مديرية التربية لولاية تيسمسيلت	ثانوية: عبد الرحمان ابن خلدون

المستوى: 3 ع ت يوم 15 – 05 – 2017 المدة: 3 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين الأول(04):

الفضاء منسوب الى متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;2;2)$، $B(1;0;1)$، $C(3;2;1)$ من الفضاء و المستوي(P) الذي معادلته $z=1$ والنقطةD هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي(P) و(Δ) هو المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-4-t \\ z=1 \end{cases}$; $t\epsilon\mathbb{R}$

و(S) هو السطح الكروي المعرف بالمعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$

من بين الاجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير:

	ا)	ب)	ج)	د)
1) تمثيل وسيطي لـ (B)هو	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2+k \; ; k\epsilon\mathbb{R} \\ z=-3k \end{cases}$	$\begin{cases} x=-1+k \\ y=2+k \; ; k\epsilon\mathbb{R} \\ z=-3k \end{cases}$	$\begin{cases} x=1-2k \\ y=2k \; ; k\epsilon\mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \; ; k\epsilon\mathbb{R} \\ z=3 \end{cases}$
2) المستقيمان (Δ)و(BC)	متوازيات تماما	منطبقان	متقاطعان	ليسا من نفس المستوي
3)المستقيم (BC)	محتوى في المستوي (P)	يقطع المستوي (P)	لايوازي المستوي (P)	عمودي على المستوي (P)
4)احداثيات النقطة Dهي	$(1;2;-1)$	$(1;1;2)$	$(1;2;1)$	$(1;2;0)$
5)السطح الكروي :(S)	يشمل النقطة A	يقطعه المستوي (P)	لايقطعه المستوي (P)	مركزه ينتمي الى المستوي (P)

التمرين الثاني(04):

لتكن (u_n)المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}dx$

1. احسبu_0 ثم اثبت مستعملا مبدا الاستدلال بالتراجع ، انه من اجل كل عدد طبيعيn : $u_n>0$
2. احسب u_n بدلالة n ، وبرهن ان المتتالية(u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول
3. ا) احسب بدلالة n الفرق$u_{n+1}-u_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

   ب) استنتج ان المتتالية(u_n) متقاربة ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$
4. نضع ، من اجل كل عدد طبيعيn : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

   احسب بدلالة n المجموعS_n ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث(05):

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقطA ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=4$

1. ا) اكتب الاعداد z_A، z_Bو$\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي ، ثم استنتج الشكل الاسي

   ب) اكتب العدد المركب$\frac{z_A}{z_B}$ على شكله الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2. اوجد قيمة العدد الطبيعيn بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)$، احسب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8$

3. ليكن التحويل النقطيS الذي يرفق بكل نقطة$M(z)$ النقطة$M'(z')$ حيث : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}z$

- حدد طبيعة التحويل النقطيS وعناصره المميزة

4. ا) اوجد المجموعة(Γ_1) للنقط$M(z)$ من المستوي والتي تحقق $z = z_C + 2e^{i\theta}$ لماθ تمسح $\mathbb{R}$

ب) اوجد المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k\epsilon\mathbb{Z}$

5. اوجد صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S، استنتج مساحتها.

التمرين الرابع(07):

1) لتكن الدالةf المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$

نسمي(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد$(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $||\vec{i}|| = 2cm$ و $||\vec{j}|| = 1cm$

ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين ان $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ وفسر النتيجة هندسيا

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = (x^2 - 2x)e^{1-x}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) عين معادلة المماس(T) للمنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) لتكن الدالةh المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = 1 - xe^{1-x}$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $h(x) \geq 0$

ب) ادرس وضعية(C_f) بالنسبة لـ المماس (T)

4) بين ان المعادلة$f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا αحيث $-1 < \alpha < 0$

5) انشئ المماس(T) والمنحنى (C_f)على المجال $]-\infty; 1]$

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقيm عدد حلول المعادلة : $x^2e^{1-x} = -m$

