

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الاول: (06 نقاط )

(1) نعتبر كثير حدود ذات المجهول المركب  $z$  التالي :  $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (13 + 12i)z - 39i$

أ/ بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلا تخيليا صرفا ، يطلب تعيينه

ب/ عين الأعداد الحقيقية  $a, b$  و  $c$  بحيث يكون من كل عدد مركب  $z$  :  $P(z) = (z - 3i)(az^2 + bz + c)$

ج/ حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول المركب  $z$  التالية :  $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .  $A, B, C$  و  $D$  أربع نقط من المستوي لواحقتها

على الترتيب :  $z_A = 3i$  ,  $z_B = \overline{z_A}$  ,  $z_C = 2 - 3i$  ,  $z_D = i$

أ ( اكتب العبارة المركبة للتشابه  $S$  الذي مركزه  $B$  ويحول  $C$  إلى  $A$

ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  ، ثم احسب مساحته .

ج) لتكن النقطة  $E$  صورة النقطة  $A$  بالتحويل  $S$ . استنتج مساحة المثلث  $ABE$

(3) أ) احسب العدد  $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B}$  ، ثم استنتج أن صورة  $A$  بتحويل نقطي  $f$  يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

ب) عين طبيعة التحويل  $f \circ S$  وعناصره المميزة .

(4) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث :  $z = z_A + 6e^{\theta i}$  حيث  $(\theta \in \mathbb{R})$

أ) تحقق أن  $B$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$

ب) عين المجموعة  $(\Gamma)$

التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  تعطى النقط :

$A(-1, 1, 3)$  ,  $B(1, 0, -1)$  ,  $C(2, -1, 1)$  ,  $D(2, 0, -1)$  و المستوي  $(P)$  ذي المعادلة :  $2y + z + 1 = 0$

المطلوب : أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

(1) النقط  $C, B, D$  تعين مستويا حيث :  $(\alpha, t) \in \mathbb{R}^2$  /  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -\alpha \\ z = -1 + 2\alpha \end{cases}$  تمثيل وسيطي له

(2) المستقيم  $(BC)$  محتوي في المستوي  $(P)$ .

(3) سطح الكرة  $(S)$  ذات المركز  $A$  ونصف القطر  $R = \frac{6}{5}$  تماس المستوي  $(P)$ .

(4) المستوي المحوري للقطعة  $[BC]$  عمودي على المستوي  $(P)$ .

(5) النقطة  $C$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(BCD)$ .

**التمرين الثالث : (04 نقاط )**

( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = u_n \cdot e^{-u_n}$

(1) ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 0$

ب) بين أن ( $u_n$ ) متناقصة تماما

ج) استنتج أن ( $u_n$ ) متقاربة , ثم احسب نهايتها

(2) ( $w_n$ ) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $w_n = \ln(u_n)$

ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = w_n - w_{n+1}$

ب) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي  $n$  المجموع :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

بين أن  $S_n = w_0 - w_{n+1}$  ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

**التمرين الرابع : (07 نقاط )**

(I) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$

(1) أ) عين نهايتي الدالة  $g$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب  $g(0)$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(II)  $f$  دالة العددية معرفة على  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$

نرمزبـ ( $C_f$ ) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ )

(1) عين نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$

(2) بين أن ( $C_f$ ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا ( $\Delta$ ) يطلب تعيين معادلة له .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن ( $C_f$ ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-3,5 < \alpha < -3$  و  $0,5 < \beta < 1$

(5) ارسم ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ )

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة  $x \rightarrow x e^{2x}$  التي تتعدم من أجل  $x = 0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ ( $C_f$ ) والمستقيم ( $\Delta$ ) والمستقيمين ذي المعادلتين  $x = 0$  و  $x = 1$

(III)  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  كما يلي :  $h(x) = \frac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم :  $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

## الموضوع الثاني

### التمرين الاول : (05 نقاط )

1- نعتبر العدد المركب  $a$  حيث :  $a = -2 + 2i\sqrt{3}$

(ا) اكتب  $a$  على الشكل الآسي

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  العدد  $a^{3n}$  حقيقي

(ج) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول المركب  $z$  التالية :  $z^2 = a$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقط  $A; B$  و  $C$  ذات اللواحق على الترتيب

$$z_A = -2, \quad z_B = -1 - i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_C = -1 + i\sqrt{3}$$

(ا) بين أن  $A; B$  و  $C$  تنتمي إلى نفس الدائرة , التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

