

***Compte Rendu***  
***du***  
***TP n°1***  
***PLAN INCLINE***

*Benmakhlouf Tayeb*

## I)- ÉTUDE:

### 1- Définitions:

#### A)- Glissement d'un solide sur un plan incliné sans frottement (fig1):

Considérons un solide abandonné sur un plan incliné dont les lignes de plus grande pente font l'angle  $\alpha$  avec le plan horizontal.

Faisons l'inventaire des forces extérieures qui sollicitent le solide :

- 1- Au centre de gravité G s'applique le poids  $\vec{P} = m\vec{g}$  du solide;
- 2- Le plan exerce sur le solide une réaction  $\vec{R}$ , force de liaison dont la droite d'action YY' est perpendiculaire au plan parce que les frottements sont négligeables. Donc:

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{g}$$

en projetons sur l'axe (xx') on a :

$$F = P \sin \alpha = mg \sin \alpha \Rightarrow mg \sin \alpha = m\gamma$$

$$\text{soit : } \gamma = g \sin \alpha$$

#### B)- Glissement d'un solide sur un plan incliné avec frottement (fig2):

La même chose que le Glissement d'un solide sur un plan incliné sans frottement, sauf que  $\vec{R}$  serait inclinée en sens contraire du mouvement. Donc:

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{g} \quad tq: (\vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2)$$

en projetons sur l'axe (xx') on a :

$$F = P \sin \alpha - R_2 = mg \sin \alpha - R_2 \Rightarrow mg \sin \alpha - R_2 = m\gamma$$

$$\text{soit : } \gamma = g \sin \alpha - \frac{R_2}{m}$$

## 2- Le But du TP:

*Le But de notre TP est l'étude d'un mouvement de roulement sans glissement d'un cylindre homogène le long d'un plan incliné.*

*La détermination de l'accélération du centre de gravité.*

## 3- Démonstration théorique

On utilise le dispositif expérimental détaillé par la figure n°3, et on étudie le mouvement de roulement sans glissement d'un cylindre homogène le long d'un plan incliné.

Donc, d'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\text{On a } \Delta E_c = E_{c_f} + E_{c_i} = \sum W \Rightarrow \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \theta^2 \right) - 0 = P h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \theta = m g h$$

$$\text{On a : } \sin \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \sin \alpha$$

$$\text{Donc : } \frac{3}{4} v^2 = m g x \sin \alpha \quad \dots(1)$$

$$\text{On a } v_0^2 - v^2 = 2 m \gamma x \Rightarrow v^2 = 2 m \gamma x \quad \dots(2)$$

On remplace la valeur de  $v^2$  dans (1) on obtien :

$$\frac{3}{4} (2 m \gamma x) = m g x \sin \alpha \Rightarrow \frac{3}{2} \gamma = g \sin \alpha$$

$$\text{Donc: } \gamma = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

#### 4- Manipulation et partie expérimentale :

##### A- Influence de la distance de parcours x sur l'accélération $\gamma$ :

Dans le dispositif expérimental précédent, on fixe l'angle d'inclinaison tel que  $\sin\alpha=h/L$  avec  $L = 96$  cm et  $h = 14$  cm. Ensuite, on place le cylindre au sommet du plan puis on le lâche sans vitesse initiale. À l'aide du chronomètre, on note le temps mis par le cylindre pour parcourir la distance  $x$ . Enfin, on refait deux fois cette mesure en faisant varier la distance  $x$ .

On refait cette expérience avec deux types de cylindres. La première avec un cylindre en bois et la deuxième avec un cylindre en acier.

On obtient le tableau de mesure suivant:

Cylindre	X (cm)	$t_1$ (s)	$t_2$ (s)	$t_3$ (s)	$t_m$ (s)	$t_m^2$ (s <sup>2</sup> )	$\Delta t_m$	$\gamma_p$ (m/s <sup>2</sup> )	$\Delta\gamma_p$	$\gamma_t$ (m/s <sup>2</sup> )
<b>BOIS</b>	30	0,766	0,757	0,800	0,774	0,599	0,017	1,001	0,204	0,972
	40	0,870	0,876	0,884	0,876	0,767	0,014	1,043	0,131	0,972
	50	0,976	0,997	0,972	0,981	0,962	0,010	1,039	0,124	0,972
<b>ACIER</b>	30	0,726	0,735	0,723	0,728	0,529	0,004	1,134	0,171	0,972
	40	0,841	0,852	0,852	0,848	0,719	0,005	1,112	0,150	0,972
	50	0,955	0,962	0,975	0,964	0,929	0,007	1,076	0,258	0,972