7) لتكنF الدالة المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$

- تحقق انF دالة اصلية للدالة f
- بين ان $\int_1^2 f(x)dx = -3 + 10e^{-1}$

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت	ثانوية: عبد الرحمان ابن خلدون
المستوى: 3 ع ت	يوم 15 – 05 – 2017 المدة: 3 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. (D_1) و (D_2) مستقيمان من الفضاء معرفان بمعادلاتهما :

$$(D_1): \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3 \quad \text{و} \quad (D_2): x+1 = \frac{y}{2} = 2-z$$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من (D_1) و (D_2)
2. بين ان (D_1)و (D_2) يتقاطعان في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها
3. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي المستقيمين (D_1)و (D_2)
4. (S) سطح كرة تتقاطع من المستويين الذين معادلاتهما $z=0$ ، $y=0$ على الترتيب وفق الدائرتين المعرفتين بـ:

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y+2)^2=13\\ z=0\end{cases} \text{ ، } \begin{cases}(x-2)^2+(z+1)^2=10\\ y=0\end{cases}$$

عين الوضع النسبي لـ (S) و (P)

التمرين الثاني(05):

1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود P الذي متغيره z حيث : $P(z)=z^3-4z^2+6z-4$

ا) بين ان المعادلة $P(z)=0$ لاتقبل حلا تخيليا صرفا

ب) عين العددين الحقيقيين a، b حيث : $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة $\|\vec{u}\|=2cm$ نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=1+i$

ا) اكتب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ، استنتج طبيعة المثلث ABC

ب) اكتب z_B و z_C على الشكل الاسي

ج) تحقق ان : $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437}+\sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}=\frac{\sqrt{2}}{2}z_C$

3) ليكن R الدوران الذي مركزه A ويحول B الى C

ا) عين θ زاوية الدوران R

ب) اكتب العبارة المركبة للدوران R ، ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R

4) لتكن (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة I و (ϕ') صورتها بالدوران R

انشئ بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ')

التمرين الثالث(04):

في الشكل المرفق (C_f)هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال$]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x}{ln(x)}$والمستقيم(d) ذو المعادلة $y=x$. نعتبر المتتالية العددية(u_n) المعرفة على$\mathbb{N}$ بـ: $u_0=5$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1. باستعمال التمثيل البياني للدالةf ، مثل على محور الفواصل الحدود u_0،u_1،u_2،u_4 . و اعط تخمينا حول سلوك المتتالية (u_n)
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعيn : $u_n \geq e$
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج انها متقاربة نحو عدد حقيقيl من المجال $[e;+\infty[$
4. لحساب نهاية المتتالية (u_n) اثبت ان: $f(l)=l$ ثم استنتج قيمة l

التمرين الرابع(07):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال$]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
2) استنتج اشارة$g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ثم استنتج انه من اجل$]0;+\infty[$ $x\epsilon$ ، $\ln\left(\frac{x}{2}\right)\leq\frac{x}{2}-1$ .... (*)

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال$]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2-2-2x\ln x$ و $f(0)=-2$

نسمي(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب نهاية الدالةf عند0 وماذا تستنتج ؟

ب) احسب $\lim_{x\to0}\frac{f(x)+2}{x}$ ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f وبالنسبة للمنحنى(C_f) ؟

ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) ا) بين ان الدالةf قابلة للاشتقاق على المجال$]0;+\infty[$ وان $f'(x)=2g(x)$

ب) استنتج اشارة$f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالةf. ثم استنتج نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$تقبل حلا وحيدا αعلى المجال $]2;3[$

4) ا) بين ان معادلة المماس(Δ) للمنحنى(C_f) عند النقطة التي فاصلتها2 هي $y=2(1-\ln 2)x-2$

ب) باستعمال العلاقة(*) حدد الوضع النسبي للمنحنى(C_f) والمستقيم (Δ)

5) ارسم كل من (Δ)و (C_f)

6) ا) احسب مشتق الدالة $x\mapsto\frac{x^2}{2}(2\ln x-1)$على المجال$]0;+\infty[$. استنتج دالة اصليةF للدالة f

ب) λ عدد حقيقي موجب تماما ، احسب $A(\lambda)$مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f)والمستقيمات التي معادلاتها$y=0$ ،$x=\lambda$و$x=2$ ثم احسب $\lim_{x\to0}A(\lambda)$