(ب) أنشئ بدقة النقط  $A; B$  و  $C$

(ج) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  ثم استنتج أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين

(د) ما طبيعة الرباعي  $OCAB$  ؟

3- نعتبر  $S$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث :

$$z' = (1 + i)z - 2$$

(ا) حدد طبيعة التحويل  $S$  و عناصره المميزة

(ب) عين لاحقة  $I'$  صورة  $I$  مركز ثقل الرباعي  $OCAB$  بالتحويل  $S$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقطتان  $A(8; 0; 8)$  و  $B(10; 3; 10)$  و المستقيم  $(D)$

$$\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 1 + 2t, \dots, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{المعرف بالتمثيل الوسيط}$$

(1) أ/ عين تمثيل وسيطي للمستقيم  $(AB)$

ب/ بين إن المستقيمان  $(D)$  و  $(AB)$  ليسا من نفس المستوي

(2) ليكن  $(P)$  المستوي الموازي لـ  $(D)$  و يحوي  $(AB)$

(ا) بين أن  $\vec{n}(2; -2; 1)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(P)$

(ب) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$

(3)  $M$  نقطة كيفية من المستقيم  $(D)$  . بين أن المسافة بين  $M$  و المستوي  $(P)$  مستقلة عن اختيار  $M$

(4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(xoy)$

### التمرين الثالث: (04 نقاط )

لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $N$  كما يلي:  $u_0 = 8$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$  .  
المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ) أنشئ  $(D)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$  والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  .

ب) مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود  $u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3$  . مع إبراز خطوط التمثيل

ج) ما تخمينك حول تقارب و اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ؟

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : 4 < u_n \leq 8$  .

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما .

ج) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = u_n - 4$  .

أ) أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

ج) اكتب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$  . ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

### التمرين الرابع : (07 نقاط )

$f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x + 1 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(C) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (الوحدة 2cm)

1. أ/ أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$  :  $f(-x) + f(x) = 2$  ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C) ؟

ب/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ج/ تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $]1; +\infty[$  فإن :  $f(x) = x + 1 + \ln(x-1) - \ln(x+1)$  ثم أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$

على المجال  $]1; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ/ بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) عند  $+\infty$  يطلب تعيين معادلة له.

ب/ بين أن المنحنى (C) تحت المستقيم (D) على المجال  $]1; +\infty[$

3. بين أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $a$  من المجال  $]1, 2; 1, 3[$

4. أحسب  $f(2)$  ،  $f(3)$  ثم أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $f(x) = x + m$

6. أ/ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة  $g$  حيث :  $g(x) = \ln(x + \beta)$  على المجال  $]-\beta; +\infty[$  حيث  $\beta$

عدد حقيقي معلوم التي تنعدم من أجل  $x = 2$  ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]1; +\infty[$

ب/ أحسب بالسنتيمترالمربع  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدد بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين

معادلتاهما :  $x = 2$  و  $x = 3$

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبي دورة 2017

المدة : 3 ساعات

الشعبة : علوم تجريبية

إختبار مادة : الرياضيات

العلامة	الموضوع الأول	
	عناصر الإجابة	مجزأ
5 ن	<b>التمرين الأول: (5 ن)</b>	
0.25	..... $z = 3i$ إذن , $\alpha = 3$ معناه $p(\alpha i) = 0$ أ (1	
0.5	..... $p(z) = (z - 3i)(z^2 - 4z + 13)$ ب (	
0.75	..... $z_0 = 3i ; z_1 = 2 - 3i ; z_2 = 2 + 3i ; \Delta = -36 = (6i)^2$ ج (حل المعادلة :	
0.5	..... $z' = 3iz - 3i - 9$ أو $(z' + 3i) = 3i(z + 3i)$ : العبارة المركبة للتشابه s أ (2	
0.5	..... $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = 3i$ ومنه $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2}$ إذن $ABC$ قائم في $B$ ب (	
0.25	..... مساحته : $6 ua$	
0.5	..... $S_{ABE} = 6 \times 3^2 = 54 ua$ ومنه $ABE$ صورة المثلث $ABC$ ومنه ج (المثلث	
0.5	..... $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B} = \frac{3}{2}$ ومنه $f$ هو تحاك نسبته $\frac{3}{2}$ ومركزه $B$ أ (3	
0.5	..... $\frac{\pi}{2}$ وزاويته $3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ ونسبته $B$ مركزه $f$ هو تشابه مباشر مركزه $B$ ومنه ب (	
0.25	..... $ z_B - z_A  =  -6i  = 6$ ومنه $B$ تنتمي إلى $(\gamma)$ أ (4	
0.5	..... $(\gamma)$ هي دائرة مركزها $A$ ونصف قطرها 6 ب (	
1	<b>التمرين الثاني: (4 ن)</b>	
1	..... $t = -3 ; \alpha = 1$ تحقق الجملة من أجل $C$ صحيح: إحدائيات (1	
	..... $t = -2 ; \alpha = 0$ تحقق الجملة من أجل $B$ إحدائيات	
	..... $t = -3 ; \alpha = 0$ تحقق الجملة من أجل $D$ إحدائيات	
0.5	..... $(p)$ صحيح : إحدائيات $C$ و $B$ تحقق معادلة المستوي (2	
0.5	..... $d(A; p) = \frac{6}{\sqrt{5}} > \frac{6}{5}$ خطأ : (3	
1	..... $\overrightarrow{BC} \cdot \vec{n} = 0$ ; $\vec{n}(0; 2; 1)$ ; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$ صحيح : (4	
1	..... $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} \neq 0$ ; $\overrightarrow{AC}(3; -2; -2)$ ; $\overrightarrow{BC}(1; -1; 2)$ خطأ : (5	

4 ن

التمرين الثالث: (4 ن)

0.75 (1) أ)  $U_0 > 0$  محققة ; نفرض  $U_n > 0$  ولدينا  $e^{-U_n} > 0$  ومنه  $U_n e^{-U_n} > 0$  إذن  $U_{n+1} > 0$  ..

0.5 ب)  $U_{n+1} - U_n = U_n(e^{-U_n} - 1)$  و  $e^{-U_n} < 1$  ومنه  $(U_n)$  متناقصة .....

0.25 ج)  $(U_n)$  متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة .....

0.75 نضع  $\lim U_n = l$  ومنه  $l = l e^{-l}$  إذن  $l = 0$  .....

0.5 (2) أ)  $W_n - W_{n+1} = l \quad n - \ln U_n e^{-U_n} = \ln \frac{U_n}{U_n e^{-U_n}} = U_n$  .....

0.5 ب)  $S_n = (W_0 - W_1) + (W_1 - W_2) + \dots + (W_n - W_{n+1}) = W_0 - W_{n+1}$  .....

0.75  $\lim S_n = +\infty$  ومنه  $\lim W_n = \lim \ln U_n = -\infty$  .....

التمرين الرابع: (7 ن)

0.5 1. أ)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$  .....

0.75 ب)  $g'(x) = 2e^{2x}(-2 - 2x)$  .....

إشارة  $g'(x)$  :  $-\infty \quad + \quad -1 \quad - \quad +\infty$

$g$  متزايدة تماما على  $]-\infty; -1]$

$g$  متناقصة تماما على  $[-1; +\infty[$  . جدول التغيرات  $g(-1) = 1 + e^{-2}$

0.5 2)  $g(0) = 0$  إشارة  $g(x)$  :  $-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad +\infty$  .....

0.5 1. II)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + 3 - \frac{1}{2}(2xe^{2x}) = -\infty$  .....

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(1 + \frac{3}{x} - e^{2x}) = -\infty$

0.25 2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{2}(2xe^{2x}) = 0$  .....

$y = x + 3$  م م م عند  $-\infty$

0.5 3)  $f'(x) = 1 - (e^{2x} + 2xe^{2x}) = g(x)$  .....

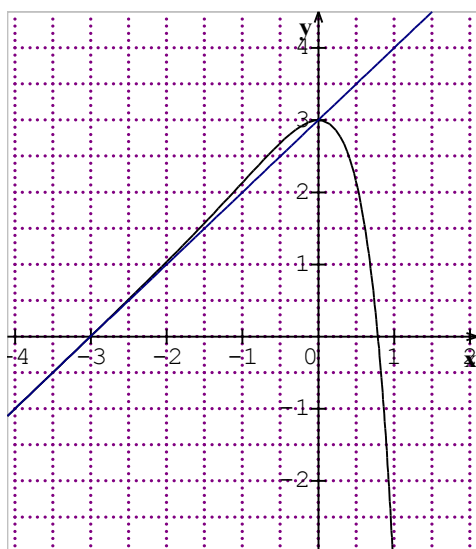
0.5  $f$  متزايدة على  $]-\infty; 0]$  ومتناقصة على  $[0; +\infty[$  ' جدول التغيرات و  $f(0) = 3$

0.5 4)  $f$  مستمرة ورتيبة على كل من المجالين  $[-3.5; -3]$  و  $[0.5; 1]$  و .....

