الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مـــديرية التربية بولاية تمنراست ثانويات تمنراست المقاطعة 29

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي المـوسم الدراسي : 2017/2016

الشعبـــة : الثالثة علوم التجريبية .

اختبار في مادة الرياضيات المـــــــدة : 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j};\overrightarrow{k}\right)$ ؛ نعتبر النقط :

$D(-1;4;0)$ و $C(0;3;-1);\ B(2;0;-1)\ ,\ A(1;1;0)$

1) أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع ثم بين أن المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$.

2) عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي (ABC) .

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2\,;0\,;-3)$ و العمودي على المستوي (Q)

4) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة S الذي مركزه H و مماس للمستوي (ABC) ثم أدرس تقاطع سطح الكرة S و المستقيم (CD).

التمرين الثاني (5 نقاط) :

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$.

2/ المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{\ })$ ، لتكن A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z}_A$.

أثبت أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ ثم عين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) عين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ؛ ثم بين أن النقط A ؛ C و E في استقامية .

5) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا ؛ $(z\neq z_C)$.

التمرين الثالث (4 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.ثم برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n}$.

التمرين الرابع (7 نقاط):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ؛ $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

2- ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن $g(1)=0$)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- بين أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x}) = f(x)$ ثم احسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- أنشئ المنحنى (C) .

4- بين أن الدالة $h: x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$ ؛ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.

5- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الاول (5 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$.

استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A، B، C، D لاحقاتها

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و و $z_D=1-i$

عين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران r ؛ تحقق أن لاحقة F هي $z_F=5+3i$

عين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$

4) مثل النقاط A، B، E، F و H و عين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$

5) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما k يمسح $\mathbb{R}^*$.

عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$.

التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k})$.

ليكن (p_1) و (p_2) المستويان ذا المعادلتين الديكارتيتين على الترتيب :

$$x-2y+4z-9=0 \quad ; \quad -2x+y+z-6=0$$

1) بين أن (p_1) و (p_2) متعامدان. نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (p_1) و (p_2) .

بين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) هو : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \quad : \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) و لتكن A النقطة ذات الإحداثيات $(-9;-4;-1)$. تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (p_1) و لا إلى المستوي (p_2) ثم بين أن :

$$AM^2=14t^2-14t+21$$

3) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t)=14t^2-14t+21$

أدرس تغيرات الدالة f ثم أستنتج إحداثيات M التي تكون فيها المسافة AM أصغرية و نرمز لها في هذه الحالة بـ H

4) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) و المار من النقطة A عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) ثم برهن أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

التمرين الثالث (4 نقاط) :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$

1) احسب : u_1 و u_2 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq u_n \leq 4$

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_{n+1} \leq \frac{4 - u_n}{2}$

4) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

التمرين الرابع (7 نقاط) :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.

2- نضع $a = 1$, $b = 0$, $c = -3$

أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 3$

7- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$.

انتهى الموضوع الثاني

التصحيح المفصل للاختبار التجريبي للشعبة العلوم التجريبية ماي 2017

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j};\vec{k}\right)$ ؛ نعتبر النقط :

$A(1\,;1;0)$, $B(2;0;-1)$; $C(0;3;-1)$ و $D(-1\,;4;\,0)$

1) اثبات أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع معناه ان $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و لدينا $\overrightarrow{AD}(-2\,;3\,;0)$ و $\overrightarrow{BC}(-2;\,3;0)$ و منه محققة

اثبات أن المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$ لنبين أن النقط الثلاثة تنتمي إلى هذا المستوي

$3(1)+2(1)+(0)-5=0$ محققة و منه A تنتمي إلى هذا المستوي .

$3(2)+2(0)+(-1)-5=0$ محققة و منه B تنتمي إلى هذا المستوي .

$3(0)+2(3)+(-1)-5=0$ محققة و منه C تنتمي إلى هذا المستوي .

و منه المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$.

2) تعين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي (ABC) :

ليكن شعاع الناظيمي للمستوي (Q) هو $\overrightarrow{n'}(a;b;c)$ و الشعاع الناظيمي للمستوي (ABC) هو $\vec{n}(3;2;1)$ و $\overrightarrow{AB}(1\,;-1\,;-1)$

لدينا (Q) يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي يعني أن $\overrightarrow{n'}.\vec{n}=0$ و $\overrightarrow{n'}.\overrightarrow{AB}=0$ أي ان

$\begin{cases} a-b-c=0\ \ldots.(1) \\ 3a+2b+c=0\ \ldots\ldots(2)\end{cases}$ بالجمع نجد $b=-4a$ بالتعويض في المعادلة (1) نجد $a+4a-c=0$ و منه $c=5a$ بوضع $a=1$ نجد ان $\overrightarrow{n'}(1;-4;5)$ و منه معادلة (Q) هي من الشكل

$x-4y+5z+d=0$ و هو يشمل النقطة A نعوض إحداثياتها في المعادلة الديكارتية نجد

$1-4(1)+5(0)+d=0$ و منه $d=3$ معادلة (Q) هي $x-4y+5z+3=0$

3) تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2\,;0\,;-3)$ و العمودي على المستوي (Q)

هو مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث $\begin{cases} x=t-2 \\ y=-4t \quad : t\in IR \\ z=5t-3\end{cases}$

4) كتابة معادلة ديكارتية لسطح الكرة S الذي مركزه H و مماس للمستوي $(\ ABC\ )$ هو مجموعة النقط

$M(x;y;z)$ حيث $HM=d(H\,;\ ABC)$ نحسب $d(H\,;\ ABC)=\dfrac{|3(-2)+2(0)+(-3)-5|}{\sqrt{3^2+2^2+1^2}}=\sqrt{14}$

و منه $(x+2)^2+y^2+(z+3)^2=14$ بالتبسيط نجد $x^2+y^2+z^2+4x+6z-1=0$

دراسة الوضع النسبي بين سطح الكرة S و المستقيم $(\ CD\ )$

التمثيل الوسيطي للمستقيم (CD) لدينا $\overrightarrow{CD}(-1;1;1)$ هو $\begin{cases} x=-t` \\ y=t`+3;\ t`\in IR \\ z=t`-1 \end{cases}$ و منه نعوض في المعادلة الديكارتية للسطح S نجد $t`^2+(t`+3)^2+(t`-1)^2-4t`+6(t`-1)-1=0$ و منه $3t`^2+6t`+3=0$ و هذا يكافئ $t`^2+2t`+1=0$ و منه للمعادلة حل مضاعف هو $t`=-1$ إذن سطح الكرة يتقاطع مع المستقيم في نقطة أي انه مماس للسطح في النقطة $K(1;2;-2)$.

