voltage ligne à ligne V_{ab} est obtenu de la façon suivante:

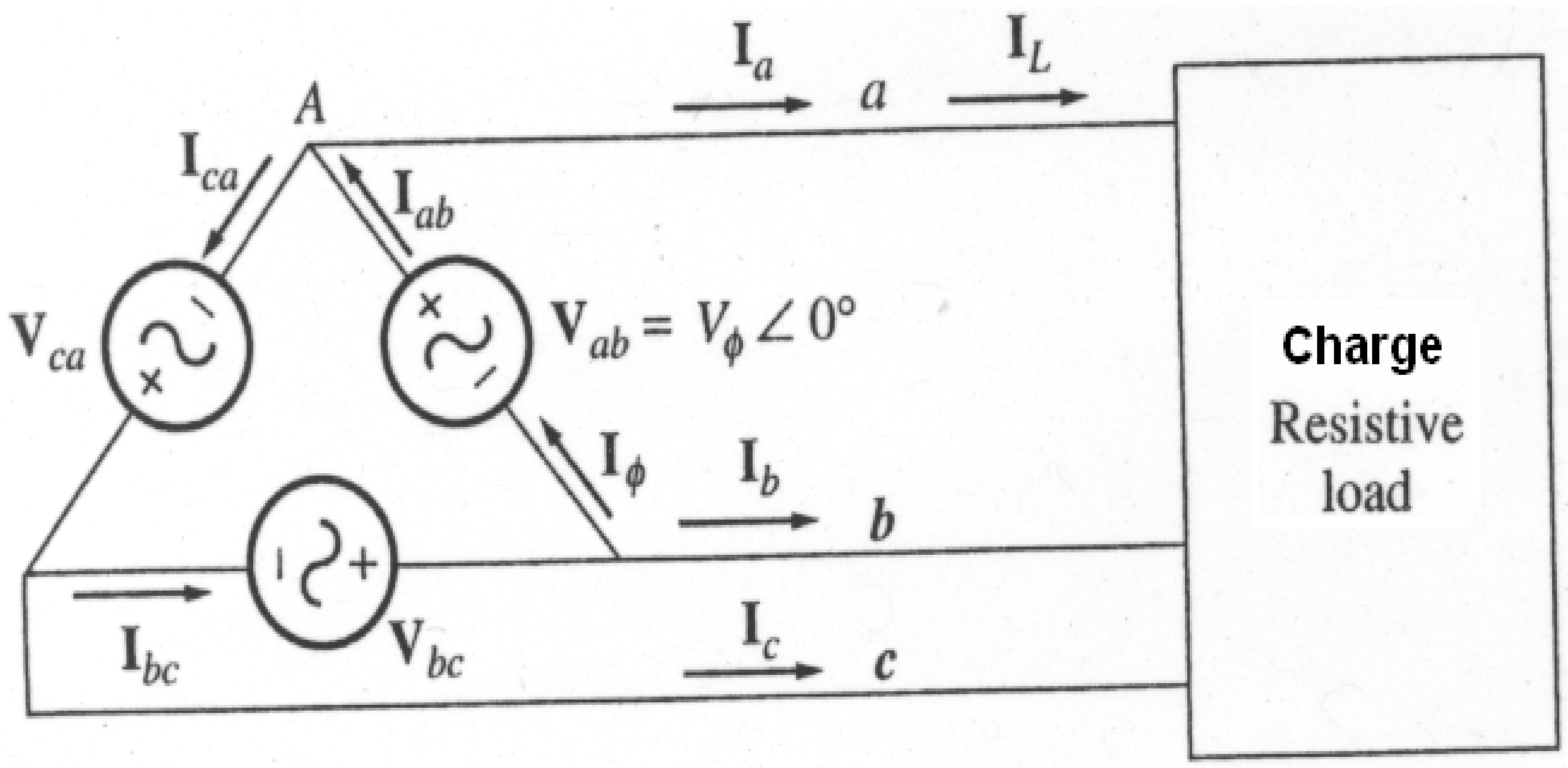


$$
\begin{aligned}
\mathbf{V}_{ab} &= \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b \\
&= V_\phi \angle 0° - V_\phi \angle -120° \\
&= V_\phi - \left(-\frac{1}{2} V_\phi - j \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi \right) \\
&= \frac{3}{2} V_\phi + j \frac{\sqrt{3}}{2} V_\phi \\
&= \sqrt{3} V_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) \\
&= \sqrt{3} V_\phi \angle 30°
\end{aligned}
$$