$$\text{On a : } \Delta t_m = \sum_{i=1}^3 \frac{|t_m - t_i|}{3} = \frac{|t_m - t_1| + |t_m - t_2| + |t_m - t_3|}{3} \quad \text{Tel que : } t_m = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$$

$$x = \frac{1}{2} \gamma_p (t_m)^2 \Rightarrow \gamma_p = 2 \frac{x}{(t_m)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\gamma_p}{\gamma_p} = 2 \frac{\Delta t_m}{t_m} + \frac{\Delta x}{x}$$

$$\Rightarrow \Delta\gamma_p = \gamma_p \left( 2 \frac{\Delta t_m}{t_m} + \frac{\Delta x}{x} \right)$$

$$\text{tel que : } \Delta x = 0,005m$$

$$\text{On a aussi : } \gamma = \frac{2}{3} g \sin \alpha \Rightarrow \gamma = \frac{2}{3} g \left( \frac{h}{L} \right)$$

$$\gamma = \frac{2}{3} \times 10 \times \frac{0,14}{0,96} \Rightarrow \gamma_t = 0,972 \text{ m / s}^2$$

### Comparaison de ( $\gamma_p$ ) et de ( $\gamma_t$ )

On remarque que pour chaque valeur de x que  $\gamma_p$  est presque le même (presque égaux) On remarque, aussi, que pour chaque valeur de x que  $\gamma_p$  est légèrement supérieur à  $\gamma_t$ , qui est constante et ne varie pas car elle ne dépend pas de la distance parcouru, tel que  $\sin \alpha = h/L$ .

Enfin, on peut dire que l'accélération ne dépend pas de la distance du parcouru.

### B- Influence de l'angle $\alpha$ sur l'accélération $\gamma$ :

Dans le même dispositif expérimental précédent, on fixe la distance de parcours x tel que  $x = 50 \text{ cm}$ . Ensuite, on place le cylindre au sommet du plan puis on le lâche sans vitesse initiale. A l'aide du chronomètre, on note le temps mis par le cylindre pour parcourir la distance x.. Enfin, On refait deux fois cette mesure en faisant varier l'angle  $\alpha$ .

On refait cette expérience avec deux type de cylindre. La première avec un cylindre en bois et la deuxième avec un cylindre en acier.

On obtiens le tableau de mesure suivant:

Cylindre	X (cm)	Sin $\alpha$	t <sub>1</sub> (s)	t <sub>2</sub> (s)	t <sub>3</sub> (s)	t <sub>m</sub> (s)	$\Delta t_m$	$\gamma_p$ (m/s <sup>2</sup> )	$\Delta\gamma_p$	$\gamma_t$ (m/s <sup>2</sup> )
BOIS	16	0,16	0,969	0,949	0,972	0,963	0,009	1,07	0,053	1,06
	24	0,25	0,752	0,754	0,758	0,754	0,002	1,76	0,045	1,66
	32	0,33	0,674	0,693	0,695	0,687	0,009	2,12	0,088	2,20
	40	0,41	0,612	0,613	0,604	0,609	0,004	2,70	0,069	2,73
ACIER	16	0,16	0,924	0,922	0,924	0,923	0,001	1,15	0,038	1,06
	24	0,25	0,740	0,738	0,734	0,737	0,002	1,84	0,048	1,66
	32	0,33	0,652	0,653	0,651	0,652	0,000	2,35	0,079	2,20
	40	0,41	0,575	0,573	0,579	0,575	0,002	3,03	0,058	2,73

$$\text{On a : } \Delta t_m = \sum_{i=1}^3 \frac{|t_m - t_i|}{3} = \frac{|t_m - t_1| + |t_m - t_2| + |t_m - t_3|}{3}$$

$$\text{Tel que : } t_m = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$$

$$x = \frac{1}{2} \gamma_p (t_m)^2 \Rightarrow \gamma_p = 2 \frac{x}{(t_m)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \gamma_p}{\gamma_p} = 2 \frac{\Delta t_m}{t_m} + \frac{\Delta x}{x}$$

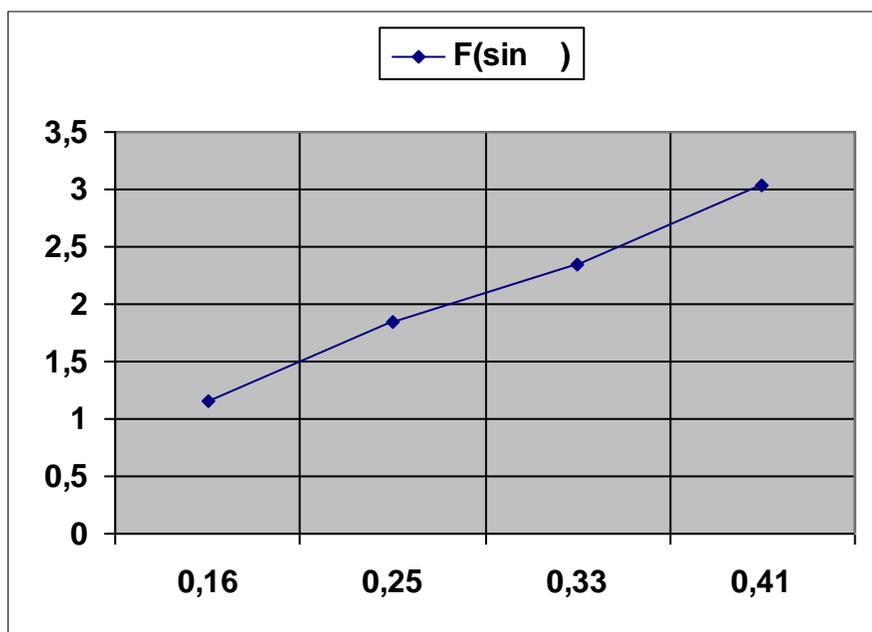
$$\Rightarrow \Delta \gamma_p = \gamma_p \left( 2 \frac{\Delta t_m}{t_m} + \frac{\Delta x}{x} \right) \quad \text{tel que : } \Delta x = 0,005m$$

$$\text{On a aussi : } \gamma_t = \frac{2}{3} g \sin \alpha \Rightarrow \gamma_t = \frac{2}{3} g \left( \frac{h}{L} \right)$$

### Comparaison de ( $\gamma_p$ ) et de ( $\gamma_t$ )

On remarque que pour chaque valeur de l'angle  $\alpha$  que  $\gamma_p$  et  $\gamma_t$  sont presque égales sauf erreur de mesure et que les accélérations du cylindre en acier sont légèrement supérieures à ce du cylindre en bois.

**La représentation graphique de  $\gamma_p = f(\sin \alpha)$  du cylindre en acier:**



On remarque que la courbe  $\gamma_p = f(\sin \alpha)$  est une droite passant par l'origine O conformément à l'équation  $\gamma_p = a \sin \alpha$   $a = \tan \theta$   
 Donc  $\gamma_p = \tan \theta \cdot \sin \alpha$  ....(1)

et théoriquement  $\gamma_p = \frac{2}{3} g \cdot \sin \alpha$  ....(2)

en comparant entre (1) et (2) :  $\tan \theta = \frac{2}{3} g$  enfin  $g = \frac{3}{2} \cdot \tan \theta$

$$\tan \theta = \frac{\Delta \gamma_p}{\Delta \sin \alpha} = \frac{2,56 - 1,84}{0,33 - 0,25} = \frac{0,51}{0,08} = 6,375$$

A.N. :  $g = \frac{3}{2} \tan \alpha = \frac{3}{2} \times 6,375 = \frac{19,125}{2} = 9,56 \text{ m/s}^2$

L'accélération dépend de la matière du corps roulant sur le plan incliné, car on constate que l'accélération du cylindre en acier est légèrement supérieure à celle du cylindre en bois (ex: pour  $\sin \alpha = 0,16$  l'accélération du cylindre en bois  $\gamma_p = 1,07$  alors que l'accélération du cylindre en acier  $\gamma_p = 1,15$ ). L'accélération dépend aussi de la forme du corps roulant en raison de la différence des moments d'inertie entre les corps (cylindre, boule ...)

## II)- CONCLUSION:

Après notre étude de ce T.P, On conclut que :

- Pour un solide glissant sur un plan incliné sans frottement  $\gamma = g \sin \alpha$
- Pour un solide glissant sur un plan incliné avec frottement  
$$\gamma = g \sin \alpha - \frac{R_2}{m}$$
- Pour un cylindre roulant sans glissement sans frottement sur un plan incliné  
$$\gamma = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$
- L'accélération ne dépend pas de la distance du parcours, mais elle dépend de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ .

L'accélération dépend de la matière du corps roulant sur le plan incliné, car on constate que l'accélération du cylindre en acier est légèrement supérieure à celle du cylindre en bois (ex: pour  $\sin \alpha = 0,16$  l'accélération du cylindre en bois  $\gamma_p = 1,07$  alors que l'accélération du cylindre en acier  $\gamma_p = 1,15$ ).

L'accélération dépend aussi de la forme du corps roulant en raison de la différence des moments d'inertie entre les corps (cylindre, boule ...).