عبـــــد اللـــه علي

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الاول ثالثة علـــــوم تجريبية

السؤال	الجواب	التعليل	التنقيط
(1		الجملة $\begin{cases} x=1-2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$; $k\in\mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) لان احداثيات B تحقق الجملة اي $k=0$ واحداثيات C تحقق ايضا الجملة اي $k=1$	0.75
(2		المستقيمان و متقاطعان لان شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3+t=1+2k \\ -4-t=2k \\ 1=1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} t=0 \\ k=-2 \end{cases}$ و $M(-3;-4;1)\in(\Delta)\cap(BC)$	01
(3		المستقيم BC محتوى في (P) لان ( ) $B\in(P)$ و $1=1$، $C\in(P)$ و $1=1$ ،	0.75
(4		احداثيات النقطة D هي $(1;2;1)$ لانها تحقق معادلة (P) اي $1=1$	0.75
(5		(P) يقطع سطح الكرة ( ) لان $\omega(1;2;2)$ هي مركز (S) ونصف قطرها $R=3$ و $d(\omega;(P))=1$ و $d<R$	0.75

التنقيط	التصحيـــــح المفصل

التمرين 02:

1) حساب u_0 ثم البرهان بالتراجع ان: $u_n>0$

حساب u_0:

$u_0=\int_0^1 e^{2-x}dx=-\left[e^{2-x}\right]_0^1=e^2-e$ — 0.25

نضع $P(n)$: $u_n>0$

المرحلة 01: من اجل $n=0$ نجد $u_0=e^2-e$ ومنه $u_0>0$

وعليه $P(0)$ محققة

المرحلة 02: من اجل عدد طبيعي n، نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ — 0.75

لدينا: $u_{n+1}=\int_{n+1}^{n+2}e^{2-x}$ وبوضع $x=t+1$ نجد

ومنه $t=x-1$ نجد $u_{n+1}=\int_n^{n+1}e^{2-(t+1)}$

ومنه: $u_{n+1}=\int_n^{n+1}e^{2-t}\times e^{-1}dt$ وعليه نجد

ومنه نجد: $u_{n+1}=e^{-1}\underbrace{\int_n^{n+1}e^{2-t}dt}_{>0}$ وعليه $u_{n+1}>0$

$P(n+1)$ محققة . من اجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$

2) حساب u_n بدلالة n: — 0.25

$u_n=\int_n^{n+1}e^{2-x}dx=-\left[e^{2-x}\right]_n^{n+1}=(e-1)e^{1-n}$

3) اثبات ان (u_n) متتالية هندسية:

من اجل كل عدد طبيعي n:

$u_{n+1}=(e-1)e^{1-(n+1)}=\frac{1}{e}\times u_n$ — 0.5

اذن (u_n) متتالية هندسية اساسها $q=\frac{1}{e}$ وحدها الاول

$u_0=e^2-e$ — 0.25

4) ا) تعيين اتجاه تغير المتتالية (u_n):

من اجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$

$u_{n+1}-u_n=(e-1)e^{-n}-(e-1)e^{1-n}$ — 0.5

$(e-1)e^{-n}(1-e)=-(e-1)^2e^{-n}$

نلاحظ: $u_{n+1}-u_n<0$ وعليه المتتالية (u_n) متناقصة تماما

ب) استنتاج ان (u_n) متقاربة:

بما ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة — 0.25

$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}(e-1)e^{1-n}=0$ — 0.25

5) حساب S_n:

$S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n=e^2\left(1-\frac{1}{e^{n+1}}\right)$ — 0.5

$\lim_{n\to+\infty}S_n=\lim_{n\to+\infty}e^2\left(1-\frac{1}{e^{n+1}}\right)=e^2$ — 0.25

التمرين 03:

1. ا) كتابة z_A، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي واستنتاج الشكل الاسي

لدينا $arg(z_A)=\frac{\pi}{4}$، $|z_A|=\sqrt{2}$، $arg(z_B)=-\frac{\pi}{6}$،

$|z_B|=2$

$\left|\frac{z_A}{z_B}\right|=\frac{|z_A|}{|z_B|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right)=arg(z_A)-arg(z_B)=\frac{5\pi}{12}$ — 0.75

