

## I.1 Introduction

Le rôle d'un système de télécommunications numérique est de transmettre à distance des informations d'un émetteur à un ou plusieurs récepteurs au travers d'un canal de manière efficace et fiable et à coût réduit. L'information peut être soit analogique soit numérique. Dans l'ordinateur, le signal est numérique et utilise deux tensions pour représenter le bit (binary digit). Le signal correspondant à la séquence binaire et circulant sur le support de transmission est soit un signal analogique soit un signal numérique. Le choix est fait selon les caractéristiques du support et ceux du signal à transmettre [1].

La technique de transmission du signal numérique tel qu'il était produit est appelée *transmission en bande de base* tandis que la transmission analogique induisant une modulation d'une porteuse sinusoïdale par un signal numérique basse fréquence est appelée *transmission par transposition de fréquence*. Cette opération résulte en une occupation fréquentielle plus importante.

Presque tous les transports d'information s'effectuent aujourd'hui en numérique : Téléphone, télévision numérique, internet, etc. Le processus de numérisation de signal consiste à effectuer un échantillonnage du signal analogique acquis par un capteur convenable suivi d'une quantification et un codage. Cette transformation engendre toujours des pertes d'information.

Notons que la numérisation du signal résulte des études effectuées par Nyquist et Shannon. Ce dernier est le fondateur de la théorie fondamentale de l'information à savoir le codage de source, le codage de canal et la relation entre débit maximal de transmission sans erreurs, le rapport signal sur bruit (*RSB*) et la largeur de bande des systèmes de communications numériques.

## I.2 Objectifs de ce chapitre:

L'article repère de Shannon en théorie de l'information publié en 1948, et ses raffinements par d'autres chercheurs, étaient en réponse directe aux besoins des ingénieurs électriciens pour pouvoir concevoir des systèmes qui sont à la fois efficaces et fiables.

Comme nous avons vu en cours, une communication efficace entre une source et un destinataire est atteinte à travers le codage de source. Une communication fiable à travers un canal bruité est atteinte à travers le codage de canal.

Ce premier chapitre s'occupe de codage de source.

## I.3 Numérisation des Signaux

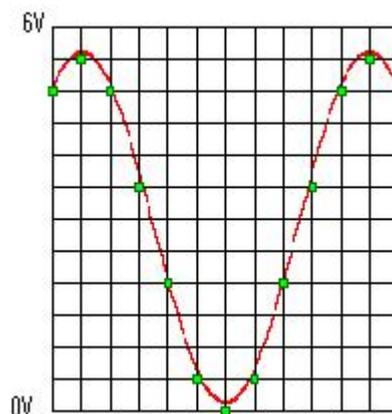
### I.3.1 Représentations du signal

Les signaux rencontrés dans la nature sont par nature analogiques, pour pouvoir les traiter numériquement, il faut d'abord les numériser pour obtenir un signal discret ou signal numérique ou encore signal digital. On désigne par signal l'information relative à une grandeur physique qui évolue dans le temps. Les signaux les plus couramment utilisés sont les signaux électriques. Mais ces signaux sont les plus souvent des traductions de signaux physiques comme des signaux acoustiques, sismiques, de température ou de pression ... L'obtention des signaux électriques à partir des variations d'une grandeur naturelle se fait à l'aide d'un capteur (comme par exemple un capteur de température) ou d'un transducteur (comme l'antenne).

#### a) Signal analogique

Un signal analogique (Figure 1.1) est un signal continu qui peut prendre une infinité de valeurs. C'est un signal physique, réel, acquis en utilisant un capteur ou un transducteur convenable.

