UNIVERSITE Abderrahmane MIRA-BEJAIA
Faculté des Sciences et des sciences de l'ingenieur
Département L-M-D de 1ére année TC.S.E.T.I

TRAVAUX PRATIQUES DE MECANIQUE

TPN°4 : PENDULE ELASTIQUE

I) But du travail pratique :

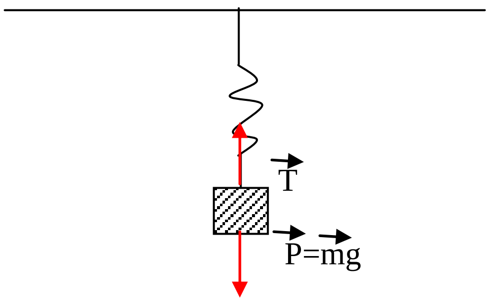
- Détermination de la constante de raideur K d'un ressort et d'un système de ressorts par la méthode dynamique.

II) Préparation de la manipulation :

1-Définition de la constante de raideur K d'un ressort :

la constante de raideur K est le coefficient d'élasticité ou bien le degré de résistance du ressort lorsqu'il est soumis a une force $\vec{F}$

Au repos :



$\sum\vec{F}=\vec{0}$

$\vec{P}+\vec{T}=\vec{0} \Leftrightarrow mg-T=0$

$\Leftrightarrow mg=T$

Mais $T=K\Delta l$

Avec : T : force de tension

K : constante de raideur

L : allongement du ressort

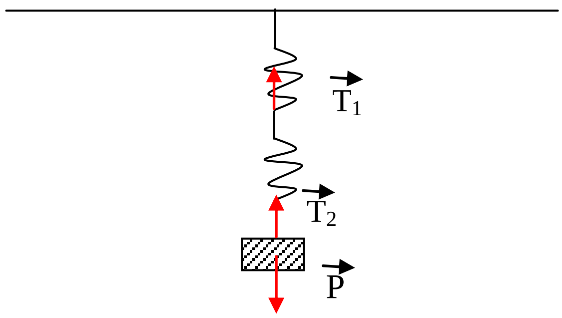
Donc nous déduisons $mg=K\Delta l$

Donc K n'est que le rapport entre la tension T et L'allongement Δl.

$$\mathbf{K=mg/\Delta l}$$

2-Determination de l'expression de la constante de raideur K suivant la méthode statique, pour un ressort remplaçant deux ressorts de raideur K_1 et K_2 associés

A- en série :



On a d'une part $T=T_1=T_2$

$T_1=mg \Rightarrow K_1\Delta l_1=mg \Rightarrow \Delta l_1=mg/K_1$

$T_2=mg \Rightarrow K_2\Delta l_2=mg \Rightarrow \Delta l_2=mg/K_2$

$T=mg \Rightarrow K\Delta l=mg \Rightarrow \Delta l=mg/K$

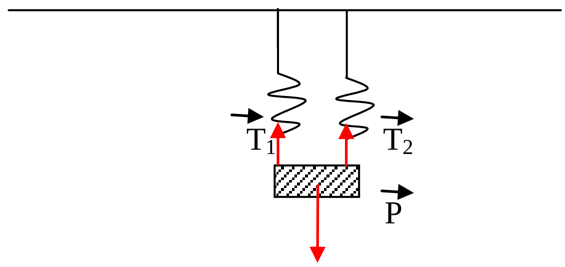
Et d'autre part $\Delta l=\Delta l1+\Delta l2$ donc

$mg/K=(mg/K_1)+(mg/K_2) \Leftrightarrow 1/K=1/K_1+1/K_2$

d'ou:

$$\mathbf{K_{serie}=(K_1K_2)/(K_1+K_2)}$$

B-en parallèle:



Nous avons $T=T_1+T_2$

$T=K\Delta l$

$T_1=K_1\Delta l_1$

$T_2=K_2\Delta l_2$

Donc $K\Delta l=(K_1\Delta l_1)+(K_2\Delta l_2)$

Et puisque $\Delta l=\Delta l_1=\Delta l_2$

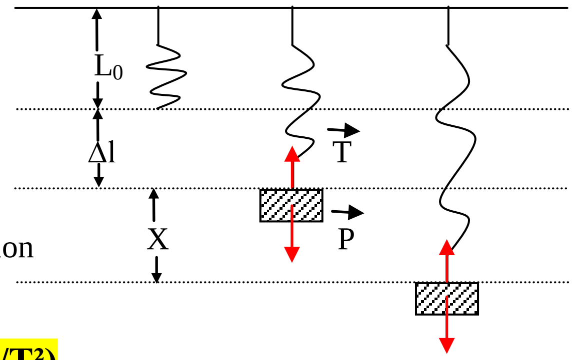
Nous obtenons $\mathbf{K_{parallèle}=K_1+K_2}$

C- si $K_1=K_2$:

Dans ce cas nous avons qu'a remplacer les valeurs de K1 et K2 dans les expressions précédemment notées :
Pour la première équation Kserie=$K_1^2/2K_1=K_1/2$
Pour la seconde équation Kparallèle=$2K_1$

3-Demenstration de l'expression de K par la méthode dynamique :

Nous avons, au repos, $\vec{mg}+\vec{T}=\vec{0}$ mais en projetant sur l'axe du mouvement nous obtenons mg-T=0 donc mg=T
Au mouvement en appliquant le principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen nous obtenons
$\sum\vec{F}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{mg}+\vec{T}=m.\vec{a}$ et en projetant la relation précédente sur l'axe du mouvement nous obtenons : mg-T= m.a
en remplaçant T=K(Δl+x) nous avons :



mg- K(Δl+x)= m.a
mg-KΔl-Kx=m.a mais mg-KΔl=0
donc –Kx=m.a⇔mx''+Kx=0
D'ou x''+(K/m)x=0 cette équation est une équation différentielle du second degré et sa solution est de la forme y=B.sin(wt+Φ)
Avec w=2π/T et w=§(K/m)
De ces deux équations nous obtenons **$K= (m4\pi^2/T^2)$**

III- Manipulation :

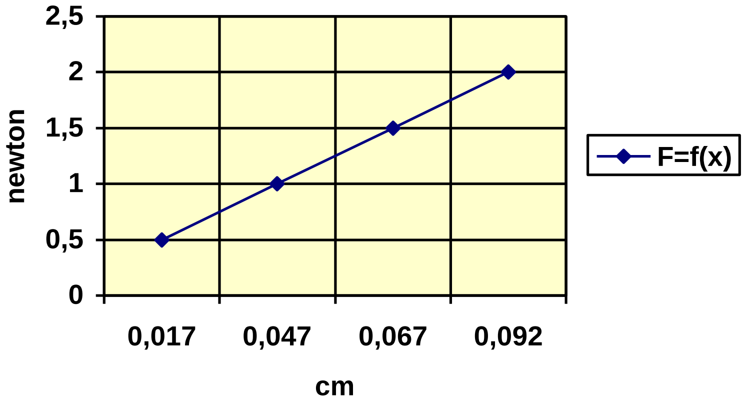
A-Méthode statique :

-Etude d'un seul ressort

Pour cette étude,nous fixons l'une des extrémités du ressort a un support puis on mesure la longueur L_0 du ressort à vide ,ensuite on suspend une masse m a l'autre extrémité et enfin on mesure la longueur L de ce ressort afin de déduire l'allongement X
Les résultats obtenus sont portés au tableau ci dessous :

m(g)	L_0(cm)	L(cm)	X(cm)	ΔX(cm)	K(n/m)	ΔK(n/m)	F=KX(n)
L 050	18.8	20.5	1.7	0.2	29.14		0.5
e 100	18.8	23.5	4.7	0.2	21.27		1.0
150	18.8	25.5	6.7	0.2	22.38		1.5
t 200	18.8	28.0	9.2	0.2	21.73		2.0

Le tracer de la courbe F=f(x) :
La courbe f(x) est une droite qui passe par le centre (0.0) donc l'équation de cette droite est F=KX avec K=tan α / α l'angle que fait la droite avec l'horizon
Graphiquement on déduit que K=25n/m



- Etudes de deux ressorts en série :

Dans cette étude, on prend deux ressorts identiques et on les associe en série puis on accroche l'une des extrémités à un support et dans l'autre on accroche une masse m qu'on fait varier puis on refait les mêmes mesures que dans le cas d'un ressort unique
Les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous :

m(g)	L_0(cm)	L(cm)	X(cm)	ΔX(cm)	Ks(n/m)	ΔKs(n/m)	Kst(n/m)
100	37.6	48.2	10.6	0.2	9.43		12.5
150	37.6	53.2	15.6	0.2	9.61		12.5
200	37.6	57.9	20.3	0.2	9.85		12.5

Comparaison entre Ks et Ks théorique :

-Etude de deux ressorts en parallèle :

Dans ce cas on fait pratiquement la même chose sauf que les deux ressorts sont placés en parallèle et les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous

m(g)	L_0(cm)	L(cm)	X(cm)	ΔX(cm)	Kp(n/m)	ΔKp(n/m)	Kpt(n/m)
100	18.8	21.4	2.6	0.2	38.46		50
150	18.8	22.4	3.7	0.2	40.54		50
200	18.8	24.0	5.2	0.2	38.46		50

Comparaison entre Ks et Ks théorique :

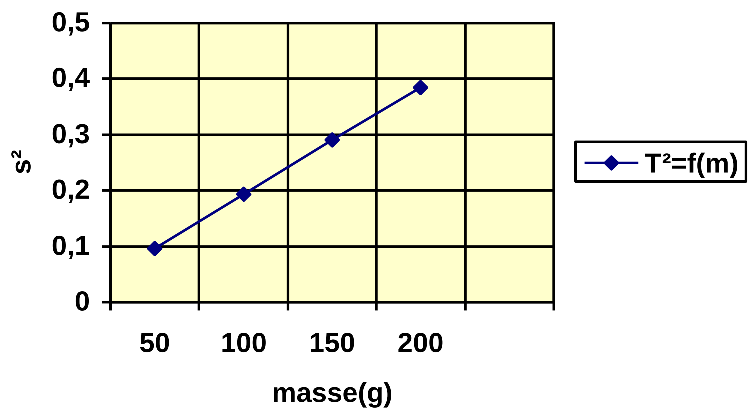
B-Méthode dynamique :

1-Etude d'un seul ressort

Dans cette étude on accroche un ressort à un support et on suspend à son extrémité libre une masse m variable à notre gré puis on écarte faiblement la masse de son point d'équilibre on la relâche sans vitesse initiale ce qui la fait osciller sur son point d'équilibre.
On mesure le temps de 20 oscillations et on calcule la période moyenne au terme des trois itérations de la manipulation
Les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous :

m(g)	t1(s)	t2(s)	t3(s)	tm(s)	T(s)	ΔT(s)	K(n/m)	ΔK(n/m)
050	6.19	6.33	6.44	6.32	0.31	0.08	20.54	
100	8.90	9.05	8.75	8.90	0.44	0.10	20.39	
150	10.63	11.15	11.05	10.94	0.54	0.21	20.30	
200	12.44	12.48	12.54	12.48	0.62	0.02	20.54	

Le tracer de la courbe T^2=f(m) :



Déduction de la constante de raideur K :

D'après le diagramme, la courbe est une droite qui passe par le point (0.0) donc son équation est de la forme $T^2=A.m$,par analogie on a la relation $K=4\pi^2 m/T$

On déduit que $A=4\pi^2/K \Rightarrow K=4\pi^2/A$ avec $A=\tan\alpha$ et α est l'angle entre la droite et l'horizontale d'où $K=4\pi^2/\tan\alpha$ on trouve finalement que K=20.34 n/m

2-Etude de deux ressorts en série :

Dans ce cas on opère exactement de la même manière que l'expérience précédente

Les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous :

m(g)	t1(s)	t2(s)	t3(s)	tm(s)	T(s)	ΔT(s)	Ks(n/m)	ΔKs(n/m)
100	12.76	12.68	12.63	12.69	0.63	0.04	9.94	
150	15.24	15.66	15.53	15.47	0.77	0.16	9.98	
200	17.50	17.68	17.75	17.64	0.88	0.09	10.19	

3-Etude de deux ressorts en parallèle :

Dans ce cas on opère exactement de la même manière que l'expérience précédente

Les résultats obtenus sont portés au tableau ci-dessous :

m(g)	t1(s)	t2(s)	t3(s)	tm(s)	T(s)	ΔT(s)	Kp(n/m)	ΔKp(n/m)
100	6.75	6.56	6.36	6.55	0.32	0.13	38.55	
150	7.87	7.77	7.93	7.85	0.39	0.06	38.93	
200	9.00	8.94	8.87	8.94	0.44	0.04	40.78	

En comparant les résultats obtenus au terme de la méthode dynamique avec ceux préalablement obtenus avec la méthode statique, on remarque que les différences entre ces derniers est de l'ordre 10^{-2} et qui sont principalement a l'incertitude du matériel et du laborantin .

Conclusion : la constante de raideur K ne dépend en aucun cas distance X avec laquelle en tend le ressort mais elle dépend de la nature de ce dernier.