$f(0.5) = 2.14$  و  $f(-3) = 0.007$  و  $f(-3.5) = -0.49$

و  $f(1) = -3.3$  حيث:  $f(0.5) \times f(1) < 0$  و  $f(-3.5) \times f(-3) < 0$

0.75



0.5

0.5

..... (5) الرسم

(6) أ)  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$ :  $F(x) = \left[ \left( \frac{1}{2}t - \frac{1}{4} \right) e^{2t} \right]_0^x$

.....  $F(x) = \frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{4}$

..... (ب) مساحة الحيز:  $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$  ua

0.25

..... III. أ)  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 3 - \frac{1}{x}e^{\frac{2}{x}} = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x} = h(x)$

..... (ب)  $h'(x) = -\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$

1

$h$  متناقصة على  $]-\infty; 0[$  و متزايدة على  $]0; +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 3; \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$$

جدول التغيرات للدالة  $h$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-		+
$h(x)$	3		3

		الموضوع الثاني	عناصر الإجابة	العلامة
				مجزأ
5ن		<b>التمرين الأول (5 ن )</b>		
	0.5	(1) أ) $a = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$ .....		
	0.5	ب) $a^{3n} = 64^n$ ومنه $a \in IR$ .....		
	0.75	ج) $z^2 = a$ يعني $z = 1 + i\sqrt{3}$ أو $z = -1 - i\sqrt{3}$ .....		
		(2) أ) لدينا $ z_A  =  z_B  =  z_C  = 2$ ومنه $OA = OB = OC = 2$ .....		
	0.5	$A; B; C$ تنتمي إلى الدائرة ذات المركز $O$ ونصف القطر 2		
	0.75	ب) الإنشاء: $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة وإلى المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ .....		
	0.75	ج) $\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{2\pi}{3}$ .....		
	0.25	ومنه $\frac{AC}{AB} = 1$ متساوي الساقين $ABC$ .....		
	0.25	د) الرباعي $OACB$ معين .....		
	0.5	(3) أ) التحويل النقطي $S$ هو تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ومركزه ذو اللاحقة $-2i$ ...		
	0.25	ب) $z_I = -1$ ومنه $z_{I'} = -3 - i$ .....		
		<b>التمرين الثاني: (4 ن )</b>		
4ن	1	(1) $(AB): \begin{cases} x = 8 + 2k \\ y = 3k \\ z = 8 + 2k \end{cases} \quad (k \in IR)$ .....		
	0.75	(2) لدينا $\overrightarrow{AB}(2; 3; 2)$ و $\overrightarrow{u_D}(3; 2; -2)$ ومنه $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ ولا توجد ثنائية $(t; k)$ تحقق الجملة .		
		$\begin{cases} -5 + 3t = 8 + 2k \\ 1 + 2t = 3k \\ -2t = 8 + 2k \end{cases}$		
	0.5	(3) أ) $\vec{n}(2; -2; 1)$ ناظمي للمستوي $(p)$ لأن: $\vec{n} \cdot \overrightarrow{u_D} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .....		
	0.75	ب) $(p): 2x - 2y + z - 24 = 0$ .....		



	0.5	<p>..... <math>d(M; p) = 12</math> (ج)</p>
	0.5	<p>..... <math>(p) \cap (xoy): \begin{cases} x = k' \\ y = k' - 12 \\ z = 0 \end{cases} \quad (k' \in IR)</math> (4)</p> <p><b>التمرين الثالث: (4 ن )</b></p> <p>0.5 ..... (1 أ) التمثيل البياني للمستقيمين</p> <p>0.5 ..... (ب) تمثيل الحدود <math>U_3; U_2; U_1; U_0</math></p> <p>0.25 ..... (ج) التخمين : المتتالية <math>(U_n)</math> متناقصة ومتقاربة نحو 4</p> <p>0.5 ..... (2 أ) <math>4 &lt; U_0 \leq 8</math> محققة ; نفرض <math>4 &lt; U_n \leq 8</math> ومنه <math>4 &lt; \frac{1}{4}U_n + 3 \leq 5</math> ومنه ..... <math>4 &lt; U_{n+1} \leq 8</math></p> <p>0.5 ..... (ب) <math>U_{n+1} - U_n = \frac{1}{4}U_n + 3 - U_n = -\frac{3}{4}U_n + 3</math> وبمأن <math>4 &lt; U_n \leq 8</math> فإن : ... <math>U_{n+1} - U_n &lt; 0</math> ومنه <math>(U_n)</math> متناقصة</p> <p>0.25 ..... (ج) بمأن <math>(U_n)</math> متناقصة على <math>IN</math> ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فهي متقاربة</p> <p>0.5 ..... (3 أ) <math>(V_n)</math> هندسية أساسها <math>\frac{1}{4}</math> وحدها الأول 4</p> <p>0.25 ..... (ب) <math>U_n = (\frac{1}{4})^{n-1} + 4</math></p> <p>0.25 ..... لأن <math>-1 &lt; \frac{1}{4} &lt; 1</math> <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4</math></p> <p>0.5 ..... (ج) <math>S_n = \frac{1}{12}(4^{n+1} - 1)</math> و <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty</math></p>
ن7	0.5 0.25 0.5	<p><b>التمرين الرابع: (7 ن )</b></p> <p>0.5 ..... (1 أ) <math>f(x) + f(-x) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 2</math></p> <p>0.25 ..... النقطة (0,1) مركز تناظر لـ <math>(C_f)</math></p> <p>0.5 ..... (ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty</math></p> <p>..... (ج) <math>x + 1 &gt; 0</math> و <math>x - 1 &gt; 0</math> ومنه <math>\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \ln(x-1) - \ln(x+1)</math></p>

0.5 ..... إذن  $f(x) = \ln(x-1) - \ln(x+1) + x + 1$

1

$$f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

$f$  متزايدة على المجال  $]1; +\infty[$

جدول التغيرات

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0 \quad (2)$$

$y = x + 1$  معادلة مستقيم مقارب لمنحني الدالة  $f$  بجوار  $+\infty$

0.5

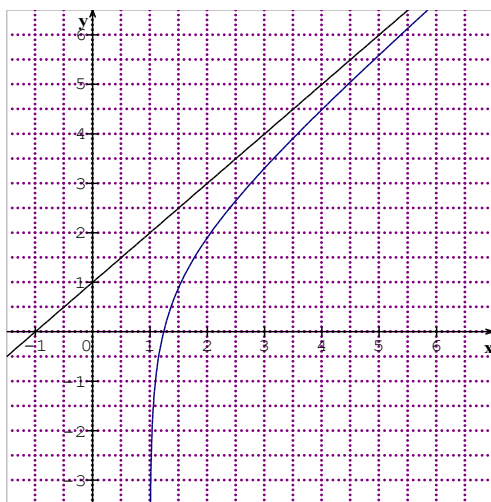
..... لدينا  $\frac{x-1}{x+1} < 1$  ومنه  $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$  إذن  $(C_f)$  تحت  $(d)$

0.5

..... (ب) لدينا  $f$  مستمرة ومتزايدة تماما على  $[1.2; 1.3]$  و  $f(1.2) = -0.19$  و  $f(1.3) = 0.26$  أي  $f(1.2) \times f(1.3) < 0$  ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  من المجال  $]1.2; 1.3[$

0.25

0.75



..... (ج)  $f(3) = 4 - \ln 2$  ;  $f(2) = 3 - \ln 3$

..... الرسم :

0.5

..... المناقشة البيانية :  $m \in ]-\infty; 1[$  للمعادلة حل واحد موجب

$m \in [1; +\infty[$  ليس للمعادلة حل

1

(3) أ) الدالة الأصلية للدالة  $g$  هي  $x \rightarrow \left[ (t + \beta) \ln(t + \beta) - t \right]_2^x$

$$x \rightarrow -x + (x + \beta) \ln(x + \beta) - (2 + \beta) \ln(2 + \beta) + 2$$

الدالة الأصلية للدالة  $f$  هي  $x \rightarrow (x-1) \ln(x-1) - (x+1) \ln(x+1) + \frac{1}{2}x^2 + x$

0.5

$$\int_2^3 (y - f(x)) dx = [-(x-1) \ln(x-1) + (x+1) \ln(x+1)]_2^3 = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3) \quad (ب)$$

$$S = (-2 \ln 2 + 4 \ln 4 - 3 \ln 3) \times 4 \text{ cm}^2$$

--	--	--