العدد المركب	الشكل المثلثي	الشكل الاسي
z_A	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
z_B	$2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	$2e^{-i\frac{\pi}{6}}$
$\frac{z_A}{z_B}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$

ب) <u>كتابة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري :</u>

$\frac{z_A}{z_B}=\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}=\frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)}=\frac{\sqrt{3}-i}{4}+i\frac{\sqrt{3}+i}{4}$ 0.25

استنتاج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

لدينا مما سبق :

$\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{5\pi}{12}$ بمطابقة الشكل الجبري

والمثلثي للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ نجد: $\begin{cases}\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\\ \sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{cases}$ 0.5

1. <u>ايجاد قيمة العدد الطبيعي n :</u>

$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)$ تكافئ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}\right)^n=\frac{1}{4}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ اي

: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{5n\pi}{12}}=\frac{1}{4}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ ومنه : $n=4$ 0.25

$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8=\left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2=\left(\frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)\right)^2$

$=\frac{1}{16}(-2-2\sqrt{3}i)=-\frac{1}{8}(1+\sqrt{3}i)$ 0.5

2. <u>طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة :</u>

التحويل النقطي S معادلته من الشكل $z'=az+b$

حيث $a=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ و $b=0$

بما ان و فان S عبارة عن تشابه مباشر 0.5

نسبته : $k=|a|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته : $\theta=arg(a)=\frac{5\pi}{12}$ مركزه

النقطة O لان $b=0$

3. <u>ا) تعيين المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوي والتي</u>

<u>تحقق $z=z_C+2e^{i\theta}$: لما θ تمسح $\mathbb{R}$:</u>

$z=z_C+2e^{i\theta}$ تكافئ $z-z_C=2e^{i\theta}$ 0.5

تكافئ $|z-z_C|=2$

تكافئ $CM=2$ ومنه (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف

القطر 2

<u>تعيين المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوي</u> والتي تحقق

$arg(z-z_C)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$

$arg(z-z_C)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ يكافئ 0.5

$(\vec{u};\overrightarrow{CM})=\frac{\pi}{4}+2k\pi$

يكافئ M تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه C والموجه بالشعاع

$\vec{v}$ حيث : $(\vec{u};\vec{v})=\frac{\pi}{4}$

4. <u>ايجاد صورة المجموعة (Γ_1) بالتحويل S :</u>

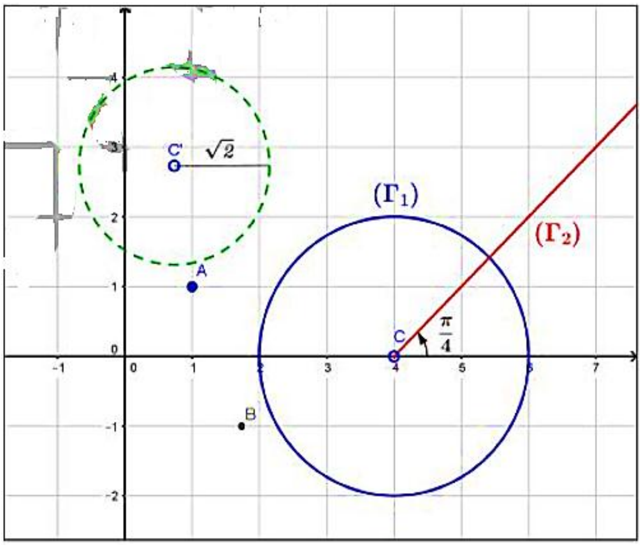
لدينا (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف القطر 2 ، بما ان 0.5

التحويل S تشابه مباشر فانه يحافظ على طبيعة الاشكال وعليه

صورة (Γ_1) بالتحويل S هي الدائرة ذات المركز C' ونصف $\sqrt{2}$

القطر r' حيث :

$\begin{cases}C'=S(C)\\ r'=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2\end{cases}$ وبعد الحساب نجد : $\begin{cases}C'=2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}\\ r'=\sqrt{2}\end{cases}$



0.25

ج) <u>الوضعية :</u>

التمرين 04 :