Amplitude



Temps

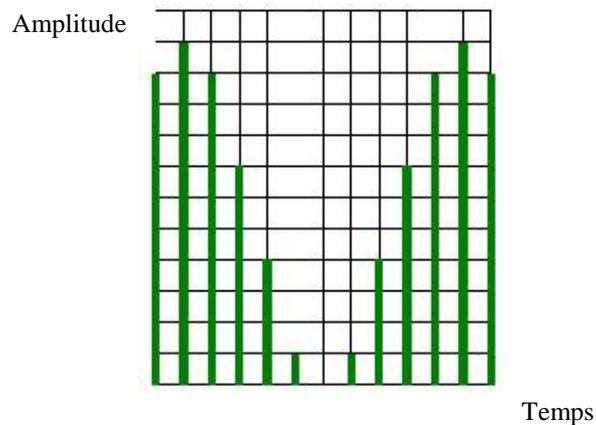
**Figure 1.1** : Exemple d'un Signal analogique [2].

Le signal analogique souffre d'un inconvénient majeur : il est très fragile au bruit, aux interférences et parasites. En outre, son enregistrement, son traitement ou sa transmission lui fait subir différents types de dégradations, qui altèrent rapidement sa qualité.

#### b) Signal numérique

Le signal numérique comme représenté par exemple dans la Figure 1.2 est un signal discret (discontinu). Le terme numérique qualifie en particulier toute donnée ou variable dont les valeurs

sont des nombres entiers. Il représente la valeur arrondie d'une grandeur physique analogique à un instant donné



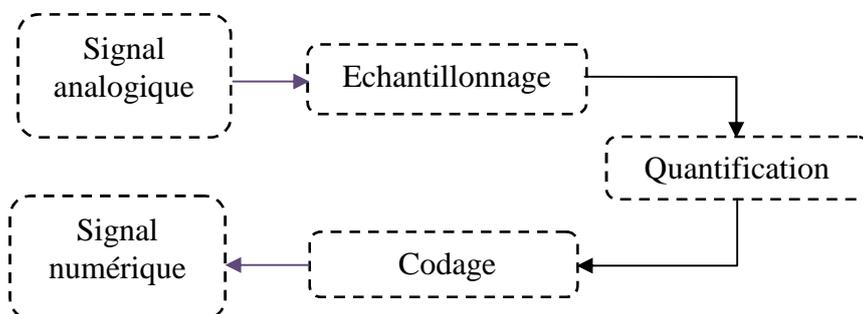
**Figure 1.2 :** Exemple d'un signal numérique [2].

Le signal numérique est particulièrement stable. Il se prête remarquablement aux traitements les plus complexes et aux copies cumulatives à travers lesquelles l'information qu'il porte est totalement préservée.

### I.3.2 Numérisation

La numérisation d'un signal (Figure 1.3) consiste à convertir un signal analogique qui contient une quantité infinie d'amplitudes en un signal numérique contenant lui une quantité finie de valeurs. Cette conversion comporte trois opérations fondamentales :

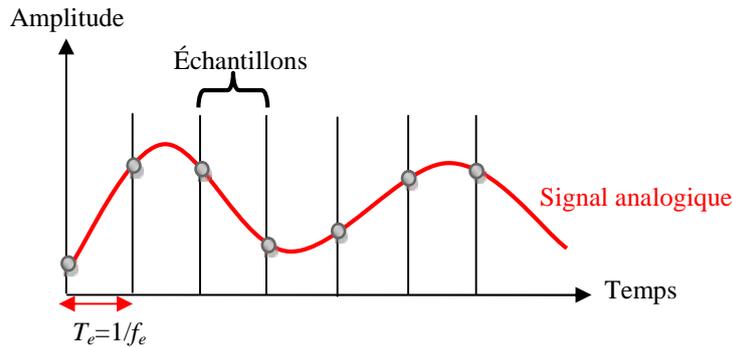
- Echantillonnage,
- Quantification des échantillons obtenus,
- Codage des échantillons quantifiés.



**Figure 1.3 :** Les étapes de numérisation d'un signal analogique.

a) **Échantillonnage** : Il consiste à remplacer une fonction continue dans le temps ou dans l'espace par la suite des valeurs qu'elle prend en des instants ou des zones discrets périodiques

(Figure 1.4). Ces valeurs prises à des instants d'échantillonnage  $T_e$  doivent suffire pour reconstituer le signal analogique de la source sans engendrer une perte d'information.