- Donc dans un couplage en étoile, le voltage ligne à ligne est:

$$\boxed{V_{LL} = \sqrt{3} V_\phi}$$

Le couplage en triangle ou Δ



Les voltages du couplage Δ

- De toute évidence, le voltage lignes à ligne sont similaires à leur voltage de phase correspondant.

$$\mathbf{V}_{ab} = V_\phi \angle 0°$$
$$\mathbf{V}_{bc} = V_\phi \angle -120°$$
$$\mathbf{V}_{ca} = V_\phi \angle -240°$$

- Donc dans un couplage en triangle, le voltage ligne à ligne est:

$$\boxed{V_{LL} = V_\phi}$$

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Les courants du couplage Δ

- Puisque la charge est purement résistive, les phases de courants suivront ceux des sources de voltage.

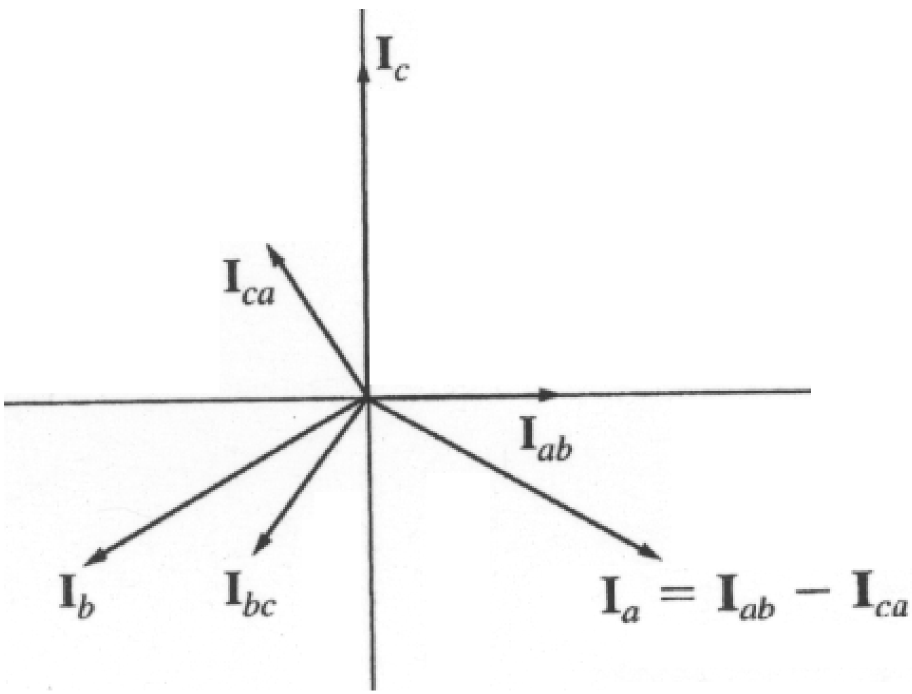
$$\mathbf{I}_{ab} = I_\phi \angle 0°$$
$$\mathbf{I}_{bc} = I_\phi \angle -120°$$
$$\mathbf{I}_{ca} = I_\phi \angle -240°$$

- On remarque qu'il y a une relation de dualité entre courants et voltages entre les couplages en étoile et en triangle.

- La dérivation des courants de ligne, du triangle, sera donc similaire à celle du voltage ligne à ligne de l'étoile,

Les courants du couplage Δ

- D'après la loi de courant de Kirchof à un noeud, le courant de ligne I_a est obtenu de la façon suivante:



$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_a &= \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} \\
&= I_\phi\angle 0° - I_\phi\angle -240° \\
&= I_\phi - \left(-\frac{1}{2} I_\phi + j\frac{\sqrt{3}}{2} I_\phi\right) \\
&= \frac{3}{2} I_\phi + j\frac{\sqrt{3}}{2} I_\phi \\
&= \sqrt{3}I_\phi\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) \\
&= \sqrt{3}I_\phi\angle -30°
\end{aligned}$$