5) $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

ا) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(2-x^2e^{1-x})=-\infty$ 0.25

ب) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(2-x^2e^{1-x})$

$\lim_{x\to+\infty}\left(2-\frac{x^2}{e^x}e\right)=2$ 0.25

فان المستقيم ذو المعادلة $y=2$ مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ 0.25

6) ا) f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا

$f'(x)=e^{1-x}(-2x+x^2)$ 0.5

ب) <u>اشارة $f'(x)$</u> من اشارة $(-2x+x^2)$ وبالتالي جدول تغيرات

الدالة f كالتالي :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$2-4e^{-1}$	↗	2

0.5

ج) <u>معادلة المماس</u> عند $x_0=1$ هي : $y=-x+2$ 0.5

7) ا) الاشتقاق : $h'(x)=(x-1)e^{1-x}$

ب) <u>اشارة $h'(x)$</u>

x	$-\infty$		1		$+\infty$
اشارة $h'(x)$		$-$	0	$+$	

0.5

<u>اتجاه التغير</u> : الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1]$ ومتزايدة تماما

على المجال $[1;+\infty[$

<u>اشارة $h(x)$:</u>

x	$-\infty$		1		$+\infty$
اشارة $h(x)$		$+$	0	$+$	

0.5

$f(x)-(-x+2)=xh(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$		$+$		$+$	0	$+$	
اشارة الفرق		$-$	0	$+$	0	$+$	

0.5

الوضع النسبي : (C_f)يقع تحت(T) على المجال $]-\infty;0[$

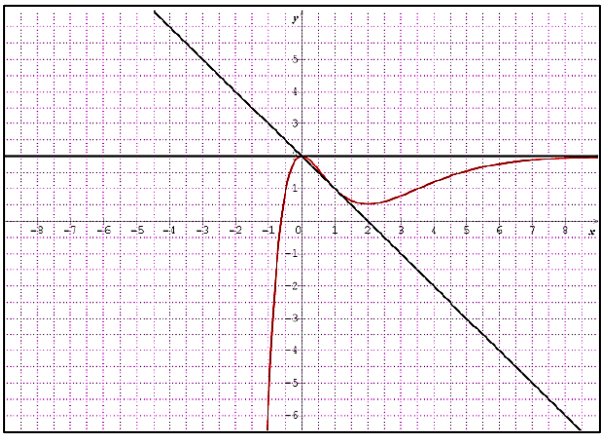
(C_f)يقع فوق (T) على المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$

(C_f) و (T) يتقاطعان عند النقطتين ذات الفاصلتين

$x = 0$ و $x = 1$

1) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]-1;0[$ 0.5

2) الانشاء :



0.75

3) المناقشة :

لدينا : $x^2e^{1-x} = -m$ ومنه : $2 - x^2e^{1-x} = m + 2$

$2 - x^2e^{1-x} = m + 2$ ومنه $f(x) = m + 2 = M$

(مناقشة افقية)

اذا كان :

- $M < 2 - 4e^{-1}$ اي $m < -4e^{-1}$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا 0.75
- $M = 2 - 4e^{-1}$اي $m = -4e^{-1}$. فالمعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف
- $2 - 4e^{-1} < M < 2$اي$-4e^{-1} < M < 0$. فالمعادلة تقبل ثلاث حلول
- $M = 2$ اي $m = 0$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا مضاعفا
- $M > 2$ اي $m > 0$ فالمعادلة لاتقبل حلول

4) ا) نتحقق ان : $F'(x) = f(x)$ 0.5

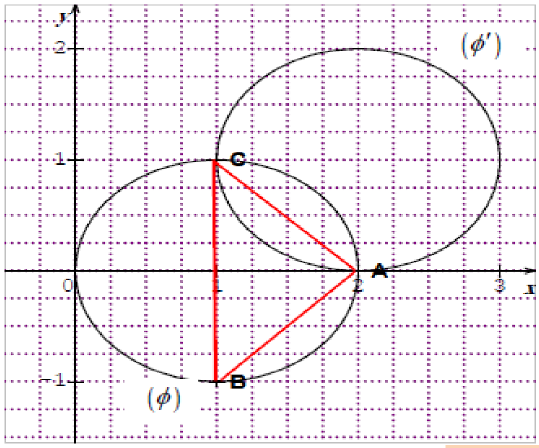
ب) $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1)$

