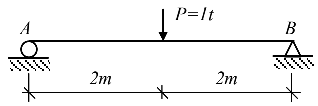
3.18 EXERCICES

Signes : Dans les réponses données, un déplacement vertical est positif vers le bas, un déplacement horizontal est positif vers la droite et une rotation est positive si la section tourne dans le sens horlogique. Une réaction verticale est positive si elle est dirigée vers le haut alors qu'une réaction horizontale est positive si elle agit vers la droite. Un moment fléchissant positif agit dans le sens horlogique.

Exercice 3.1

Calculer la flèche à mi-portée, compte tenu de *M* (f_M) et de *T* (f_T). Comparer l'influence des deux efforts.

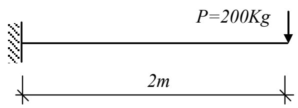


A. N. : Section rectangulaire ($S=bh$), h = 30 cm, b = 20 cm, ν = 0.15, $E = 10^5$ Kg/cm^2 et κ = 1.2.

Rép. : $f_M = Pl^3/48EI = 0.29$ cm ; $f_T = \kappa Pl/4GS = 4.6\ 10^{-3}$ cm

Exercice 3.2

Calculer la flèche de l'extrémité libre. Comparer les contributions de *M* et de *T*.

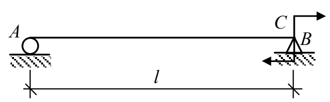


A. N. : Utiliser les données de l'exercice précédent.

Rép. : $f_M = Pl^3/3EI = 0.118$ cm ; $f_T = kPl/GS = 1.1\ 10^{-3}$ cm

Exercice 3.3

Déterminer l'expression de la rotation de l'appui *B*, compte tenu de *M* et de *T*.



Rép. : $\theta_B = Cl/3EI + \kappa C/GSl$

Exercice 3.4

Déterminer la rotation de la section *A* de la poutre de l'exercice 1 en considérant uniquement l'effort dominant.

Rép. : $\theta_A = Pl^2/16EI = 2.25\ 10^{-3}$

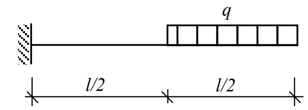
Exercice 3.5

Calculer la flèche à mi-portée de la poutre de l'exercice 2 en considérant uniquement l'effort prépondérant.

Rép. : $f = 5Pl^3/48EI = 7.4\ 10^{-3}$ cm

Exercice 3.6

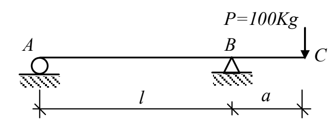
Déterminer les expressions de la flèche et de la rotation de l'extrémité libre.



Rép. : $f = (41/384).(ql^4/EI)$; $\theta = (7/48)ql^3$

Exercice 3.7

Calculer la flèche de l'extrémité *C* de la poutre ci-contre, compte tenu de *M* et de *T*. Comparer les flèches provoquées par les deux efforts.

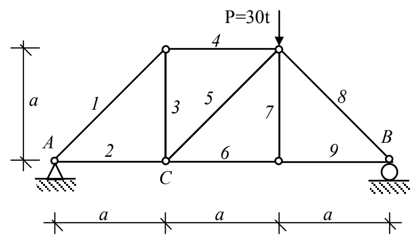


A. N. : Section rectangulaire ($S=bh$), l = 4 m, a = 1 m, $h = l/12$, b = 20 cm, ν = 0.2, $E = 3\ 10^5$ Kg/cm^2 et κ = 1.2.

Rép. : f_M = 9 mm ; f_T = 0.18 mm

Exercice 3.8

Calculer le déplacement vertical du nœud *C*. Les barres du système ont toutes la même rigidité extensionnelle *ES*.

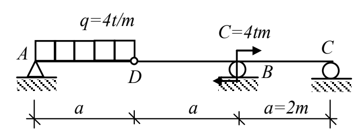


A. N: a = 3 m, $ES = 315\ 10^5$ Kg.

Rép. : f_C = 6 mm

Calculer les grandeurs indiquées des systèmes ci-après. Quand elle n'est pas précisée, la rigidité flexionnelle est supposée constante.

Exercice 3.9

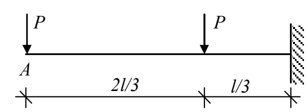


f_D? θ_B?

Rép. : $f_D = 16/EI\ tm^3$;

$\theta_B = 8/3EI\ tm^2$

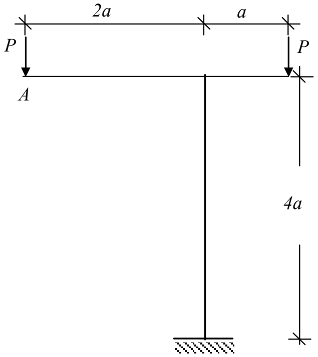
Exercice 3.10



f_A?

Rép. : $f_A = 31Pl^3/81EI$

Exercice 3.11

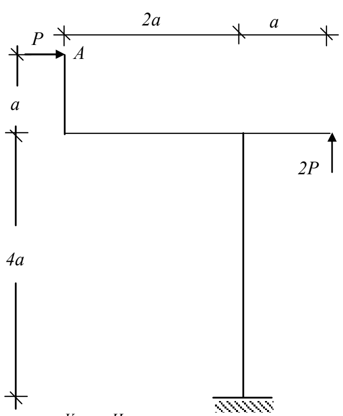


$\delta^V_A?$ $\delta^H_A?$ $\theta_A?$

Rép. : $\delta_A^V = \dfrac{32Pa^3}{3EI}$; $\delta_A^H = -\dfrac{8Pa^3}{EI}$

$$\theta_A = -\frac{6Pa^2}{EI}$$

Exercice 3.12

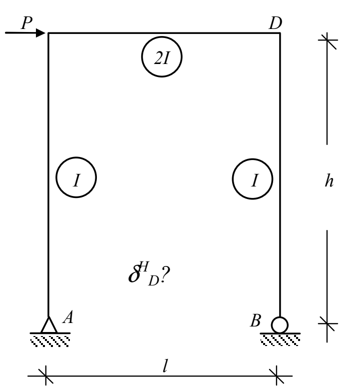


$\delta^V_A?$ $\delta^H_A?$ $\theta_A?$

Rép.: $\delta_A^V = -\dfrac{10Pa^3}{EI}$;

$$\delta_A^H = \frac{59Pa^3}{3EI} ; \theta_A = \frac{13Pa^2}{2EI}$$

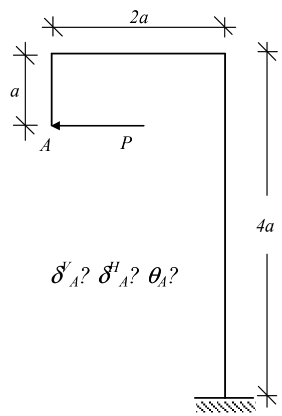
Exercice 3.13



$\delta^H_D?$

Rép. : $\delta_D^H = \dfrac{Ph^2}{6EI}(2h+l)$

Exercice 3.14

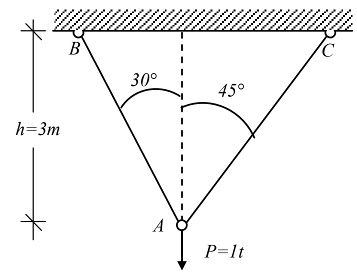


$\delta^V_A?$ $\delta^H_A?$ $\theta_A?$

Rép. : $\delta_A^V = \dfrac{6EIa^3}{EI}$; $\delta_A^H = -\dfrac{35Pa^3}{3EI}$

$$\theta_A = -\frac{3Pa^2}{2EI}$$

Exercice 3.15



Le système ci-contre, constitué de deux câbles (*AB* et *AC*), est soumis à une force verticale *P* (les câbles sont de même nature et de même section).

Déterminer les composantes horizontale et verticale du déplacement du point *A* ($ES = 8\ 10^6$ *kg*).

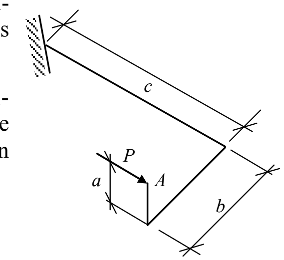
Rép. : $\delta^V_A = 0.0374$ *cm* ;

$\delta^H_A = -1.4\ 10^{-3}$ *cm*

Exercice 3.16

Calculer le déplacement du point *A* dans la direction de la force *P*, du système ci-contre (les barres *b* et *c* sont dans un même plan horizontal).

On négligera les effets directs de l'effort tranchant. La section est circulaire de diamètre *2R*, le module d'élasticité est *E* et le coefficient de Poisson ν.

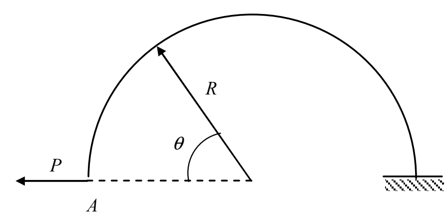


Rép. :

$$\delta_A^H = \frac{P}{EI}\left(\frac{a^3}{3} + \frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{1+\nu} + (a^2+b^2)c + \frac{cR^2}{4}\right)$$

Exercice 3.17

La poutre courbe ci-contre a un rayon de courbure *R*, un module d'élasticité *E* et un moment d'inertie *I* (par rapport à un axe perpendiculaire à la fibre moyenne) constants. Elle est soumise à une force horizontale *P* appliquée à son extrémité libre *A*.

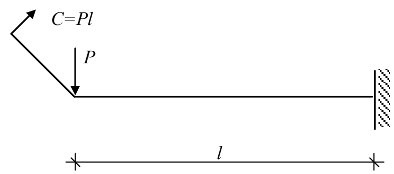


Calculer les composantes horizontale et verticale du déplacement du point *A*, compte tenu de *M* uniquement.

Rép. : $\delta_A^H = -\dfrac{\pi PR^3}{2EI}$; $\delta_A^V = -\dfrac{2PR^3}{EI}$

Exercice 3.18

Une poutre console, de longueur l et de section S=bh constante, est chargée comme indiqué à la figure ci-contre.



1) déterminer les expressions de la rotation et de la flèche de la poutre en utilisant la méthode d'intégration directe,

2) calculer la rotation et la flèche de l'extrémité libre et préciser le sens de chacun des 2 déplacements,

3) calculer la flèche de l'extrémité libre provoquée par l'effort tranchant seul,

4) calculer la rotation et la flèche de l'extrémité libre en utilisant le théorème de Castigliano,

Autres données : $\kappa = 1.2$, $= 0.2$ et $l = 10h$.

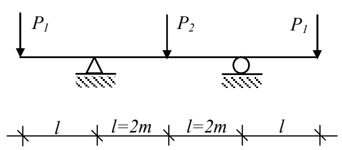
Rép. :

$$y' = \frac{P}{2EI}(l-x)^2 \;;\; y = \frac{P}{6EI}(x-l)^3 \;;\; f_M = -\frac{Pl^3}{6EI} \;;\; \theta_M = \frac{Pl^2}{2EI} \;;$$

$$f_T = \frac{\kappa Pl}{GS} \;;\; \frac{f_M}{f_T} = 69.4$$

Exercice 3.19

Soit la poutre représentée à la figure ci-contre.

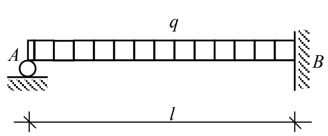


Déterminer le rapport entre P_1 et P_2 pour que la flèche à mi-travée soit égale à celle de chaque extrémité.

Rép. : $22P_1 = 5P_2$

Déterminer les réactions demandées des systèmes ci-après.

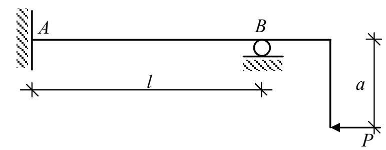
Exercice 3.20



R_A? M_B?

Rép. : $R_A = \frac{3ql}{8}$; $M_B = -\frac{ql^2}{8}$

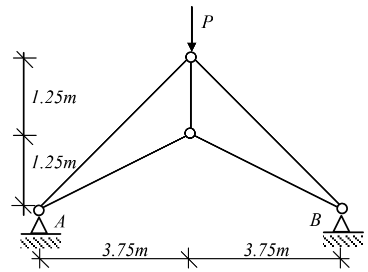
Exercice 3.21



R_B?

Rép. : $R_B = \frac{3Pa}{2l}$

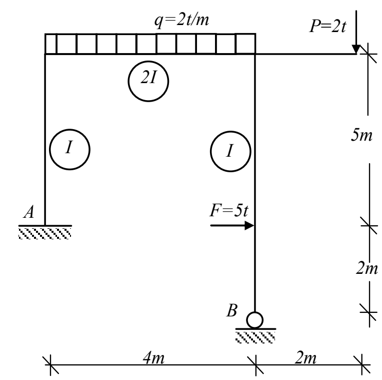
Exercice 3.22



R^H_A ?

Rép. : $R^H_A = 0.94P$

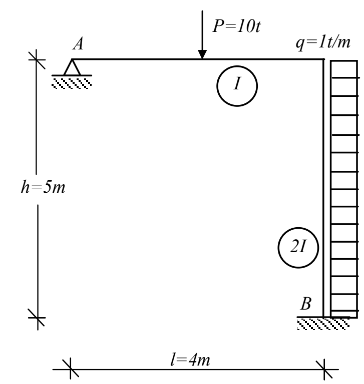
Exercice 3.23



R_B?

Rép. : $R_B = 3.08\ t$

Exercice 3.24



R^V_A? R^H_A?

Rép. : $EI\delta_A = \int_0^l M_{iF}\frac{\partial M_{iF}}{\partial R}dx = \int_0^l (Rx - \frac{qx^2}{2})xdx$