التمرين الثاني (5 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$ يكافئ $z-\sqrt{3}=0$ او $z^2-\sqrt{3}z+1=0$ أي ان $z=\sqrt{3}$ و نحسب المميز للمعادلة الثانية $\Delta=-1$ للمعادلة حلين هما $z'=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z''=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ مجموعة الحلول هي $S=\left\{\sqrt{3}\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right\}$

2) المستوى المركب منسوب إلى معلم $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$، لتكن A، B و C نقط لواحقها على الترتيب:
$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_A}$.

اثبات أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ نكتب العددان على الشكل الأسي $z_A=e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_C=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و منه

$z_A{}^{1962}=\left(e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)^{1962}$ و منه $z_A{}^{1962}=e^{-327\pi i}=\cos(-327\pi)+i\sin(-327\pi)=-1$

و $z_C{}^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{2016}$ و منه $z_C{}^{2016}=e^{336\pi i}=\cos(336\pi)+i\sin(336\pi)=+1$ و منه $-1+1=0$

تعيين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

لدينا مما سبق و حسب دستور موفر

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\left(e^{-\frac{\pi}{3}i}\right)^n=e^{-\frac{n\pi}{3}i}=\cos\left(\frac{-\pi n}{3}\right)+i\sin\left(\frac{-n\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)-i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)$$

يكون عددا حقيقيا موجب يعني ان $\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)=1$ و $\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)=0$ أي ان $\left(\frac{n\pi}{3}\right)=2\pi k$ و k عدد طبيعي و منه نجد $n=6k$ و k عدد طبيعي

3) كتابة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي لدينا

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i} = \frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i} = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{e^{\frac{\pi}{6}i}} = e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

استنتاج طبيعة المثلث ABC بما أن $\left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \ : k \in Z$ فإن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

4) تعيين z_E لاحقة النقطة E صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$

و منه $z_E = 2e^{\frac{\pi}{3}i} z_B + \left(1 - 2e^{\frac{\pi}{3}i}\right) z_A$

ومنه $z_E = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sqrt{3}\right) + \left(1 - 1 - i\sqrt{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

$$z_E = \sqrt{3} + 3i - i\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

اثبات أن النقط A ؛ C و E في استقامية لدينا $z_E - z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} = 2i$ و

$z_C - z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i - \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} = i$ و منه $z_E - z_A = 2(z_C - z_A)$ أي ان

$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$ و منه النقط A ؛ C و E في استقامية.

5) تعين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z - z_A}{z - z_C}$ تخيليا صرفا $(\ z \neq z_C\ )$

يعني أن $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_C}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k \ : k \in Z$ و هذا يعني أن $\left(\overrightarrow{MC}; \overrightarrow{MA}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k$ و منه

$\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA} = 0$ و منه مجموعة النقط M هي الدائرة ذات القطر $[AC]$.

التمرين الثالث (4 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

1) تعيين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$ بالقسمة الاقليدية نجد

$u_{n+1} = \frac{3u_n + 12 - 10}{u_n + 4} = 3 - \frac{10}{u_n + 4}$ و منه $a = 3$ ، $b = -10$

البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$

لدينا $u_0 = \frac{1}{4}$ و منه $-2 < u_0 < 1$ محققة

نفرض أن $-2<u_n<1$ و لنبرهن أن $-2<u_{n+1}<1$

الطريقة الأولى :

نبرهن أن $-2<u_{n+1}$ أي $2+u_{n+1}>0$

$\frac{5u_n+2}{u_n+4}=\frac{5u_n+12-10}{u_n+4}=2+u_{n+1}=2+3-\frac{10}{u_n+4}$ موجبة لان $2+u_n>0$ و منه $2+u_{n+1}>0$.

نبرهن أن $u_{n+1}<1$ أي $u_{n+1}-1<0$

$2\left(\frac{u_n-1}{u_n+4}\right)=\frac{2u_n-2}{u_n+4}=\frac{2u_n+8-10}{u_n+4}=u_{n+1}-1=3-\frac{10}{u_n+4}-1$ عدد سالب لان لان $-2<u_n<1$ و منه $u_{n+1}<1$

و منه $-2<u_{n+1}<1$ إذن من أجل عدد طبيعي n فإن $-2<u_n<1$

الطريقة الثانية :

لدينا الدالة المرفقة هي f حيث $f(x)=\frac{3x+2}{x+4}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x)=\frac{10}{(x+4)^2}$

و منه f متزايدة على المجال $[-2;1]$.

$-2<u_n<1$ و منه نجد $f(-2)<f(u_n)<f(1)$ كون أن f متزايدة أي ان $-2<u_{n+1}<1$

و منه من أجل عدد طبيعي n فإن $-2<u_n<1$

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

$-\frac{(u_n-1)(u_n+2)}{u_n+4}=\frac{-u_n^2-u_n+2}{u_n+4}=\frac{3u_n+2-u_n^2-4u_n}{u_n+4}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}-u_n=u_{n+1}-u_n$ الفرق موجب لأن $-2<u_n<1$

و منه المتتالية متزايدة .

استنتاج أن (u_n) متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$.

تبيين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا

$$\frac{5}{2}v_n=\frac{5}{2}\left(\frac{u_n+2}{1-u_n}\right)=\frac{5u_n+10}{-2u_n+2}=\frac{3u_n+2+2u_n+8}{u_n+4-3u_n-2}=\frac{\frac{3u_n+2}{u_n+4}+2}{1-\frac{3u_n+2}{u_n+4}}=\frac{u_{n+1}+2}{1-u_{n+1}}=v_{n+1}$$

و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0=\frac{u_0+2}{1-u_0}=\frac{\frac{1}{4}+2}{1-\frac{1}{4}}=\frac{9}{3}=3$

كتابة v_n و u_n بدلالة n : $v_n=3\left(\frac{5}{2}\right)^n$

لدينا $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$ أي ان $v_n-u_nv_n=u_n+2$ و منه $u_n+u_nv_n=v_n-2$ أي ان $u_n(1+v_n)=v_n-2$ و

منه $u_n=\frac{v_n-2}{1+v_n}=\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$.