ومنه $\int_1^2 f(x)dx = -3 + 10e^{-1}$ 0.5

الاستـــاذ : عبـــد الله علي

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة علـــــوم تجريبية

التنقيط	التصحيـــح المفصل
	التمرين 01 :
	1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من (D_1) و (D_2) :
	$(D_1): \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3$ معناه
0.5	$\begin{cases} \frac{x-2}{3}=t \\ -y-1=t \\ z-3=t\end{cases} ; t\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=3t+2\\ y=-1-t\\ z=3+t\end{cases} ; t\in\mathbb{R}$
	وهو تمثيل وسيطي لـ (D_1)
	$(D_2): x+1 = \frac{y}{2} = 2-z$ معناه :
0.5	$\begin{cases} x+1=t' \\ \frac{y}{2}=t' \\ 2-z=t'\end{cases} ; t\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=-1+t'\\ y=2t'\\ z=2-t'\end{cases} ; t\in\mathbb{R}$
	وهو تمثيل وسيطي لـ (D_2)
	2) بين ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في نقطة A يطلب تعيين احداثياتها
01	اذا كانت $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء فان
	$M\in(D_1)\cap(D_2)$ معناه : $\begin{cases}3t+2=-1+t'\\ -1-t=2t'\\ 3+t=2-t'\end{cases}$
	بحل هذه الجملة نجد ان : $t'=0$ ، $t=0$ وعليه بالتعويض في احدى العبارتين نجد ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان في النقطة $A(-1;0;2)$
	3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي المستقيمين (D_1) و (D_2)
01	لدينا : $\vec{u_1}\begin{pmatrix}3\\-1\\1\end{pmatrix}$ ، $\vec{u_2}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ شعاعا توجيه لـ (D_1) و (D_2)
	على الترتيب ، ليكن $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ شعاعا ناظميا للمستوي (P) ،
	عندئذ $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u_1}=0\\ \vec{n}.\vec{u_2}=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}3a-b+c=0\\ a+2b-c=0\end{cases}$ باخذ $a=1$ نجد
	بحل الجملة ان $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-4\\-7\end{pmatrix}$ وعليه معادلة المستوي (P)
	من الشكل $x-4y-7z+d=0$ ولكون $A\in(P)$
	وبتعويض احداثياتها في المعادلة نجد ان $d=15$ اي معادلة لـ (P)
	هي : $x-4y-7z+15=0$
	معادلة ديكارتية لسطح الكرة هي تقاطع (S) مع المستوي الذي معادلته $z=0$ ينتج :
	$\begin{cases}(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+{z_0}^2=r^2\\ z=0\end{cases}$
	اي $\begin{cases}(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2-{z_0}^2\\ z=0\end{cases}$
	ومع المستوي الذي معادلته $y=0$ ينتج
	اي $\begin{cases}(x-x_0)^2+{y_0}^2+(z-z_0)^2=r^2\\ y=0\end{cases}$
01	وعليه نجد $\begin{cases}(x-x_0)^2+(z-z_0)^2=r^2-{y_0}^2\\ y=0\end{cases}$
	معادلة لـ (S) هي : $(x-2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=14$
	مركز (S) هو $\Omega(2;-2;-1)$ ولدينا
	المسافة بين Ω و (P) هي $d(\Omega,P)=\frac{16}{23}<\sqrt{14}$ وعليه
	(S) و (P) متقاطعان وتقاطعهما دائرة
	التمرين 02 :
	1) ا) لنفرض ان $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو a_i
0.25	حيث $a\in\mathbb{R}$
	وبالتالي نجد : $-ia^3+4a^2-6ai-4=0$
	يكافئ $\begin{cases}4a^2-4=0\\ -a^3-6a=0\end{cases}$ وهذا مستحيل
	اذن $P(z)=0$ لاتقبل حلا تخيليا صرفا
0.5	ب) ان $P(z)=(z-2)(z^2-2z+2)$ بالنشر والمطابقة
	ج) $P(z)=0$ يكافئ $z=0$ او
	$z^2-2z+2=0 \ldots\ldots(I)$
0.5	لنحل (I) : $\Delta=(2i)^2$ وبالتالي المعادلة (I) تقبل حلين
	مركبين مترافقين هما : $1-i$ ، $1+i$
0.5	المعادلة $P(z)=0$ حلولها هي : $S=\{2;1-i;\ 1+i\}$
0.5	2) ا) $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-i$ ومنه $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
0.5	والمثلث ABC قائم في A
	ب) $z_B=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
0.5	ج) $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437}+\sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)=\frac{\sqrt{2}}{2}z_C$
	3) ا) تعيين θ زاوية الدوران R
0.5	لدينا : $z_C-z_A=a(z_B-z_A)$ ومنه : $a=-1$ /اذن
	$\theta=arg(a)==-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
0.5	ب) العبارة المركبة للدوران R هي : $z'=-iz+2+2i$
0.25	$z_D=3+i$
	4) الدائرة (ϕ) مركزها $I(1;0)$ ونصف قطرها 1 والدائرة (ϕ') مركزها $I'(2;1)$ صورة I بالدوران R ونصف قطرها 1 لان الدوران تقايس

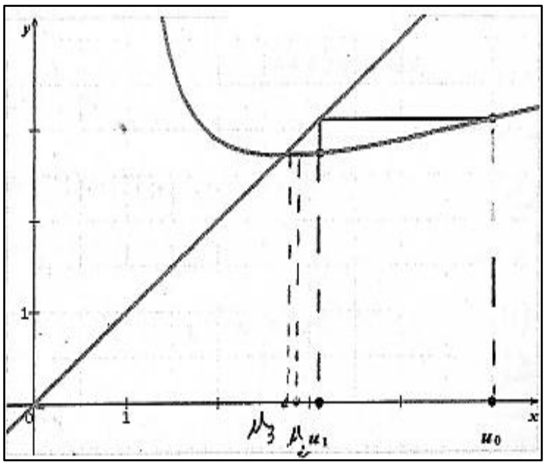


0.5

التمرين 03 :

الدالة f معرفة على المجال $]1;+\infty[$: $f(x)=\frac{x}{\ln x}$

1. تمثيل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 — 0.75



ب) التخمين: المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومتقاربة — 0.5

2. اثبات بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ان: $u_n \ge e$

نسمي $P(n)$ هذه الخاصية

- نبرهن ان $P(n)$ صحيح من اجل $n=0$

لدينا $u_0=5$ اذن $u_0 \ge e$ ومنه $P(0)$ صحيحة — 0.5

- نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي ان $u_n \ge e$ ونبرهن ان $u_{n+1} \ge e$

لدينا $u_n \ge e$ وبما ان الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[e;+\infty[$ فان $f(u_n) \ge f(e)$ ومنه $u_{n+1} \ge e$ اذن الخاصية صحيحة .

ومنه نستنتج حسب مبدا الاستدلال بالتراجع فان : من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \ge e$

د) نبين ان المتتالية (u_n) متقاربة نحو l

اتجاه تغير المتتالية (u_n)

$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-\ln u_n)}{\ln u_n} \le 0$ لان : $u_n \ge e$ ومنه : $1-\ln u_n \le 0$ — 0.75

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما

وبما انها محدودة من الاسفل فهي متقاربة نحو عدد حقيقي l من المجال $[e;+\infty[$ — 0.5

ت) نهاية متتالية (u_n) : — 0.5

المتتالية متقاربة نحو l معناه :

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} f(u_n) = f(\lim_{n\to+\infty} u_n) = f(l) = l$$

مستمرة على المجال $]1;+\infty[$ — 0.5

ايجاد l : $f(l) l = e$

التمرين 04 :

I. 1) دراسة تغيرات الدالة :

- النهايات: $\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty$ و — 0.25

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(1-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$

- الاشتقاق: $g'(x) = 1-\frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$
- اشارة $g(x)$: — 0.25

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	||	$-$	0	$+$	

- اتجاه التغير: الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$
- جدول تغيرات الدالة g : — 0.5

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$g(x)$	|| $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

- اشارة $g(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	||	$+$	0	$+$	

- اذا كان $X\in]0;+\infty[$ فان: $X-1-\ln X \ge 0$ — 0.25

$\ln X \le X-1$ بوضع: $X=\frac{x}{2}$ يكون: $\ln\frac{x}{2} \le \frac{x}{2}-1$ — 0.25

II. 1) أ) $\lim_{x\to 0} f(x) = -2$ نستنتج ان الدالة f مستمرة على يمين العدد 0 — 0.5

ب) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+2}{x} = +\infty$

الاستنتاج : الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين — 0.25

المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب معادلته $x=0$ — 0.25

ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-\frac{2}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}\right) = +\infty$ — 0.25

2) ا) الدالتان $x \mapsto x^2-2$ و$x \mapsto -2x\ln x$ قابلتين للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وبالتالي الدالة f حيث $f(x)=x^2-2-2x\ln x$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ولدينا $f'(x)=2x-2(\ln x+1)$

$f'(x)=2g(x)$

0.25

ب) اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ وبالتالي :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

0.25

جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$+$	
$f(x)$	-2		$\nearrow$		$+\infty$

0.5

ج) $f'(x)$ انعدم عند $x=1$ ولم يغير اشارته ، اذن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف احداثياتها $(1;-1)$

0.25

3) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]2;3[$.

$f(2)\approx -0.77$ و $f(3)\approx 0.40$

0.25

4) ا) $f(2)=2-4\ln 2$ و $f'(2)=2(1-\ln 2)$ اذن

$y=2(1-\ln 2)x-2$

0.25

ب)

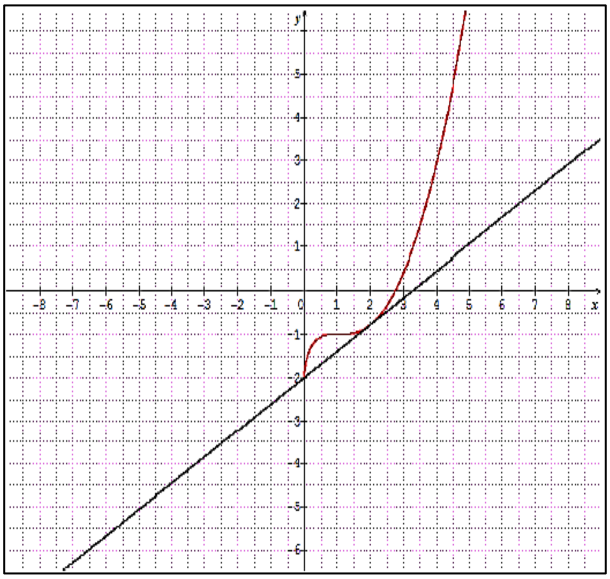
$f(x)-[2(1-\ln 2)x-2]=2x\left[\frac{x}{2}-1-\ln\left(\frac{x}{2}\right)\right]\geq 0$

الوضع النسبي: (C_f) يقع فوق (Δ) على المجالين: $]2;+\infty[$ و $]0;2[$

(C_f) و (Δ) يتقاطعان عند النقطتين ذاتا الفاصلتين : $x=0$ و $x=2$

0.5

4) الانشاء :



0.75

0.5

5) ا) مشتق الدالة $x\mapsto \frac{x^2}{2}(2\ln x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$ هو : $x\mapsto 2x\ln x$

0.25

الدالة $F(x)=\frac{x^3}{3}-2x-\frac{x^2}{2}(2\ln x-1)+C$ حيث $(C\in\mathbb{R})$ اصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

0.25

ب)

$$A(x)=\int_\lambda^2 -f(x)=\left[-\frac{x^3}{3}+2x+\frac{x^2}{2}(2\ln x-1)\right]_\lambda^2$$

$$=-\frac{2}{3}+4\ln 2+\frac{\lambda^3-6\lambda}{3}-\frac{\lambda^2}{2}(2\ln\lambda-1)$$

$$\lim_{\lambda\to 0}A(\lambda)=-\frac{2}{3}+4\ln 2$$

0.75