**Figure 1.4 :** Exemple d'un signal échantillonné.

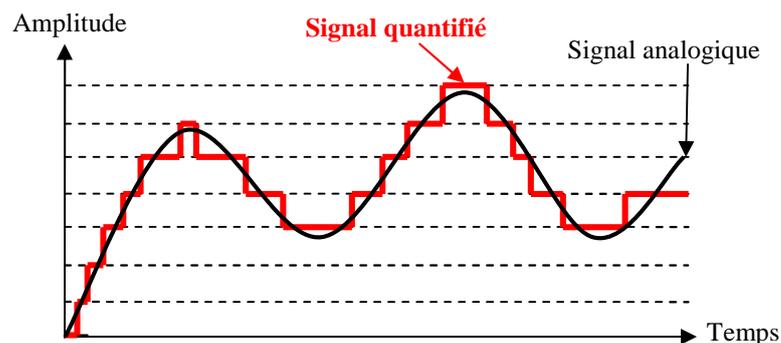
Plus la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est grande, plus le nombre d'échantillons est grand, plus le signal numérique ressemble le plus au signal analogique et donc meilleure est la numérisation. En revanche, la suite binaire obtenue est plus volumineuse ce qui complique son stockage et traitement. De plus, ceci engendre une diminution de débit de transmission.

On choisit cette fréquence par l'application de théorème de Shannon (certains disent qu'il s'agit de celui de Nyquist) qui précise que la fréquence minimale d'échantillonnage d'un signal doit être au moins le double de la fréquence maximale  $f_{max}$  contenue dans le signal à échantillonner, soit :

$$f_e \geq 2f_{max} \quad (1.1)$$

Si cette règle n'est pas respectée, des fréquences parasites qui n'appartiennent pas au signal de départ apparaissent. Ce phénomène est le repliement spectral ou aliasing.

**b) Quantification :** La conversion analogique numérique (Figure 1.5) implique également après échantillonnage une opération qui consiste à remplacer la valeur exacte analogique de l'échantillon par la plus proche valeur approximative extraite d'un ensemble fini. Cette opération s'appelle la quantification.



**Figure 1.5 :** Exemple d'un signal quantifié.

Une fois que l'amplitude du signal a été échantillonnée et qu'une valeur a été obtenue, l'étape suivante ayant pour but de réduire cette valeur à une forme numérique consiste à quantifier cette valeur en l'arrondissant à l'unité la plus proche sur une échelle de mesure étudiée spécialement.

Les paramètres d'une quantification uniforme sont :

- $q$  : le pas de quantification (Volt),
- $V$  : la plage de quantification (Volt),
- $B$  : nombre de bit de la représentation numérique,

Le nombre de valeurs représentées est donnée par:

$$2^B = V/q \quad (1.2)$$

Un signal quantifié évolue ne peut prendre que de valeur de tension quantifiée. Chaque valeur isolée est ensuite convertie en grandeur binaire. Il se pose alors le problème de la précision; chaque valeur échantillonnée sera approchée par la valeur la plus proche.

### **b.1) Bruit de quantification**

La valeur exacte des différents échantillons n'est pas utilisée, on se contente de rapprocher chaque échantillon à une échelle de  $2^B$  niveaux appelés échelle de quantification. Il n'y a donc qu'un ensemble de  $2^B$  valeurs possibles pour les échantillons quantifiés. L'erreur systématique que l'on connaît en assimilant la valeur réelle de l'échantillon au niveau de la quantification la plus proche est appelée bruit de quantification. Ce bruit est déterminé par:

$$(S/B)_q = \frac{\text{Puissance du signal}}{\text{Puissance du bruit de quantification}} \quad (1.3)$$

$(S/B)_q$  : signal sur bruit quantifié.

### **b.2) Précision de quantification**

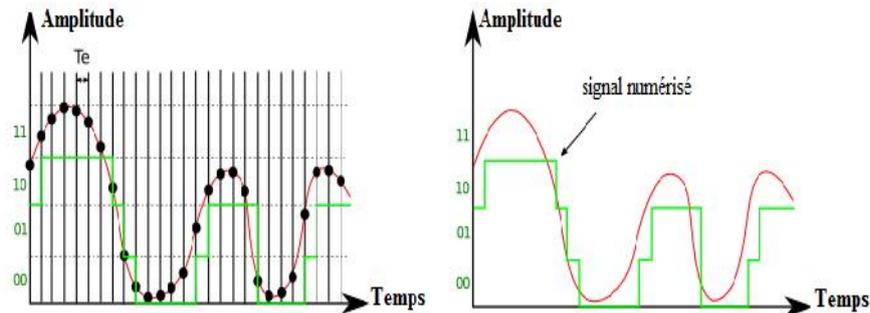
Elle doit être adaptée au signal numérisé, c'est-à-dire que la valeur analogique maximale du signal à numériser doit être codée par la valeur numérique maximale, idem pour les valeurs minimales. Plus elle comprend de valeurs différentes, plus le codage sera précis, mais en revanche, l'information sera plus volumineuse à stocker. L'erreur de quantification, quant à elle, est donnée par :

$$e = \pm q/2 \quad (1.4)$$

**c) Codage** : La troisième phase est le codage, c'est-à-dire la traduction sous forme binaire d'un message de données consiste à traduire en suite binaire de 0 et 1, un cas spécial du signal numérique.

On peut transmettre le résultat de la quantification sur  $b$  bits. La résolution du signal obtenu en sortie va dépendre du convertisseur utilisé, autrement dit de l'électronique mise en œuvre. La limite théorique de la résolution est définie par le nombre de bits du convertisseur analogique numérique.

L'exemple de la Figure 1.6 montre un signal analogique codé sur deux bits. Il y a donc  $2^2$  valeurs qui seront stockées qui sont : 00, 01, 10 ou 11. Plus le nombre de bits utilisé pour le codage est important meilleure est la précision de numérisation. Cependant, la suite binaire à transmettre est plus longue ce qui diminue le débit de communication.



**Figure 1.6 :** Exemple d'un signal analogique codé sur 2 bits [3].

Après le codage de source, le signal obtenu est discret et binaire. Nous devons alors utiliser un filtre de mise en forme pour le lissage et obtenir le signal analogique à transmettre à travers le canal de communication.

### I.3.3 Avantages de numérisation

Les avantages de la numérisation sont nombreux. Les plus importants sont [4]:

-*Fiabilité de la transmission* : L'information transmise étant une séquence binaire, les valeurs représentées par un signal appartiennent à un ensemble discret et limité (un bit a deux valeurs, dibit à 4 valeurs, un tribit 8 valeurs...). Ainsi, contrairement à une source d'information analogique, il est possible d'utiliser des techniques de reconnaissance lors de la déformation du signal transmis (qu'il soit analogique ou numérique). Après reconnaissance par discrimination, le signal est régénéré (répété) offrant ainsi une transmission fiable.

-*Banalisation de l'information transmise* : Indépendamment de la source, l'information transmise correspond à des séquences binaires. Ainsi, le support véhicule un type d'information: le bit. Ce dernier peut aussi bien représenter du texte, de la voix, de l'image (fixe ou animée). Par conséquent, au lieu de constituer un réseau par type d'information, il est possible de constituer un réseau multi-usages.

-*Compression* : Les algorithmes de compression informatiques pourront être utilisés dès la phase de numérisation terminée. .

-*Cryptage* : De la même façon que la compression, il est possible d'appliquer des techniques de cryptage issues du monde informatique.

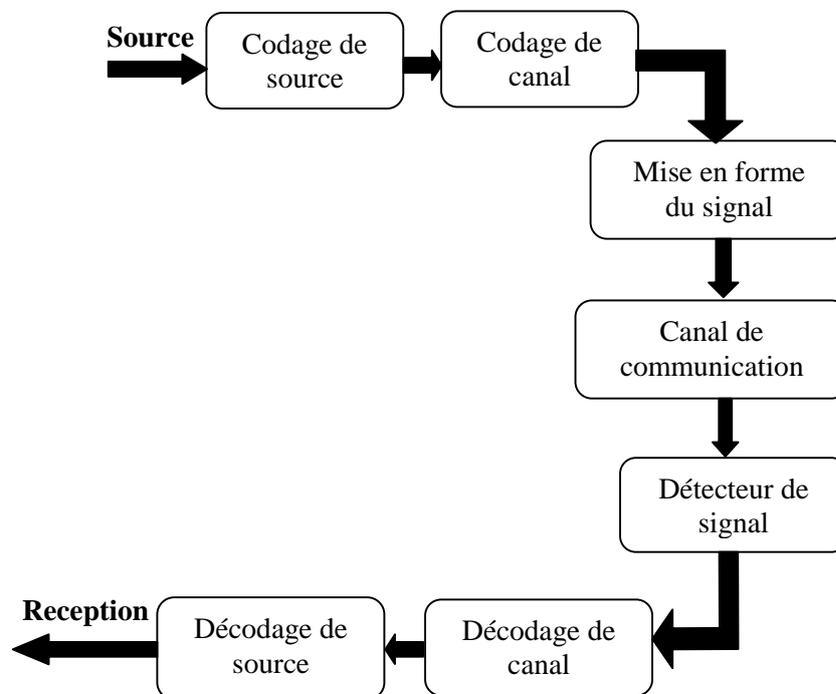
-*Protection contre les erreurs* : Lorsque l'application le permet (pas de contrainte temporelle élevée), des techniques de protection contre les erreurs peuvent être mises en œuvre offrant ainsi encore plus de fiabilité. Le codage de canal constitue la technique la plus performante dans ce contexte.

## I.4 Schéma de Base d'un Système de Communications Numériques

Par rapport à l'approche purement analogique, la numérisation du signal présente de grands avantages techniques qui ont permis de développer des systèmes et dispositifs électroniques révolutionnaires en terme de nombre et de qualité de fonctionnalités diverses qui sont rendues désormais possibles et à moindre coût, et donc à la portée de tout le monde. La chaîne simplifiée d'un système de communications numériques est donnée par la Figure 1.7.

La Figure 1.7 représente la communication appelée *point-à-point* [5], c'est-à-dire d'une seule source à un seul destinataire, et qui est la base pour les autres modèles de communications, à savoir:

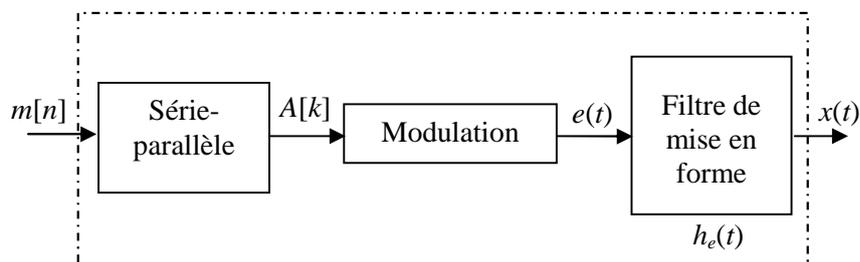
- Communication *multi-utilisateurs* (plusieurs sources - un destinataire),
- Communication *broadcast* (une source - plusieurs destinataires),
- Réseaux *ad hoc* (plusieurs sources - plusieurs destinataires),



**Figure 1.7** : Schéma de base d'un système de communications numériques [5].

Un système de communications numériques est constitué de :

- **Source** : Produit le message à transmettre,
- **Codeur de source** : Sert à représenter numériquement le message de la source analogique avec le moins de bits possible, c'est-à-dire avec la moindre complexité et donc avec la plus grande efficacité. Pour se faire, il cherche à éliminer toute la redondance contenue dans le signal numérique. On parle alors de compression de données.
- **Codeur de canal** : Ce bloc ajoute une information supplémentaire au signal (le codeur de canal ajoute une redondance pour protéger l'information contre les erreurs introduites par un canal de communication bruité). Le nombre de bits à transmettre est augmenté, ce qui permet de détecter et corriger les erreurs due aux imperfections du canal de transmission. On utilise des codes détecteurs et correcteurs de l'erreur tels que : Les codes cycliques (Cyclic Redundancy Check), les codes de Hamming, etc. Le lecteur est sollicité de voir Chapitre 2 pour plus de détails.
- **Mise en forme du signal** : Ce module (voir la Figure 1.8) convertit les bits en un signal analogique approprié capable de propager sur le canal de communication. Le filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle  $h_e(t)$  performe un lissage des valeurs binaires discrètes [5].

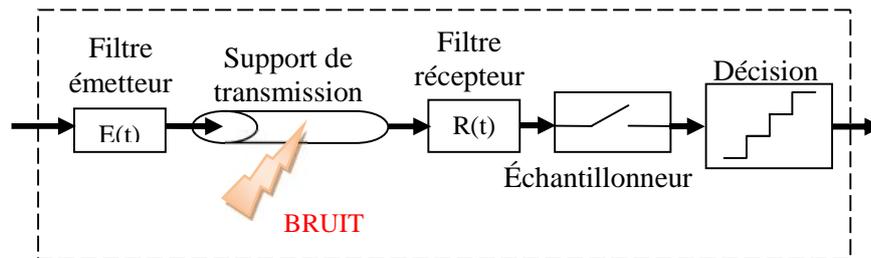


**Figure 1.8** : Schéma détaillé du module de mise-en-forme du signal [5].

Les notations utilisées:

- $m[n]$ : un message binaire émis constitué de  $n$  bits,
- $A[k]$ :  $k$  vecteurs, chacun contenant  $n/k$  bits,
- $e(t)$ : un signal modulé obtenu par la transformation des symboles en signaux,
- $h_e(t)$ : filtre de mise-en-forme, généralement de forme carrée,
- $x(t)$ : signal numérique émis.

– **Canal de communication** : Le canal proprement dit représente le lien ou le support de transport de l'information entre les deux entités communicantes, mais il comprend aussi les dispositifs en entrée et en sortie du support de transmission qui vont aider à l'émission, à la réception et à l'extraction correcte des données numériques. Pour envoyer le signal à travers le canal, la source a besoin d'un système d'adaptation (physique pour mettre en forme le signal). La Figure 1.9 présente un schéma général un canal de transmission [5].



**Figure 1.9** : Schéma d'un canal de transmission numérique [5].

– **Détecteur de signal** : se basant sur l'observation bruitée du signal, le détecteur doit décider quel message a été émis. La procédure de détection dépend des techniques de mise-en-forme utilisés, aussi que du canal de communication.

– **Décodeur de canal** : Ce module détecte et corrige certaines erreurs présentes dans le signal numérique fourni au récepteur. Le nombre d'erreurs corrigées et détectée dépend du nombre de bit ajouté au signal informatif lors du codage de canal.

– **Décodeur de source** : Ce bloc décompose le signal numérique issu de décodeur de canal et récupère le message de source.

## I.5 Capacité de Canal

La capacité de canal (ou capacité de Shannon) est une quantité très importante en communications numériques, car elle établie la relation claire et détaillée entre le débit du canal, la largeur de bande de canal, la puissance du signal et la puissance du bruit :

$$D_{\max} = C = B \log_2(1 + RSB) \quad (\text{bits/sec}) \quad (1.5)$$

$B$  : Largeur de bande (en Hz),

$RSB$  : Rapport signal sur bruit linéaire défini comme suit :

$$RSB = \frac{\text{Puissance du signal}}{\text{Puissance du bruit}} = \frac{S}{E} \quad (1.6)$$

Puisque le  $RSB$  est donné en général en dB, il faut tout d'abord le convertir en valeur linéaire:

$$RSB = 10^{RSB_{dB}/10} \quad (1.7)$$

Le théorème de Shannon de capacité de canal donné par (1.5) indique que, pour un système de communication numérique de largeur de bande de canal  $B$  et rapport signal sur bruit moyen fixe ( $RSB_{dB}=\text{constant}$ ), le débit théorique maximal de transmission pour garantir une communication sans erreurs ne peut jamais dépasser la valeur  $C$ , dite capacité de canal, et ceci quelque soit la complexité du système.

### I.6.1 Capacité de canal perturbé par un bruit blanc additif Gaussien (BBAG)

La capacité d'un canal continu à largeur de bande  $B$  (Hertz) perturbé par un BBAG (AWGN en anglais pour *additive white Gaussian noise*), de densité spectrale de puissance  $N_0/2$  (Watt/Hz) est donnée par :

$$C=B \log_2 [1+ (P_S/P_B)] =B \log_2 [1+ (P_S/N_0B)] \quad (1.8)$$

### I.6.2 Conséquences de l'expression de capacité de canal

La capacité de Shannon montre les trois paramètres clés du système numérique à savoir la largeur de bande  $B$ , la puissance transmise moyenne  $P_s$ , et la puissance du bruit  $N_0$  qui sont reliés par la forme qui suit :

$$P_B=N_0B=\sigma^2 \quad (1.9)$$

$\sigma^2$  : variance du bruit.

La capacité  $C$  dépend linéairement de la largeur de bande  $B$  et d'une façon logarithmique avec le rapport signal sur bruit  $P_S/P_B$ . Il en résulte qu'il est plus facile d'augmenter la capacité de l'information d'un canal de communication en élargissant sa largeur de bande que croître la puissance d'émission pour une variance prédéterminée du bruit.

#### Remarque importante:

La supposition de canal gaussien est généralement valide en pratique. Cette conséquence est directement reliée au théorème central limite (aussi appelé théorème de la limite centrale ou centrée) qui établit la convergence en loi de la somme d'une suite de variables aléatoires vers la loi normale. Intuitivement, ce résultat affirme que toute somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées tend vers une variable aléatoire gaussienne. Ceci est vérifié en pratique du fait que le bruit au niveau du récepteur provient de plusieurs sources aléatoires indépendantes et donc leur somme tend vers une distribution gaussienne. On parle alors de bruit gaussien additif. Notons que la sommation des sources est due au fameux principe de superposition.

**Exemple :**

La capacité d'un système de communications numériques de  $RSB_{dB}=30$  dB, fonctionnant sur un canal de bande passante  $B=10$  MHz est donnée par:

$$C = B \log_2 (1+RSB) = 10^7 \log_2 (1+10^3) \quad (1.10)$$

soit:

$$C = 10^7 \frac{\ln 1001}{\ln 2} = 99.6 \text{ Mbits/s} \quad (1.11)$$

Pour augmenter le débit de transmission, on doit soit augmenter la largeur de bande (mais ceci va augmenter le cout du système), soit augmenter le rapport signal sur bruit. La capacité augmente en logarithme de  $RSB$ , une croissance qui est très lente, donc pour augmenter le débit; il est plus pratique et plus efficace d'augmenter la largeur de bande tout en utilisant un minimum de  $RSB$  (on ne peut pas se permettre de transmettre avec une puissance indéfiniment grande). Ceci explique pourquoi les systèmes de communications actuelles, comme le WiFi, fonctionnent à des fréquences de l'ordre de GHz ce qui permet d'atteindre des largeurs de bande de l'ordre de MHz. La définition du  $C$  permet aussi de comprendre pourquoi lorsqu'on s'éloigne de l'émetteur le débit diminue. En fait, dans une telle situation, la puissance du signal diminue tandis que la puissance du bruit augmente car le nombre d'interférences augmente ce qui réduit le débit comme exprimé par Eq. (1.5).

Pour améliorer le nombre de bits reçus sans erreurs, et donc minimiser le *taux d'erreur en bit* (TEB ou BER en anglais pour *bit error rate*) :

$$TEB = \frac{\text{Nombre de bits reçus erronés}}{\text{Nombre de bits émis}} \quad (1.12)$$