حساب $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \dfrac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n - 2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n} = \lim_{n\to+\infty} \dfrac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n} = 1$

4) حساب المجموع : $S_n = \dfrac{1}{v_0} + \dfrac{5}{v_1} + \dfrac{5^2}{v_2} + ... + \dfrac{5^n}{v_n}$. بوضع $t_n = \dfrac{5^n}{v_n} = \dfrac{5^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n} = \dfrac{2^n}{3}$ و منه (t_n) متتالية هندسية

أساسها 2 و حدها الأول $t_0 = \dfrac{1}{v_0} = \dfrac{1}{3}$ و منه $S_n = t_0 + t_1 + t_2 + ...t_n = t_0\left(\dfrac{2^{n+1}-1}{2-1}\right) = \dfrac{1}{3}\left(2^{n+1}-1\right)$

التمرين الرابع (7 نقاط):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \dfrac{1}{x} - 2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x) = \dfrac{(x-1)^2}{x^2}$:

$g(x) = x - \dfrac{1}{x} - 2\ln(x)$ و $g'(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{x^2+1-2x}{x^2} = \dfrac{(x-1)^2}{x^2}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة g مما سبق نجد أن $g'(x) \geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$.

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g'(x)$	$-$	0	$+$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \dfrac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- اثبات أن $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$ نضع $t = \sqrt{x}$ و منه $\lim_{x\to+\infty}(t) = +\infty$ و منه

$\lim_{x\to+\infty} \dfrac{[\ln(x)]^2}{x} = \lim_{t\to+\infty} \dfrac{[\ln(t^2)]^2}{t^2} = \lim_{t\to+\infty}\left[\dfrac{2\ln(t)}{t}\right]^2 = 0$ لان $\lim_{t\to+\infty}\left[\dfrac{\ln(t)}{t}\right] = 0$ (التزايد المقارن).

حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left[1 + \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{(\ln x)^2}{x} - \dfrac{2}{x}\right] = +\infty$ لان

$\lim_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{(\ln x)^2}{x} - \dfrac{2}{x}\right] = 0$.

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$

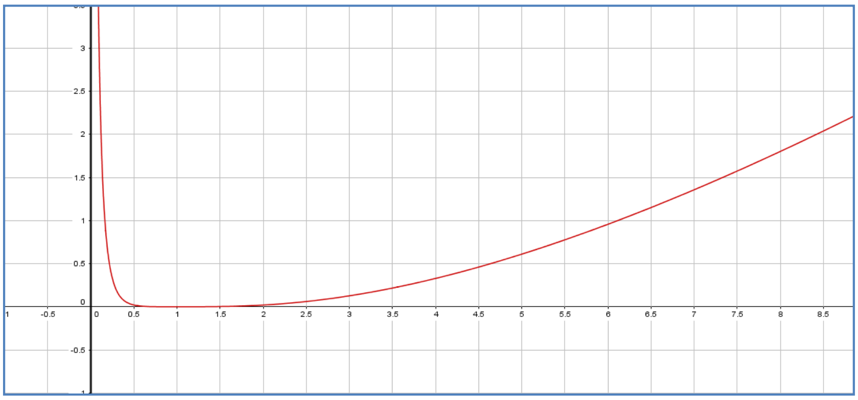
حساب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و منه المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب عموديا معادلته $x=0$.

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ بالحساب $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ و منه

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$

جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$



3- رسم المنحنى (C) :

4- بين أن الدالة $h:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x)$ على $]0,+\infty[$

محققة $h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$

باستعمال التكامل بالتجزئة

تبيين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$

و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u'(x).v(x)dx=\left[x\,(\ln(x))^2\right]_1^e-2\int_1^e\ln(x)dx=e-2\left[x\ln x-x\right]_1^e=e-2$

5- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

و. $\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ منه $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$

$$\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a.$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الاول (5 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$ نحسب المميز $\Delta=-4$ للمعادلة حلين هما $z'=3-i$ و $z''=3+i$

استنتاج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$ مما سبق نجد أن للمعادلة تكافئ $\overline{z}+2=3-i$ او $\overline{z}+2=3+i$ أي ان $\overline{z}=1-i$ او $\overline{z}=1+i$ و منه $z=1+i$ او $z=1-i$ هما حلى المعادلة الأخيرة

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A ،B ،C ،D لاحقاتها

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و $z_D=1-i$ و

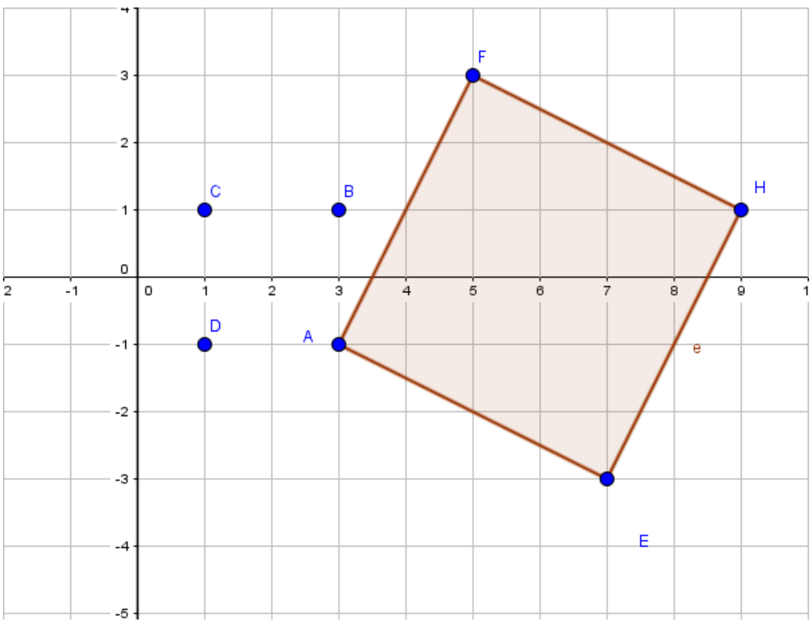
تعيين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$: هي $z'-z_A=i(z-z_A)$ أي $z'-3+i=i(z-3+i)$ و منه $z'=iz+2-4i$

3) E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران r

التحقق أن لاحقة F هي $z_F=5+3i$ لدينا $z_F=iz_E+2-4i=i(7-3i)+2-4i=7i+3+2-4i=5+3i$ محققة

تعيين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$ أي $z_H-z_F=z_E-z_A$ و منه $z_H=z_F+z_E-z_A=5+3i+7-3i-3+i=9+i$.