- Donc dans un couplage en triangle, le courant ligne est:

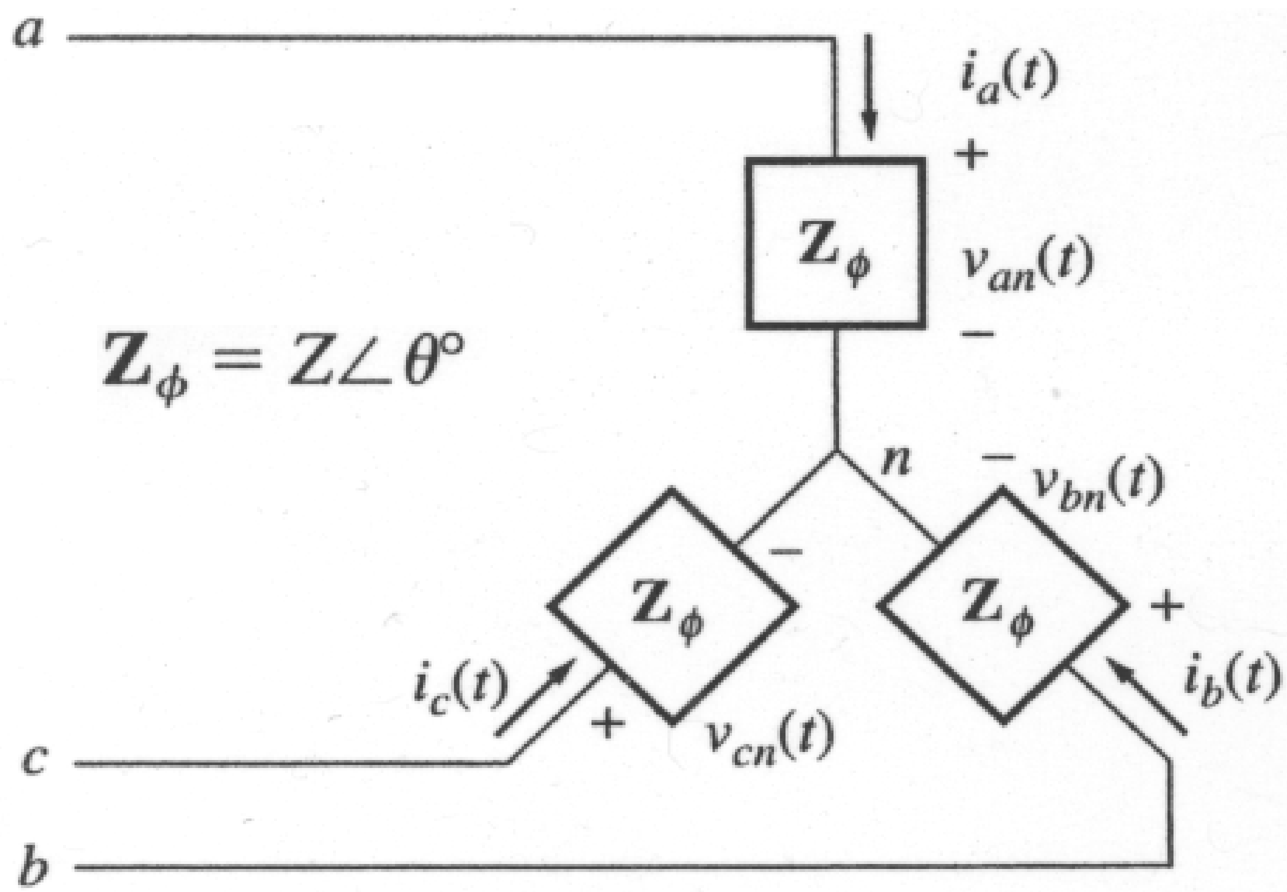
$$\boxed{I_L = \sqrt{3}I_\phi}$$

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Sommaire des relations de voltages et courants des différents couplages

	Couplage en étoile	Couplage en triangle
Amplitudes des voltages	$V_{LL} = \sqrt{3}\, V_\phi$	$V_{LL} = V_\phi$
Amplitudes des courants	$I_L = I_\phi$	$I_L = \sqrt{3}\, I_\phi$
Séquence des phases abc	$\mathbf{V}_{ab}$ devance $\mathbf{V}_a$ de $30°$	$\mathbf{I}_{ab}$ devance $\mathbf{I}_a$ de $30°$
Séquence des phase acb	$\mathbf{V}_a$ devance $\mathbf{V}_{ab}$ de $30°$	$\mathbf{I}_a$ devance $\mathbf{I}_{ab}$ de $30°$

Les puissances dans le triphasé



Les puissances dans le triphasé

$$v_{an}(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$$
$$v_{bn}(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t - 120°)$$
$$v_{cn}(t) = \sqrt{2}V \sin(\omega t - 240°)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \theta)$$
$$I = V/Z \qquad i_b(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - 120° - \theta)$$
$$i_c(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - 240° - \theta)$$

- La puissance instantanée d’une phase de la charge est définie par:

$$\boxed{p(t) = v(t)i(t)}$$

Les puissances dans le triphasé

- Les puissances instantanées de chacune des phases sont donc:

$$p_a(t) = v_{an}(t)i_a(t) = 2VI\sin(\omega t)\sin(\omega t - \theta)$$
$$p_b(t) = v_{bn}(t)i_b(t) = 2VI\sin(\omega t - 120°)\sin(\omega t - 120° - \theta)$$
$$p_c(t) = v_{cn}(t)i_c(t) = 2VI\sin(\omega t - 240°)\sin(\omega t - 240° - \theta)$$

- Sachant que: $2\sin\alpha\sin\beta = [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$

- Les puissances peuvent donc s'exprimées comme:

$$p_a(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)]$$
$$p_b(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - 240° - \theta)]$$
$$p_c(t) = VI[\cos\theta - \cos(2\omega t - 480° - \theta)]$$

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Les puissances dans le triphasé

- La puissance totale fournie à la charge triphasée est la somme des puissances fournies à chacune des phase.

- On constate que chacune des puissances est constituée d'une constante et d'une composante temporelle.

- En utilisant l'identité: $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

- On aboutit à une expression où les composantes temporelles s'annulent:

$$p_{tot}(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = 3VI\cos\theta$$

- En conclusion la puissance fournie par un système triphasé est constante, ce qui représente un énorme avantage en comparaison à un système monophasé.

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Les puissances dans le triphasé

- On en déduit la puissance réelle ou moyenne:

$$\boxed{P = 3V_\phi I_\phi \cos\theta = 3I_\phi^2 Z \cos\theta}$$

- Puis la puissance réactive: $\boxed{Q = 3V_\phi I_\phi \sin\theta = 3I_\phi^2 Z \sin\theta}$

- Et la puissance apparente: $\boxed{S = 3V_\phi I_\phi = 3I_\phi^2 Z}$

- On rappel que θ est l'angle entre le voltage et le courant dans chacune des phases et qu'à partir de l'expression de la puissance réelle on déduit que le factor de puissance est cos(θ).

uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Les puissances dans le triphasé

- Il est aussi possible d'exprimer les expressions des puissances en terme d'entités de lignes. Donc à partir de la puissance réelle:

$$\boxed{P = 3V_\phi I_\phi \cos\theta}$$

- Dans le couplage en Y on a $I_L = I_\phi$; $V_{LL} = \sqrt{3}V_\phi$ et donc:

$$\boxed{P = \sqrt{3}V_{LL} I_L \cos\theta}$$

- Dans le couplage en Δ on a $I_L = \sqrt{3}I_\phi$; $V_{LL} = V_\phi$ et donc:

$$\boxed{P = \sqrt{3}V_{LL} I_L \cos\theta}$$

Les puissances dans le triphasé

- On constate donc que dans un système triphasé à charge balancée, les expressions des puissances exprimées en fonction des entités de lignes sont égales indépendamment de la configuration du couplage.

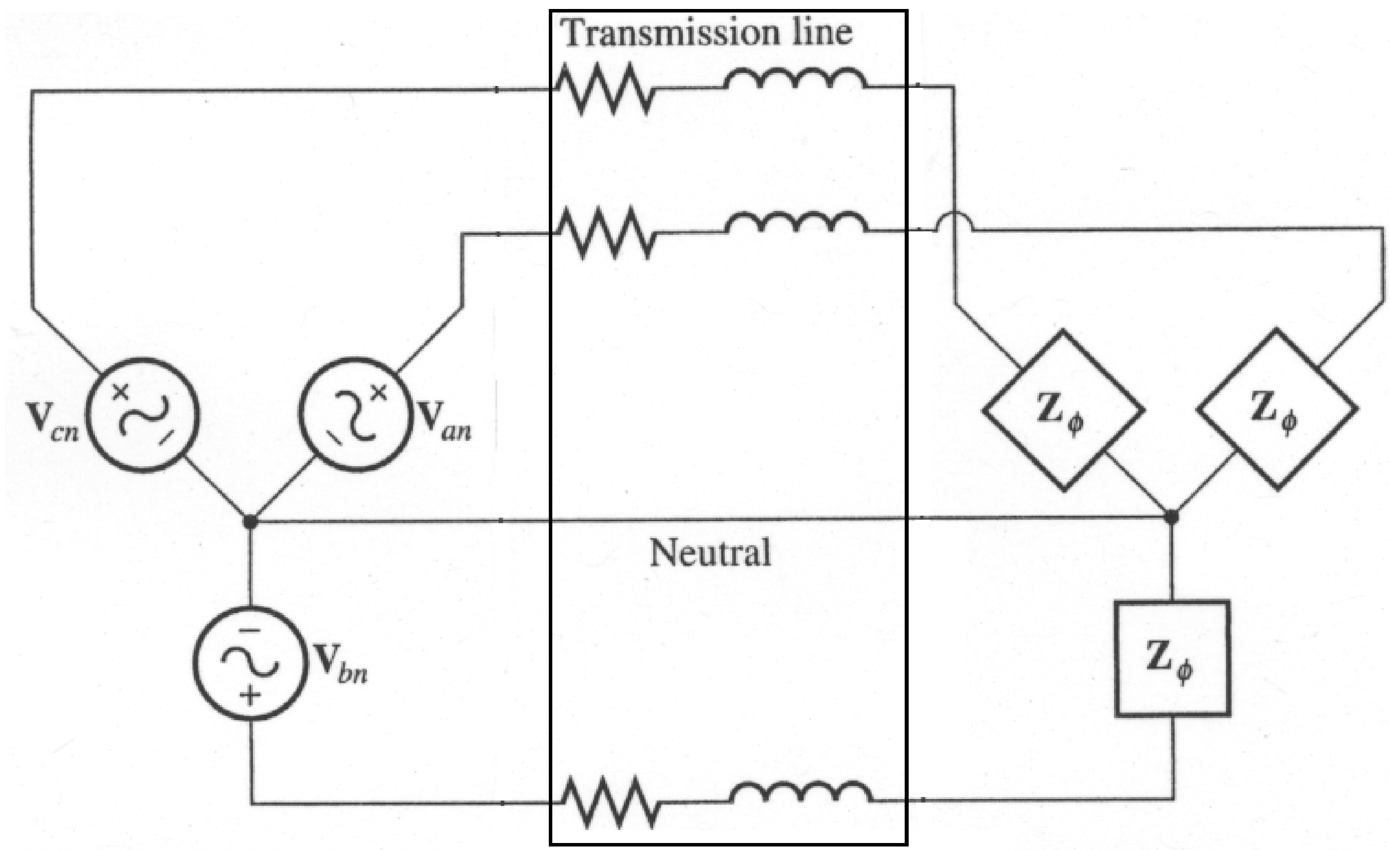
- La même constatation est valide pour les puissances réactives et apparentes:

$$\boxed{\begin{aligned} Q &= \sqrt{3} V_{LL}\, I_L \sin\theta \\ S &= \sqrt{3} V_{LL}\, I_L \end{aligned}}$$

- Il est important de se rappeler que θ est l'angle entre le voltage de phase et le courant de phase et non pas celui entre le voltage de ligne et le courant de ligne.

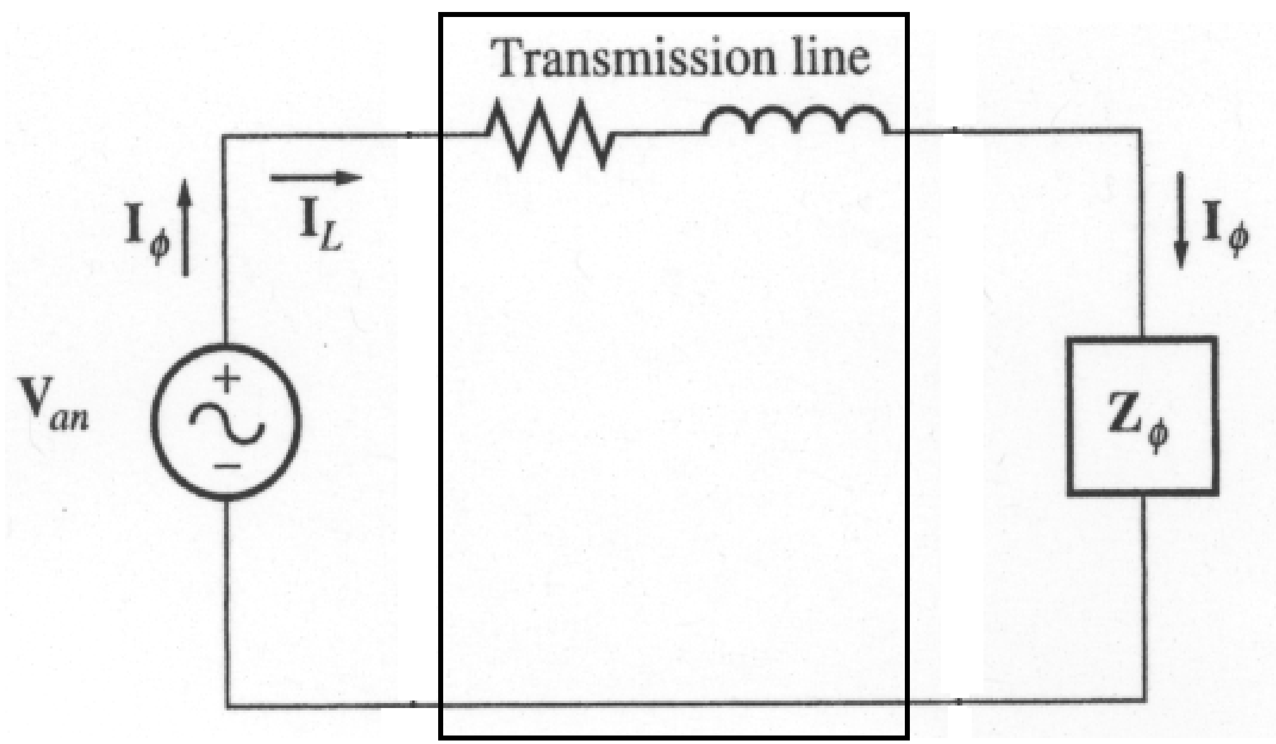
Analyse du triphasé balancé

- L'analyse du triphasé est plus pratique dans le couplage en Y grâce à ligne neutre, même si elle n'est que conceptuelle, qui permet un chemin de retour de courant des charges vers le générateur. Elle permet aussi d'identifier visuellement les circuits équivalents mais déphasés de 20 degrés.



Analyse du triphasé balancé

- Le circuit de chacune des phase du triphasé peut être représenté par le circuit équivalent suivant:



Transformation Y-Δ

- Par conséquent lorsque l'on à faire un couplage en étoile, il nous faudra le transformer en Y pour en faciliter l'analyse.

- Cela se réalise au niveau de la conversion des charges d'un couplage (Δ) à l'autre (Y) basé sur les principes de transformation d'impédances de la théorie de circuit:

$$Y_a + Y_B = 2/\ Req = 2/Z \text{ et } Req = R_a + R_b\ //\ R_c$$

- Pour des charges (Y_i) balancées/égales on a:

$$Y_a + Y_B = 2Y = 2/Z'$$

et

$$Req = Z + Z/2 = 3Z/2$$

$$\frac{Z}{Z'} = \frac{Z}{3Z}$$

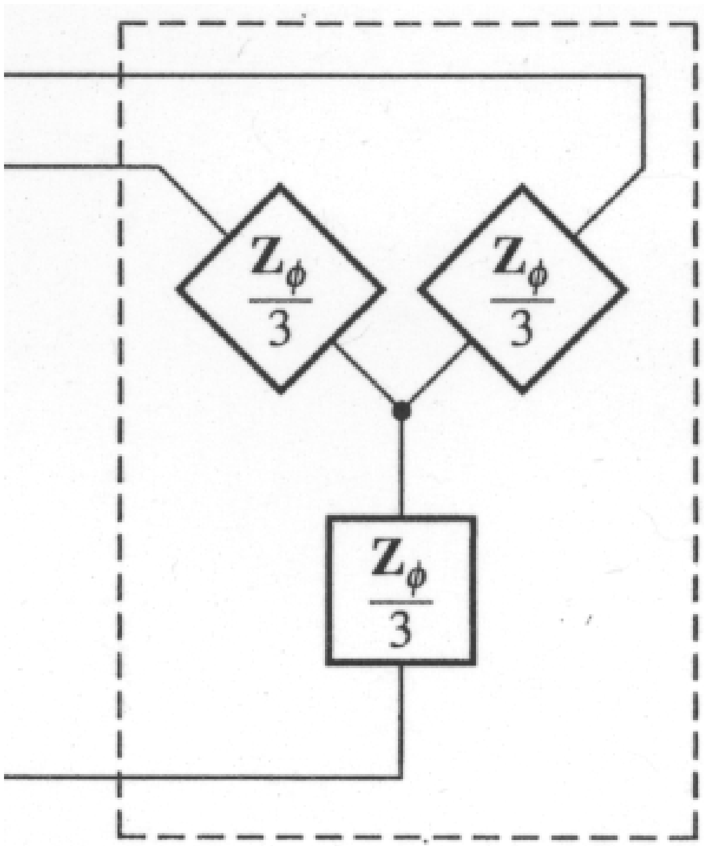
$$Z' = 3Z$$

où

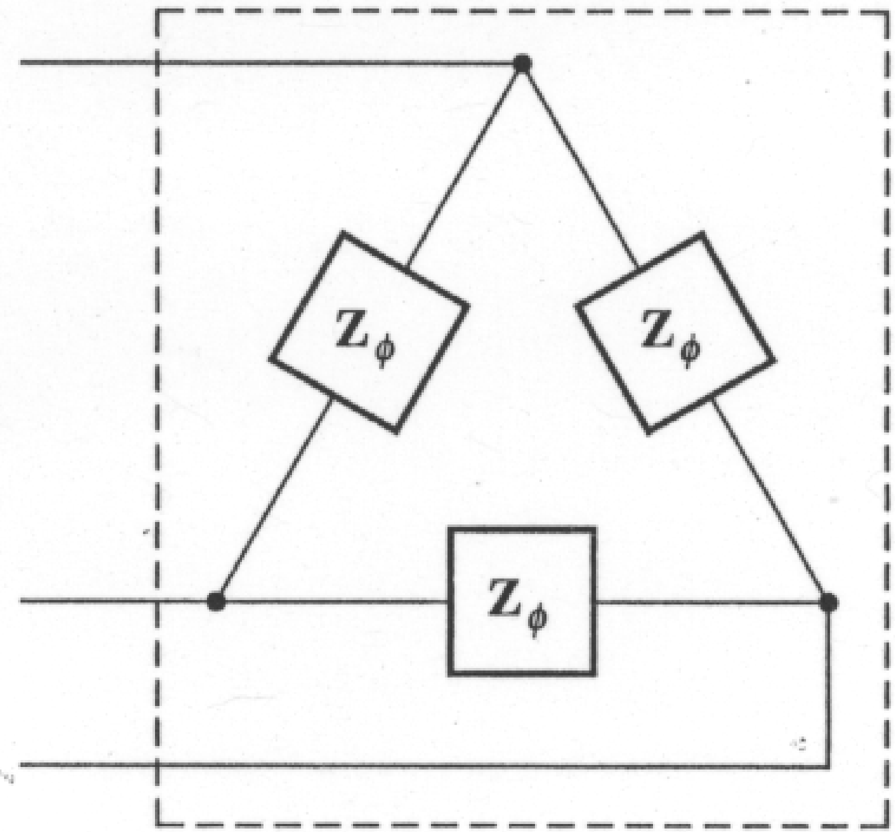
$$Y = 1/3Z$$

Transformation Y-Δ

- Le passage d'un couplage à l'autre se fera de la façon suivante:



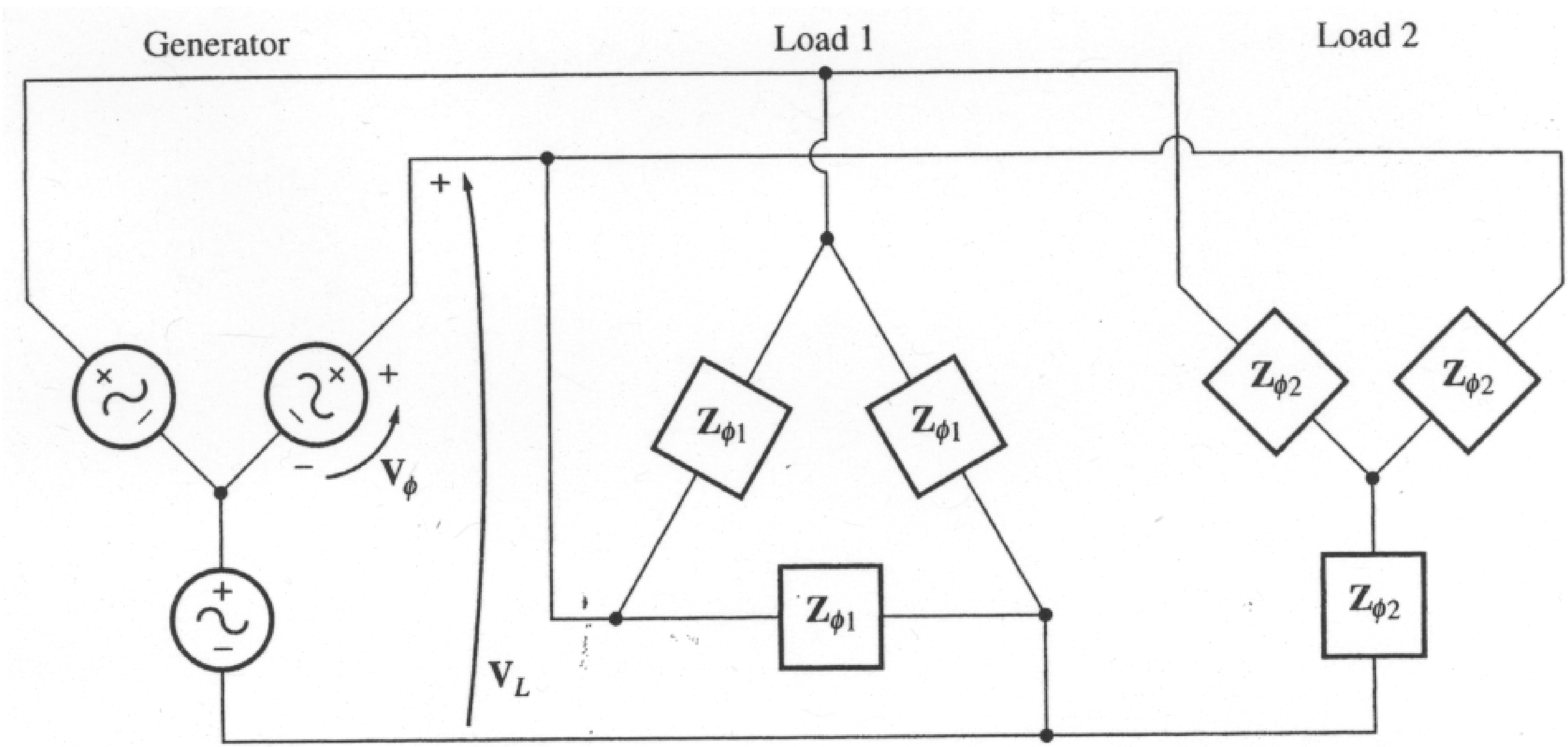
$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$



uOttawa
L'Université canadienne
Canada's university

Représentation compacte du triphasé

- Grâce à la similarité trouvée dans les différents triphasés, tout système triphasé de la forme:



Représentation compacte du triphasé

- Peut être représenté par un diagramme à ligne compacte correspondant ayant un générateur de couplage étoile et des charges pouvant subir des transformations Y-Δ si elles sont nécessaires: