

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA-BEJAIA

Faculté des Sciences et des sciences de l'ingénieur

Département L-M-D de 1ère année TC.S.E.T.I

TRAVAUX PRATIQUES DE

M E C A N I Q U E

# TPN°2 : PENDULE SIMPLE

## Description :

On appelle Pendule simple un point matériel suspendu à un point fixe par un fil inextensible et de masse négligeable. En pratique, un tel pendule est obtenu en attachant une petite sphère de masse  $m$  négligeable à un point fixe par l'intermédiaire d'un fil inélastique.

On appelle longueur du pendule simple la distance  $L$  du point de suspension au point matériel, c'est-à-dire au centre  $G$  de la sphère.

## I) But du travail pratique :

Etude de la variation de la période  $T$  du pendule simple en fonction de la longueur du fil  $L$  et du déplacement angulaire  $\theta$  et ainsi déterminer l'accélération de la pesanteur  $g$

## II) Préparation de la manipulation :

1-Démonstration de la loi différentielle qui régit un système de pendule simple :

On considère le système pendule simple -terre comme étant isolé, donc l'énergie mécanique  $E_m$  est constante

$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_m = mgh + \frac{1}{2} J(\dot{\theta})^2$$

Avec  $J$  d'un pendule simple  $J = ML^2$

$$H = l - H' = l - l \cos\theta \Rightarrow H = L(1 - \cos\theta)$$

On aura alors

$$E_m = mgl(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2} ML^2(\dot{\theta})^2$$

$$E_m = mgl - mgl \cos\theta + \frac{1}{2} ml^2(\dot{\theta})^2$$

Si l'on dérive l'expression de  $E_m$  par rapport au temps on obtient :

$$d/dt(E_m) = 0$$

$$\Rightarrow d/dt(E_m) = 0 + mgl\dot{\theta}' \sin\theta + \frac{1}{2} ml^2 \cdot 2\dot{\theta}'\ddot{\theta}' = 0$$

$$\Rightarrow ml\dot{\theta}'(g \sin\theta + l\ddot{\theta}') = 0 \dots \dots \dots I$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}' + g/l \sin\theta = 0$$

c'est une équation différentielle

2-Si l'angle  $\theta$  est petit tel que  $\cos\theta = 1 - \theta^2/2$

donc l'équation différentielle admet une solution du type

$$\theta = B \sin(\omega t)$$

$$\text{tel que } \omega^2 = g/l \Rightarrow \omega = (g/l)^{1/2}$$

$$\text{et on sait que } \omega = 2\pi/T \Rightarrow T = 2\pi/\omega$$

$$\text{nous aurons alors } T = 2\pi(1/g)^{1/2}$$

### III) Manipulation :

#### A-Etude de la variation de la période T en fonction de L :

On fixera ici l'angle  $\theta$  à  $15^\circ$  et on relèvera les demi-périodes pour les différentes valeurs de L

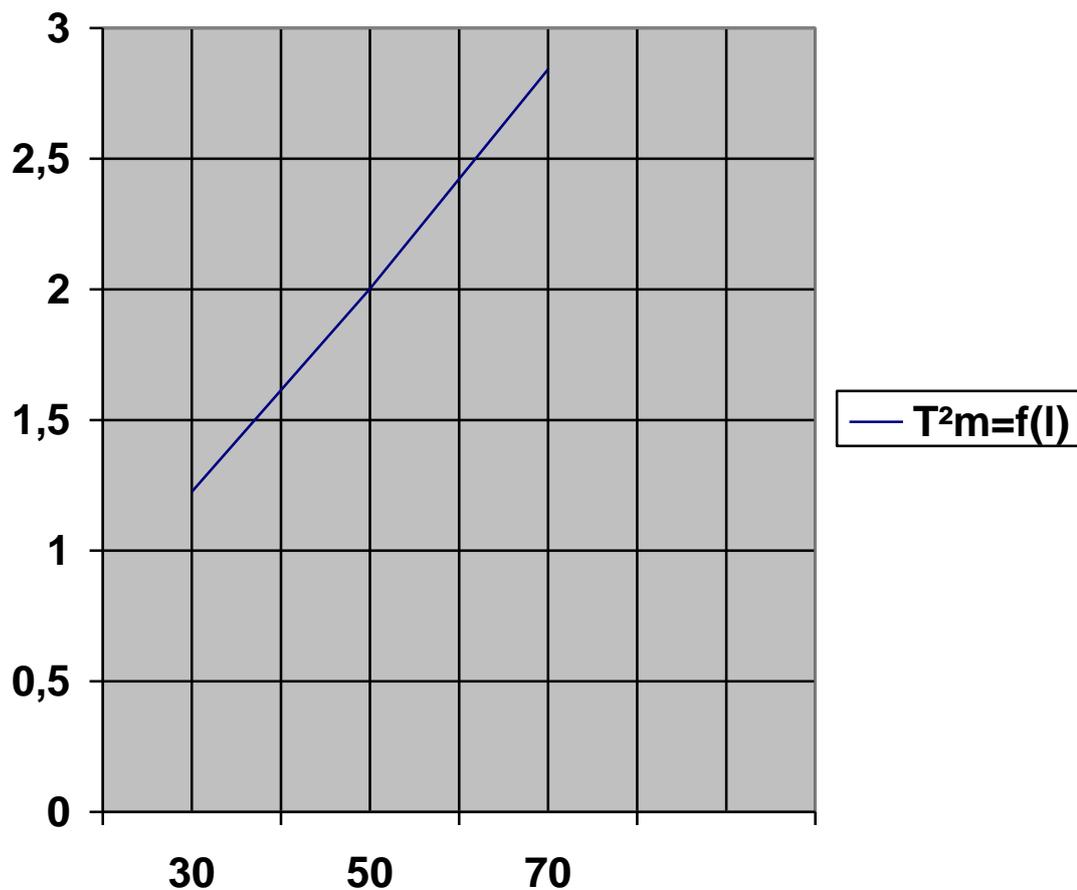
Les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous :

$L$ (cm)	$X$ (cm)	$\sin \theta$	$T/2 G$	$T/2 D$	$T_m$	$T_t$	$T$
30	7.7	0.25	0.567	0.540	1.107	1.088	1.092
50	12.9	0.25	0.727	0.688	1.415	1.404	1.409
70	18.1	0.25	0.870	0.816	1.686	1.662	1.669

#### 1-Comparaison entre $T_m$ , $T_t$ et $T$ :

On comparant  $T_m$ ,  $T_t$  et  $T$  on déduit que  $T_t$  est sensiblement la même que  $T$  et  $T_m$  les écarts entre les valeurs théoriques et expérimentales sont principalement dus à l'incertitude du matériel

#### 2-Tracé de la courbe $T^2.m=f(L)$ et déduction graphique de $g$ :



Déduction graphique de la valeur de l'accélération de la pesanteur  $g$

Pour la déduire il faut simplement calculer la tangente de l'angle que fait la droite avec l'axe des abscisses, et on trouve  $g=9,94 \text{ m/s}^2$

## B-Etude de la variation de la periode T en fonction de $\theta$ :

Ici on fixe la longueur du fil a 70 cm et on relève le differentes valeurs de T en fonction de.

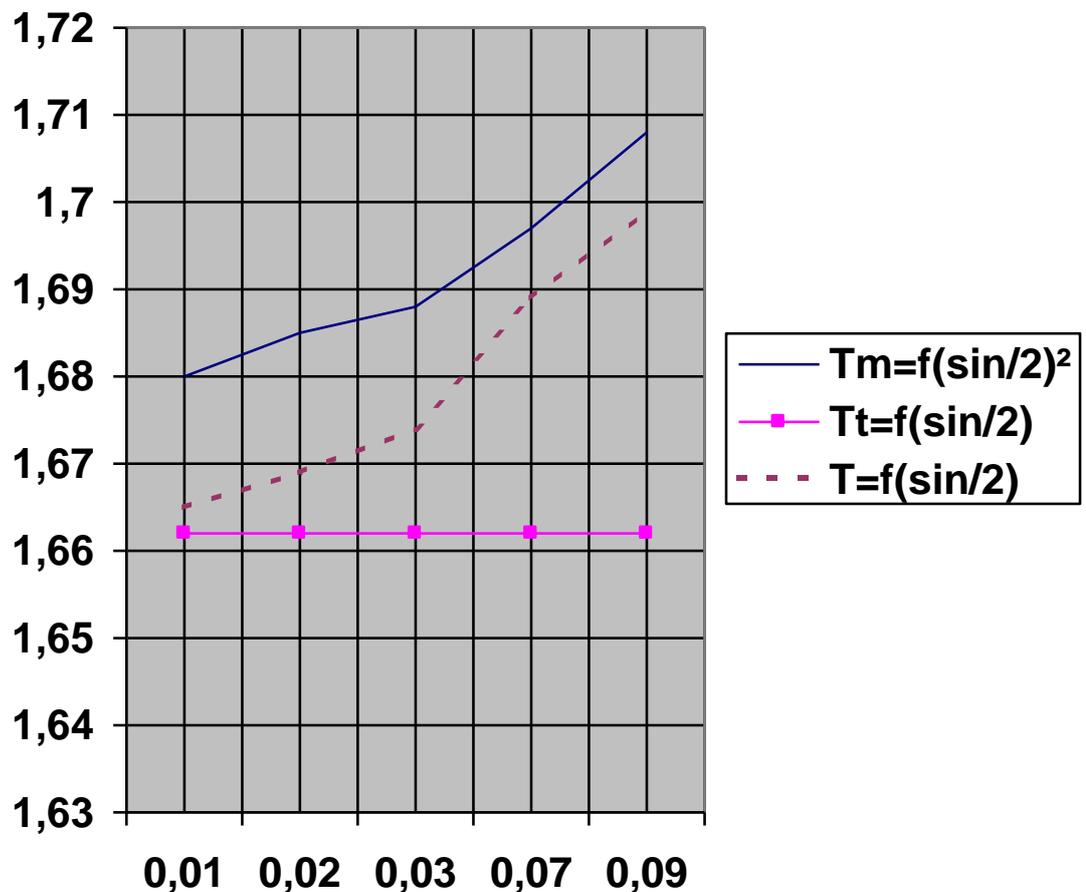
Les valeurs obtenues sont portées au tableau ci-dessous :

$x$ (cm)	$\text{Sin } \theta$	$\theta$ (°)	$T/2 G$	$T/2 D$	$T_m$	$T_t$	$T$
12.2	0.174	10.0	0.800	0.880	1.680	1.662	1.665
18.1	0.258	14.9	0.815	0.870	1.685	1.662	1.669
23.9	0.341	19.9	0.823	0.865	1.688	1.662	1.674
35.0	0.500	30.0	0.833	0.864	1.697	1.662	1.689
40.2	0.574	35.0	0.838	0.870	1.708	1.662	1.699

1-Comparaison entre  $T_m$ ,  $T_t$  et  $T$  :

On comparant  $T_m$   $T_t$  et  $T$  on déduit que  $T_t$  est sensiblement la même que  $T$  et  $T_m$  les écarts entre les valeurs théoriques et expérimentales sont principalement dus a l'incertitude du matériel

2-Tracé de la courbe  $T_m$ ,  $T_t$  et  $T$  en fonction de  $\sin^2(\theta/2)$  :



3-Validité de l'expression de la période  $T=2\pi (l/g)^{1/2}$  dans un domaine angulaire :  
*De notre étude du pendule simple nous concluons ce qui suit :*

*Dans le cas des oscillations de faibles amplitudes ( $\theta < 10^\circ$  ou  $\cos \theta = \theta^2/2$ ) pour que  $\sin \theta = \theta$ , la période d'un pendule simple est totalement indépendante de l'amplitude.*

*Lorsque l'amplitude est faible le mouvement est sinusoïdal qui se décrit par l'équation  $\theta = B \sin(\omega t + \phi)$ .*

*La période  $T$  est inversement proportionnelle à la racine carrée de l'accélération de la pesanteur.*

*La période  $T$  est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule simple.*