4)تمثيل النقاط A ،B ،E ،F و H



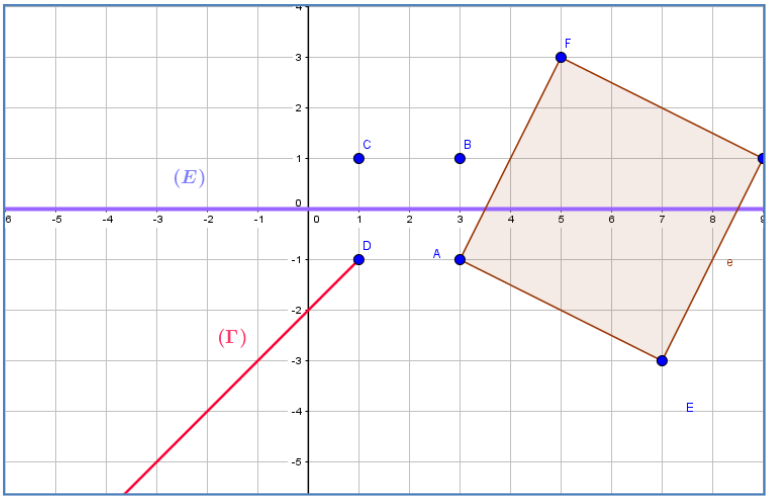
تعيين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$ متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة و فيه ضلعان متجاورتان متقايسان فهو مربع .

5) تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما k يمسح $\mathbb{R}^*$ لدينا $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ يعني أن $z-(1-i)=ke^{-\frac{\pi}{4}i}$ أي ان

$\arg[z-(1-i)]=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ و هذا يعني

$(\overrightarrow{0I};\overrightarrow{DM})=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ و k عدد صحيح

مجموعة النقط هي نصف مستقيم $[DM)$ و الذي معامل توجيهه -1) أي موازي للمنصف الثاني ذي المعادلة $(y=-x$



تعيين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة

z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$ تكافئ $CM=DM$

مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[CD]$.

التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(\boldsymbol{O}\,;\vec{\boldsymbol{i}}\,;\vec{\boldsymbol{j}}\,;\vec{\boldsymbol{k}})$.

ليكن (p_2) و (p_1) المستويان ذا المعادلتين الديكارتيتين على الترتيب :

$$x-2y+4z-9=0 \quad ; \quad -2x+y+z-6=0$$

1) تبين أن (p_2) و (p_1) متعامدان : شعاعيهما الناظميان $\vec{n'}(-2\,;1;1)$ و $\vec{n}(1;-2;4)$ على الترتيب

نحسب الجداء السلمي نجد $1(-2)+(-2)1+4(1)=0$ و منه متعامدان .

نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (p_2) و (p_1) .

تبيين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) هو :
$$\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \quad : \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$$

(D) محتواة في (p_1) يعني $(-7+2t)-2(-8+3t)+4(t)-9=0$ يعني ان 0=0 محققة .

(D) محتواة في (p_2) يعني $-2(-7+2t)+(-8+3t)+(t)-6=0$ يعني ان 0=0 محققة و منه (D) هو تقاطعهما .

2) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) و لتكن A النقطة ذات الإحداثيات $(-9\,;-4;-1)$.

التحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (p_1) و لا إلى المستوي (p_2)

$(-9)-2(-4)+4(-1)-9=0$ أي ان $-18+4=0$ غير محققة و منه A لا تنتمي الى (p_1)

$-2(-9)+(-4)+(-1)-6=0$ أي ان $18-11=0$ غير محققة و منه A لا تنتمي الى (p_2)

ثم نبين أن : $AM^2=14t^2-14t+21$ لدينا $M(-7+2t\,;-8+3t\,;t)$ و منه

$\vec{AM}(2+2t\,;-4+3t\,;t+1)$ و منه $AM^2=(2+2t)^2+(-4+3t)^2+(t+1)^2$ بالنشر و

التبسيط نجد $AM^2=14t^2-14t+21$ و هو المطلوب .

3) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t)=14t^2-14t+21$

دراسة تغيرات الدالة f :

النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

المشتقة : $f'(x)=28t-14$ تنعدم عند $\frac{1}{2}$ و منه f متزايدة على المجال $[0\,;+\infty[$ و متناقصة على المجال $]-\infty;0]$.

جدول تغيراتها

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$\frac{35}{2}$	↗ $+\infty$

أستنتاج إحداثيات M التي تكون فيها المسافة AM أصغرية و نرمز لها في هذه الحالة بـ H : من جدول تغيرات f نستنتج أن قيمة $t=\frac{1}{2}$ و $AH=\sqrt{\frac{35}{2}}$ و منه $H\left(-6\,;-\frac{13}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$

4) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) و المار من النقطة A الشعاع الناظيمي للمستوي (Q) هو شعاع توجيه للمستقيم (D) و منه شعاعه الناظيمي هو $\vec{n''}(2;3;1)$ معادلته الديكارتية من الشكل $2x+3y+z+d=0$ بما انه مار بالنقطة A يعني أن $2(-9)+3(-4)+(-1)+d=0$ و منه $d=31$ و منه المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) هي $2x+3y+z+31=0$.

البرهان أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) يجب أن تكون: H نقطة من (D) و الشعاع $\overrightarrow{AH}$ هو شعاع عمودي على شعاع توجيه هذا المستقيم

$\overrightarrow{AH}\left(3\,;-\frac{5}{2}\,;\frac{3}{2}\right)$ و شعاع توجيه المستقيم (D) هو $\vec{n''}(2;3;1)$ نحسب الجداء السلمي

$$\overrightarrow{AH}.\vec{n''}=6-\frac{15}{2}+\frac{3}{2}=\frac{-12+12}{2}=0$$ و منه محققة

التمرين الثالث (4 نقاط) :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0=2$ ومن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=5-\frac{4}{u_n}$

1) حساب : $u_1=5-\frac{4}{2}=3$ و $u_2=5-\frac{4}{3}=\frac{11}{3}$

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\le u_n\le 4$

لدينا $2\le u_1\le 4$ محققة

نفرض أن $2\le u_n\le 4$ و لنبرهن أن $2\le u_{n+1}\le 4$

$4 \geq u_n \geq 2$ بالقلب نجد $\frac{1}{4} \geq \frac{1}{u_n} \geq \frac{1}{2}$ بالضرب في -4 نجد $-1 \geq -\frac{4}{u_n} \geq -2$ بإضافة 5 نجد

$4 \geq 5-\frac{4}{u_n} \geq 3$ أي ان $4 \geq u_{n+1} \geq 3 \geq 2$ و منه $4 \geq u_{n+1} \geq 2$ إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن

$4 \geq u_n \geq 2$.

2) تبيين أن (u_n) متزايدة : نحسب الفرق

$$\frac{(4-u_n)(-1+u_n)}{u_n} = \frac{5u_n-4-u_n^{\ 2}}{u_n} = u_{n+1}-u_n = 5-\frac{4}{u_n}-u_n$$ الفرق موجب لان $4 \geq u_n \geq 2$ فإن

$4-u_n \geq 0$ و $-1+u_n \geq 0$ و هو المطلوب .

استنتاج أنها متقاربة : بما المتتالية متزايدة و محدود من الأعلى فهي متقاربة .

3) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_{n+1} \leq \frac{4-u_n}{2}$

لدينا $\frac{1}{u_n}(4-u_n) = \frac{-u_n+4}{u_n} = -1+\frac{4}{u_n} = 4-5+\frac{4}{u_n} = 4-u_{n+1}$ و بما ان $4 \geq u_n \geq 2$ بالقلب نجد

$\frac{1}{4} \leq \frac{1}{u_n} \leq \frac{1}{2}$, و منه $4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4-u_n)$.

4) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 4-u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ مما سبق نجد أن $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4-u_n)$

و منه $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4-u_n) \leq \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-1})\right]$ أي $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^2}(4-u_{n-1})$ و ها كذا

$0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^2}(4-u_{n-1}) \leq \frac{1}{2^2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-2})\right]$ أي ان $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^3}(4-u_{n-2})$ .... إلى أن

نصل إلى التعميم $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$ و منه $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$ اي ان

$0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^{n+1}}(2)$ اي ان $0 \leq 4-u_{n+1} \leq \frac{1}{2^n}$ بتعويض نجد $0 \leq 4-u_{n'} \leq \frac{1}{2^{n'-1}}$ و هو المطلوب .

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ بما أن $n'=n+1$ $0 \leq 4-u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 0$ فحسب الحصر

نجد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

التمرين الرابع (7 نقاط) :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

$f(0)=-3$ و هذا يعني $c=-3$

و لدينا $f'(x)=(2ax+b)\ e^{-x}-(ax^2+bx+c)e^{-x}=[-ax^2+(2a-b)x+b-c]e^{-x}$

$f'(0)=3$ يعني أن $b-c=3$; و منه $b=0$

$f(\sqrt{3})=0$ يعني ان $f(\sqrt{3})=(3a-3)e^{-\sqrt{3}}=0$ و منه $a=1$

2- نضع $a=1\ ,\ b=0\ ,\ c=-3$ تصبح $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-3)e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=0$ لأنه بوضع $x=2t$ نجد

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{4t^2}{e^{2t}}\right]=4\lim_{t\to+\infty}\left(\frac{t}{e^t}\right)^2=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2)e^{-x}=+\infty$$

دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^2+2x+3)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$

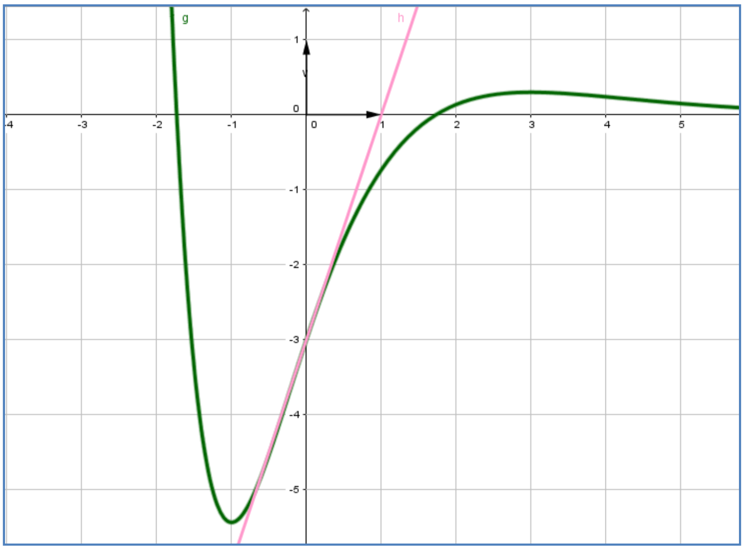
و شكل جدول تغيراتها :

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-2e$ ↗	$\frac{6}{e^3}$ ↘	0

3- كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ معادلة المماس هي $y=3x-3$

تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

$f(x)=0$ يكافئ $x^2-3=0$.اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ نقطتي التقاطع هما $B(\sqrt{3};0)$ و $C(-\sqrt{3};0)$



4- رسم (T) و (C_f)

5- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن

$$f(x)+2f'(x)+f''(x) = 2e^{-x}$$

و $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

$$f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$$

$f''(x)=(-2x+2)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}$ أي ان $f''(x)=(x^2-4x-1)e^{-x}$

و منه $f(x)+2f'(x)+f''(x)=(x^2-3-2x^2+4x+6+x^2-4x-1)e^{-x}=2e^{-x}$

استنتاج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-2f'(x)-f''(x)+2e^{-x}$ و منه الدالة الأصلية للدالة f هي الدالة F حيث $F(x)=-2f(x)-f'(x)-2e^{-x}$ أي $F(x)=-2(x^2-3)e^{-x}-(-x^2+2x+3)e^{-x}-2e^{-x}$ أي $F(x)=(-2x^2+6)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}-2e^{-x}$ و منه $F(x)=(-x^2-2x+1)e^{-x}$

6- حساب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$ هي

$$A=\int_1^{\sqrt{3}}-f(x)dx+\int_{\sqrt{3}}^{3}f(x)dx=[-F(x)]_1^{\sqrt{3}}+[F(x)]_{\sqrt{3}}^{3}=(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}$$

$$A=\left[(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}\right]u.a$$

7- m وسيط حقيقي ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$

المعادلة تكافئ $me^x=-(x^2-3)$ أي ان $-m=(x^2-3)e^{-x}$ يكافئ $-m=f(x)$

حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=-m$

المناقشة

لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان (Δ_m) و (C_f) لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .

لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.

لما $-3>-m>-2e$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين

لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .

لما $-3<-m\le 0$ أي ان $0\le m<3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .

لما $0<-m<\frac{6}{e^3}$ أي ان $-\frac{6}{e^3}<m<0$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

لما $-m=\frac{6}{e^3}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتhن فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة

لما $-m>\frac{6}{e^3}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .

انتهى الموضوع الثاني

اختبار بكالوريا تجريبي شعبة الثالثة علوم تجريبية

الموضوع الأول

التمارين	عناصر الإجابة	التنقيط مجزأة	التنقيط كاملة
التمرين الأول	1) اثبات أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع معناه ان $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و لدينا $\overrightarrow{AD}(-2\,;3\,;0)$ و $\overrightarrow{BC}(-2;3;0)$ و منه محققة اثبات أن المعادلة ديكارتية للمستوى (ABC) هي $3x+2y+z-5=0$ لنبين أن النقط الثلاثة تنتمي إلى هذا المستوى A و B و C 2) تعين معادلة ديكارتية للمستوى (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوى (ABC) ليكن شعاع الناظمي للمستوى (Q) هو $\overrightarrow{n'}(1;-4;5)$ و منه معادلة (Q) هي $x-4y+5z+3=0$ 3) تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2\,;0\,;-3)$ و العمودي على المستوي (Q) $\begin{cases}x=t-2\\y=-4t\quad ;t\in IR\\z=5t-3\end{cases}$ 4) كتابة معادلة ديكارتية لسطح الكرة S الذي مركزه H و مماس للمستوى $(\ ABC\ )$ نحسب $d(H\,;\ ABC)=\dfrac{\lvert 3(-2)+2(0)+(-3)-5\rvert}{\sqrt{3^2+2^2+1^2}}=\sqrt{14}$ $x^2+y^2+z^2+4x+6z-1=0$ دراسة الوضع النسبي بين سطح الكرة S و المستقيم $(\ CD\ )$ التمثيل الوسيطي للمستقيم $(\ CD\ )$ $\begin{cases}x=-t`\\y=t`+3;\ t`\in IR\\z=t`-1\end{cases}$ و منه نعوض في المعادلة الديكارتية للسطح S نجد $t`^2+(t`+3)^2+(t`-1)^2-4t`+6(t`-1)-1=0$ و منه   $3t`^2+6t`+3=0$ و هذا يكافئ $t`^2+2t`+1=0$ و منه للمعادلة حل مضاعف هو $t`=-1$ إذن سطح الكرة يتقاطع مع المستقيم في نقطة أي انه مماس للسطح في النقطة $K(1;2;-2)$.	0.25 0.75 0.5 0.5 0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.5	04 ن
التمرين الثاني	1) حلول المعادلة $z=\sqrt{3}$ و نحسب المميز $\Delta=-1$ للمعادلة حلين هما $z'=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z''=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ 2) اثبات أن $z_A^{1962}+z_C^{2016}=0$ نكتب العددان على الشكل الأسي $z_A=e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_C=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_A^{1962}=e^{-327\pi i}=-1$ و $z_C^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{2016}$ و منه $z_C^{2016}=e^{336\pi i}=1$ و منه $-1+1=0$ تعيين قيم العد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب	1 . 0.5 0.5	5ن

	0.5 0.5 0.5 0.5 1	$n=6k$ و k عدد طبيعي 3) كتابة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=e^{-\frac{\pi}{3}i}$ المثلث ABC متقايس الأضلاع . 4) تعيين z_E لاحقة النقطة E : $z_E=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ اثبات أن النقط A ؛ C و E في استقامية لدينا $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AC}$ و منه النقط A ؛ C و E في استقامية. 5) تعين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا ($z\neq z_C$) يعني أن $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k : k\in Z$ و هذا يعني أن $\left(\overrightarrow{MC};\overrightarrow{MA}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k$ و منه $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=0$ و منه مجموعة النقط M هي الدائرة ذات القطر $[AC]$.	
4 ن	0.25 0.25 0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	1) تعيين العددين الحقيقيين a ، b : $a=3$ ، $b=-10$ البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2<u_n<1$ لدينا $u_0=\frac{1}{4}$ و منه $-2<u_0<1$ محققة نفرض أن $-2<u_n<1$ و لنبرهن أن $-2<u_{n+1}<1$ نبرهن أن $-2<u_{n+1}$ أي $2+u_{n+1}>0$ $\frac{5u_n+2}{u_n+4}=\frac{5u_n+12-10}{u_n+4}=2+3-\frac{10}{u_n+4}$ $2+u_{n+1}=$ موجبة لان $2+u_n>0$ و منه $2+u_{n+1}>0$. نبرهن أن $u_{n+1}<1$ أي $u_{n+1}-1<0$ $u_{n+1}-1=3-\frac{10}{u_n+4}-1=\frac{2u_n+8-10}{u_n+4}=\frac{2u_n-2}{u_n+4}=2\left(\frac{u_n-1}{u_n+4}\right)$ عدد سالب لان لان $-2<u_n<1$ و منه $u_{n+1}<1$ و منه $-2<u_{n+1}<1$ إذن من أجل كل عدد طبيعي n فإن $-2<u_n<1$ 2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)(u_n+2)}{u_n+4}$ الفرق موجب لأن $-2<u_n<1$ و منه المتتالية متزايدة . استنتاج أن (u_n) متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة . 3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$. تبيين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا $v_{n+1}=\frac{5}{2}v_n$ و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0=3$ كتابة v_n و u_n بدلالة n : $v_n=3\left(\frac{5}{2}\right)^n$	التمرين الثالث

و منه $u_n=\dfrac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$. — 0.25

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$ — 0.25

4) حساب المجموع : $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{5}{v_1}+\dfrac{5^2}{v_2}+.....+\dfrac{5^n}{v_n}$. منه $S_n=\dfrac{1}{3}\left(2^{n+1}-1\right)$ — 1

التمرين الرابع — 7 ن

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$: — 0.5

استنتاج اتجاه تغير الدالة g مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. — 0.5

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي — .

x	0		1		$+\infty$
إشارة $g'(x)$		$-$	0	$+$	

— 0.5

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ اثبات أن

1- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ نضع $t=\sqrt{x}$ و منه $\lim\limits_{x\to+\infty}(t)=+\infty$ و منه — 0.5

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{[\ln(t^2)]^2}{t^2}=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\dfrac{2\ln(t)}{t}\right]^2=0$ لأن $\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\dfrac{\ln(t)}{t}\right]=0$ (التزايد المقارن).

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. — 0.25

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$: ل — 0.25

حساب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=+\infty$ و منه المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقارب — 0.25

عموديا معادلته $x=0$. — 0.25

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ — 0.5

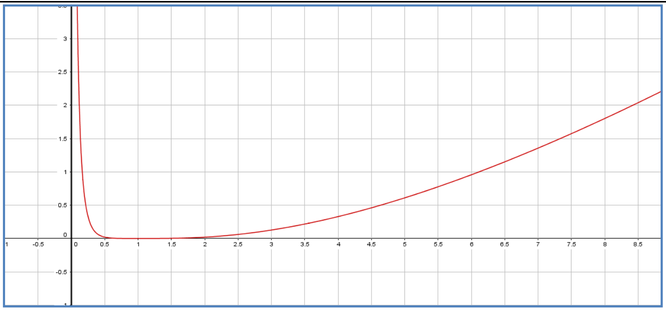
جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

— 0.5

3- رسم المنحنى (C) :

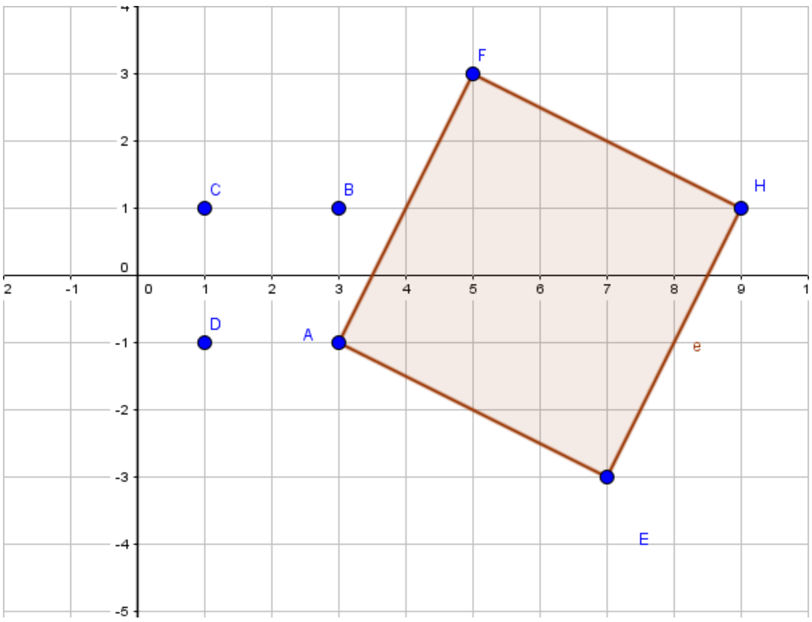
4- بين أن الدالة $h:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x)$ على $]0,+\infty[$

كاملة	مجزأة	عناصر الإجابة	التمارين
	1		
	0.25	$h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$ محققة باستعمال التكامل بالتجزئة	
	0.75	تبيين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$ و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u'(x).v(x)dx=\left[x(\ln(x))^2\right]_1^e-2\int_1^e\ln(x)dx=e-2\left[x\ln x-x\right]_1^e=e-2$ 5- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$	
	1	$\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ و منه $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$ $\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a$.	

الموضوع الثاني

التنقيط		عناصر الإجابة	التمارين
كاملة	مجزأة		
04 ن		**التمرين الاول (5 نقاط) :**	التمرين الأول
	0.5	1) حلو المعادلةل في نحسب المميز $\Delta=-4$ للمعادلة حلين هما $z'=3-i$ و $z''=3+i$	
	0.5	استنتاج حلول المعادلة $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$ مما سبق نجد أن منه $z=1+i$ او $z=1-i$ هما حلى المعادلة الأخيرة	
	1	2) تعيين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$: هي $z'-z_A=i(z-z_A)$ أي $z'-3+i=i(z-3+i)$ و منه $z'=iz+2-4i$	
	0.5	3) التحقق أن لاحقة F هي $z_F=5+3i$ لدينا $z_F=5+3i$ محققة	
	0.5	تعيين لاحقة النقطة H صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$ أي $z_H=9+i$.	

4) تمثيل النقاط A، B، E، F و H

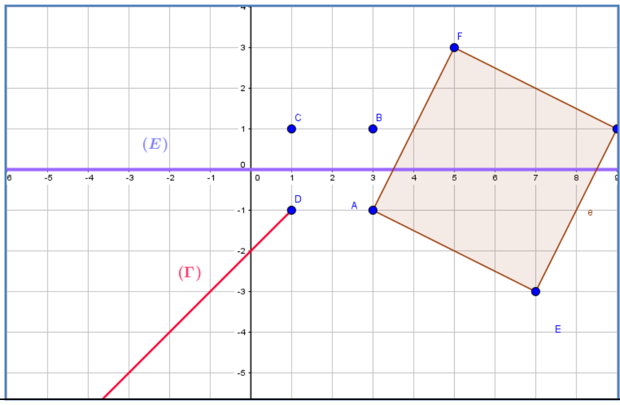


تعيين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$ متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة و فيه ضلعان متجاورتان متقايسان فهو مربع . 0.5

5) تعيين المجموعة (Γ) هي نصف مستقيم $[DM)$ و الذي معامل توجيهه -1 (أي موازي للمنصف الثاني ذي المعادلة $y=-x$) 0.5

تعيين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$ 0.5

تكافئ $CM=DM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[CD]$. 0.5



التمرين الثاني: 4

-1 تبين أن (p_2) و (p_1) متعامدان : شعاعيهما الناظميان $\vec{n'}(-2\,;1;1)$ و $\vec{n}(1;-2;4)$ على الترتيب نحسب الجداء السلمي نجد $1(-2)+(-2)1+4(1)=0$ و منه متعامدان . 0.5

نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (p_2) و (p_1) .

تبيين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) هو : 0.25

$$\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \quad : \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$$

(D) محتواة في (p_1) يعني $(-7+2t)-2(-8+3t)+4(t)-9=0$ يعني ان 0=0 محققة . 0.25

(D) محتواة في (p_2) يعني $-2(-7+2t)+(-8+3t)+(t)-6=0$ يعني ان 0=0 محققة و منه (D) هو تقاطعهما . 0.25

-2 التحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي (p_1) و لا إلى المستوي (p_2) 0.25

<table>
<tr>
<td></td>
<td>0.5

0.5

0.5

0.5

0.5</td>
<td>
تبين أن : $AM^2 = 14t^2 - 14t + 21$.
3) لتكن f الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t) = 14t^2 - 14t + 21$
دراسة تغيرات الدالة f :
النهايات $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
المشتقة : $f'(x) = 28t - 14$ تنعدم عند $\frac{1}{2}$ و منه f متزايدة على المجال $]0;+\infty[$ و متناقصة على المجال $]-\infty;0[$.
جدول تغيراتها
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ $\frac{1}{2}$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $\frac{35}{2}$ ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>
أستنتاج إحداثيات M التي تكون فيها المسافة AM أصغرية و نرمز لها في هذه
$H\left(-6 ; -\frac{13}{2} ; \frac{1}{2}\right)$
4) المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) هي $2x + 3y + z + 31 = 0$.
البرهان أن H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) :
الجداء السلمي $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{n''} = 6 - \frac{15}{2} + \frac{3}{2} = \frac{-12+12}{2} = 0$ و منه محققة
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>+0.25
0.25

0.5

0.5</td>
<td>
1) حساب : $u_1 = 5 - \frac{4}{2} = 3$ و $u_2 = 5 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$
البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \le u_n \le 4$
لدينا $2 \le u_1 \le 4$ محققة
نفرض أن $2 \le u_n \le 4$ و لنبرهن أن $2 \le u_{n+1} \le 4$
$2 \le u_n \le 4$ بالقلب نجد $\frac{1}{4} \le \frac{1}{u_n} \le \frac{1}{2}$ بالضرب في -4 نجد $-2 \le -\frac{4}{u_n} \le -1$
بإضافة 5 نجد $3 \le 5 - \frac{4}{u_n} \le 4$ أي ان $3 \le u_{n+1} \le 4$ و منه $2 \le 3 \le u_{n+1} \le 4$ إذن $2 \le u_{n+1} \le 4$
من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2 \le u_n \le 4$.
</td>
<td>التمرين الثالث</td>
</tr>
</table>

	0.5 1 0.5 0.5	2) تبيين أن (u_n) متزايدة : نحسب الفرق $u_{n+1}-u_n=\frac{(4-u_n)(-1+u_n)}{u_n}$ الفرق موجب. استنتاج أنها متقاربة : بما المتتالية متزايدة و محدود من الأعلى فهي متقاربة . 3- البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_{n+1}\le\frac{4-u_n}{2}$ لدينا $4-u_{n+1}=\frac{1}{u_n}(4-u_n)$ و بما ان $2\le u_n\le 4$ بالقلب نجد $\frac{1}{4}\le\frac{1}{u_n}\le\frac{1}{2}$, و منه $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$. 4- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le 4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ مما سبق نجد أن $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$ و منه $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)\le\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-1})\right]$ أي $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^2}(4-u_{n-1})$ و ها كذا $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^2}(4-u_{n-1})\le\frac{1}{2^2}\left[\frac{1}{2}(4-u_{n-2})\right]$ أي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^3}(4-u_{n-2})$ .... إلى أن نصل إلى التعميم $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$ و منه $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(4-u_0)$ اي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n+1}}(2)$ اي ان $0\le 4-u_{n+1}\le\frac{1}{2^{n}}$ بتعويض نجد $0\le 4-u_{n'}\le\frac{1}{2^{n'-1}}$ و هو المطلوب . حساب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ بما أن $n'=n+1$ $0\le 4-u_n\le\frac{1}{2^{n-1}}$ و $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=0$ فحسب الحصر نجد $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$	
7) نقاط) :	1 +0.25 0.25	1- تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c : $b=0$ و $a=1$ و $a=-3$ 2- $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$ ..... حساب $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$	التمرين الرابع

0.25 دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$ إشارتها

من إشارة $(-x^2+2x+3)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$

و شكل جدول تغيراتها :

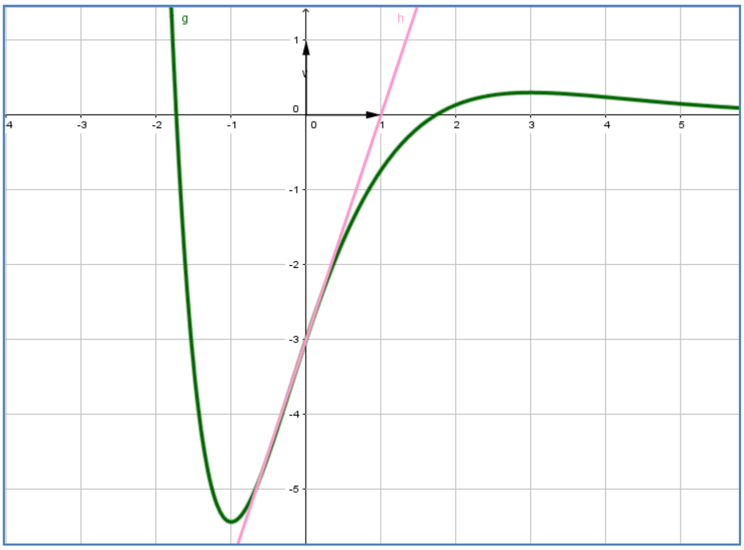
0.25

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-2e$ ↗	$\frac{6}{e^3}$ ↘	0

0.5 3- كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ معادلة المماس هي $y=3x-3$

تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

0.5 $f(x)=0$ يكافئ $x^2-3=0$. اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ نقطتي التقاطع هما $B(\sqrt{3};0)$ و $C(-\sqrt{3};0)$



1 4- رسم (T) و (C_f)

5- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن

$$f(x)+2f'(x)+f''(x) = 2e^{-x}$$

0.5 $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$ و $f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$

أي ان $f''(x)=(-2x+2)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}$

$f''(x)=(x^2-4x-1)e^{-x}$

و منه

$$f(x)+2f'(x)+f''(x)=(x^2-3-2x^2+4x+6+x^2-4x-1)e^{-x}=2e^{-x}$$

استنتاج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-2f'(x)-f''(x)+2e^{-x}$ و منه الدالة الأصلية للدالة f هي الدالة F حيث $F(x)=-2f(x)-f'(x)-2e^{-x}$ أي

0.5 أي $F(x)=-2(x^2-3)e^{-x}-(-x^2+2x+3)e^{-x}-2e^{-x}$

و منه $F(x)=(-2x^2+6)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}-2e^{-x}$

$$F(x)=\left(-x^{2}-2x+1\right)e^{-x}$$

6- حساب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$ هي

1 $$A=\int_{1}^{\sqrt{3}}-f(x)dx+\int_{\sqrt{3}}^{3}f(x)dx=\left[-F(x)\right]_{1}^{\sqrt{3}}+\left[F(x)\right]_{\sqrt{3}}^{3}=\left(4+4\sqrt{3}\right)e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}$$

$$A=\left[\left(4+4\sqrt{3}\right)e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}\right]u.a$$

7- m وسيط حقيقي ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة

$$x^{2}-3+me^{x}=0$$

0.25 المعادلة تكافئ $me^{x}=-\left(x^{2}-3\right)$ أي ان $-m=\left(x^{2}-3\right)e^{-x}$ يكافئ

$-m=f(x)$

حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ المستقيم $\left(\Delta_m\right)$ ذو المعادلة

0.75 $y=-m$

المناقشة

لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .

لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.

لما $-3>-m>-2e$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين

لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .

لما $0\geq -m>-3$ أي ان $0\leq m<3$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .

لما $\frac{6}{e^{3}}>-m>0$ أي ان $-\frac{6}{e^{3}}<m<0$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

لما $-m=\frac{6}{e^{3}}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^{3}}$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتhن فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة

لما $-m>\frac{6}{e^{3}}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^{3}}$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .