

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA

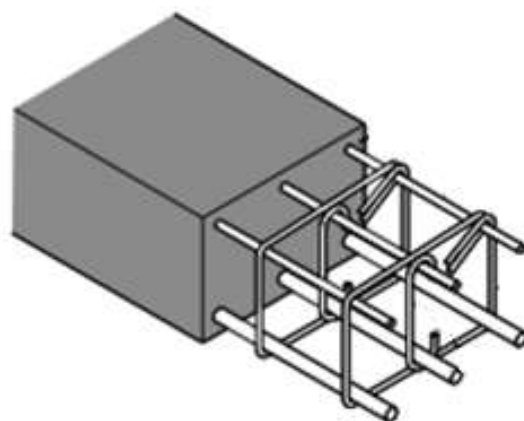
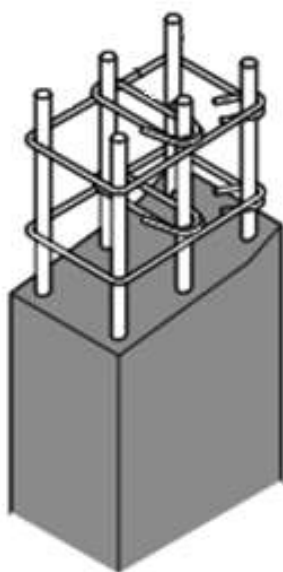
Faculté des Sciences et de La Technologie

Département de Génie Civil et d'Hydraulique



Support de cours de la matière:

Béton armé I



Niveau : 3^{ème} Licence en Génie Civil

Préparé par :

TAALLAH Bachir

Année universitaire : 2015/2016

Email : b.taalah@univ-biskra.dz

Avant-propos

Ce document est un texte de support pour le cours de Béton Armé I de la troisième année Licence en Génie Civil.

Ce cours permet aux étudiants, d'acquérir des connaissances sur les caractéristiques physiques et mécaniques du béton armé et d'apprendre le dimensionnement des sections soumises à des sollicitations simples (traction, compression et flexion simple) selon les règles BAEL 91 révisées 99 et CBA93.

Il faut mentionner que la maîtrise du contenu de ce cours nécessite la connaissance préalable des notions de résistance des matériaux et de matériaux de constructions.

Ce document est scindé en cinq chapitres :

- **Chapitre 1:** Formulation et propriétés mécaniques du béton armé
- **Chapitre 2:** Prescriptions réglementaires
- **Chapitre 3:** Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées
- **Chapitre 4:** Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple
- **Chapitre 5:** Adhérence et ancrage.

Sommaire

Avant-propos.....	i
Sommaire	ii
Chapitre 1 : Formulation et propriétés mécaniques du béton armé	1
1.1 Définition	2
1.2 Principe du béton armé	2
1.3 Historique des règles de conception et de calcul des ouvrages en béton armé.....	3
1.4 La méthode des états limites	3
1.4.1 Définition d'un état limite	3
1.4.2 Etats limites ultimes et états limites de service.....	3
1.4.2 Domaine d'application des règles BAEL.....	4
1.5 Constituants du béton armé	4
1.5.1 Le béton	4
1.5.2 L'acier	7
1.6 Caractéristiques mécaniques des constituants du béton armé	8
1.6.1 Le béton	8
1.6.2 L'acier	11
Chapitre 2 : Prescriptions réglementaires	14
2.1 Introduction	15
2.2 Actions et sollicitations.....	15
2.2.1 Les actions	15
2.2.2 Les sollicitations	16
2.2.3 Les combinaisons d'actions	16
2.3 Déformations et contraintes de calcul	19
2.3.1 Etat limite ultime de résistance	19
2.3.2 Etat limite de service	23
2.4 Condition de non –fragilité	24
Chapitre 3 : Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées	25
3.1 Définition	26
3.2 Traction simple.....	26
3.2.1 Hypothèses de calcul	26
3.2.2 Détermination des armatures.....	27
3.2.2.1 Calcul à l'état limite ultime de résistance.....	27
3.2.2.2 Calcul à l'état limite de service	27
3.2.2.3 Condition de non-fragilité	27

3.2.2.4	Section théorique à retenir	28
3.3	Compression simple	28
3.3.1	Hypothèses de calcul	28
3.3.2	Combinaison d'action de base	29
3.3.3	Longueur de flambement et élancement d'un poteau	29
3.3.3.1	Longueur de flambement	29
3.3.3.2	L'élancement	30
3.3.4	Le calcul à l'état limite ultime de résistance	31
3.3.5	Le calcul à l'état limite de stabilité de forme	32
3.3.5.1	Armatures longitudinales	32
3.3.5.2	Armatures transversales	33
3.3.6	Dispositions constructives et recommandations	34
Chapitre 4 : Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple		36
4.1	Définition	37
4.2	Calcul des armatures longitudinales à l'E.L.U.	37
4.2.1	Hypothèses de calcul	37
4.2.2	Section rectangulaire	40
4.2.2.1	Section sans aciers comprimés	40
4.2.2.2	Section avec aciers comprimés	43
4.2.3	Section en T	46
4.2.3.1	Largeurs des tables de compression des poutres en T	46
4.2.3.2	Section sans aciers comprimés	47
4.2.3.3	Section avec aciers comprimés	50
4.3	Les justifications vis-à-vis de l'E.L.S	52
4.3.1	Hypothèses de calcul	52
4.3.2	Combinaisons d'actions	53
4.3.3	Caractéristiques géométriques	53
4.3.3.1	Position de l'axe neutre	53
4.3.3.2	Moment d'inertie par rapport à l'axe neutre	55
4.3.4	Calcul des contraintes du béton et de l'acier	56
4.4	Condition de non-fragilité	57
Chapitre 5 : Adhérence et ancrage		58
5.1	Adhérence acier-béton	59
5.1.1	Définition de l'adhérence	59
5.1.2	Contrainte d'adhérence	60
5.2	Ancrage des aciers	61
5.2.1	Ancrage droit	61

5.2.2	Longueur de scellement droit dans le cas d'un paquet de barres	61
5.2.3	Ancrage courbe	62
5.2.3.1	Rayons de courbure minimaux	62
5.2.3.2	Caractéristiques des crochets courants.....	63
5.2.4	Ancrage des cadres, étriers et épingles.....	64
5.3	Recouvrements.....	65
5.3.1	Barres rectilignes sans crochets	65
5.3.1.1	Barres tendues	65
5.3.1.2	Barres comprimées	65
5.3.1.3	Couture des jonctions.....	66
5.3.2	Barres rectilignes avec crochets normaux	66
Références bibliographiques.....		67

Chapitre 1

Formulation et propriétés mécaniques du béton armé

Chapitre 1

Formulation et propriétés mécaniques du béton armé

1.1 Définition

Le **béton** est un mélange dans des proportions préétablies de granulats gros et fins (gravillons ou pierres concassées, sable), de ciment et d'eau et éventuellement des adjuvants (Fig. 1.1). Les adjuvants peuvent être employés dans le béton afin d'améliorer certaines caractéristiques du béton frais ou durci.

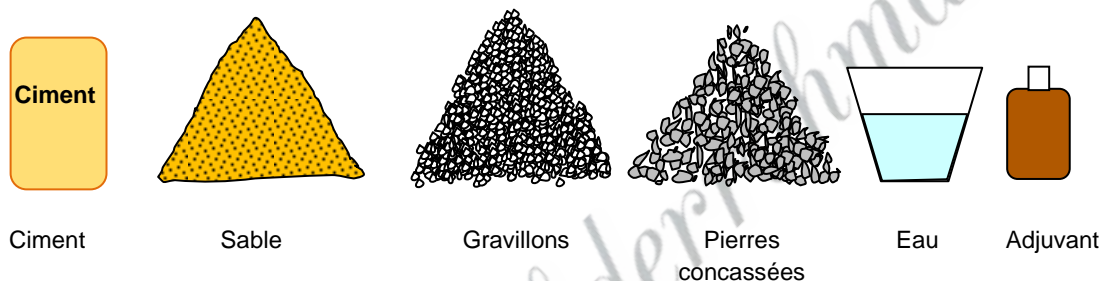


Fig. 1.1 : Les composants du béton

Le **béton armé** peut être défini comme l'enrobage par du béton, d'aciers disposés judicieusement. Ces aciers sont appelés **armatures**. On distingue les **armatures longitudinales** disposées suivant l'axe longitudinal de la pièce, des **armatures transversales** disposées dans des plans perpendiculaires à l'axe de la pièce.

1.2 Principe du béton armé

Dans la plupart des structures, certaines parties sont soumises à des contraintes de compression et d'autres à des contraintes de traction. Or le béton est un matériau qui résiste fort bien en compression mais très mal en traction, alors que l'acier y résiste très bien. D'où l'idée de placer des barres d'acier dans les zones où se produisent des efforts de traction dirigés dans le sens de ces efforts; on pourra donc voir apparaître dans ces zones des microfissures du béton sous l'effet des contraintes de traction mais les aciers empêcheront les fissures de s'ouvrir et prendront seuls à leur compte les efforts de traction.

1.3 Historique des règles de conception et de calcul des ouvrages en béton armé

En France :

- Circulaire du Ministère des Travaux Publics de 1906 (France) ;
- Circulaire Ministérielle de 1934 (30 pages) ;
- Règles BA 45 (90 pages) ;
- Règles BA 60 :
- Circulaire Ministérielle de 1964 ;
- Règles CC BA 68 :
- Règles BAEL 80 modifiées en 83, « Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites » ;
- Règles BAEL 91 (145 pages) ;
- Eurocode 2 "Règles unifiées communes pour les structures en béton".

En Algérie :

- **CBA 93** : Document technique réglementaire D.T.R. B.C. 2.41 « **Règles de conception et de calcul des structures en béton armé** », en abrégé « C.B.A 93 », ce document est approuvé par le ministère de l'habitat en 1993.

1.4 La méthode des états limites

1.4.1 Définition d'un état limite

Un « **état limite** » est celui pour lequel une condition requise d'une construction (ou d'un de ses éléments) est strictement satisfaite et cesserait de l'être en cas de modification défavorable d'une action.

1.4.2 Etats limites ultimes et états limites de service

Un ouvrage doit être conçu et calculé de manière à présenter pendant toute sa durée de vie des sécurités suffisantes vis-à-vis :

- de sa ruine ou de celle de l'un de ses éléments,
- d'un comportement en service susceptible d'affecter gravement sa durabilité, son aspect, le confort des usagers.

- Le BAEL distingue deux catégories d'états limites :

➤ Etats Limites Ultimes (E.L.U.)

On distingue:

- **Etat limite d'équilibre statique:** stabilité des constructions ;
- **Etat limite ultime de résistance** (symbole E.L.U.R.) : matériaux constitutifs ;
- **Etat limite de stabilité de forme** (symbole E.L.U.S.F.) : non risque de flambement.

➤ Etats Limites de Services (E.L.S.)

On distingue:

- **Etat limite de compression du béton** : une contrainte de compression à ne pas dépasser
- **Etat limite de déformation** : flèche maximale.
- **Etat limite d'ouverture de fissures** : risque d'ouverture de fissures.

1.4.3 Domaine d'application des règles BAEL

Ces règles sont applicables à tous les ouvrages et constructions en béton armé, et dont le béton est constitué de granulats naturels normaux, avec un dosage en ciment au moins égal à 300 kg par m³ de béton mis en œuvre.

- Restent en dehors du domaine de ces règles : les constructions en béton non armé ou en béton léger, les structures mixtes acier-béton et les éléments soumis à des températures s'écartant des influences climatiques normales, les constructions en béton de résistance caractéristique supérieure à 60 MPa.

1.5 Constituants du béton armé

1.5.1 Le béton

- On a vu au paragraphe 1.1 que le béton est un mélange de : (Tableau 1.1)
 - **pâte pure** (ciment + eau + air);
 - **granulats** (sables, gravillons et plus rarement pierres cassées);
 - **produits** d'addition éventuels (adjuvants).

Tableau 1.1 : Pourcentage en volume absolu des constituants du béton

Constituants	Eau	Air	Ciment	Granulats
Pourcentage en volume absolu	18 à 28	1 à 6	7 à 14	60 à 78

- La composition du béton a une grande influence sur ses caractéristiques, mais si les caractéristiques attendues sont la plus part du temps bien définies, la mise au point du béton approprié peut s'avérer plus délicate.
- Le béton est préparé soit sur le chantier, soit en centrale à béton.
- Le béton est caractérisé par :
 - une bonne résistance en compression simple,
 - une mauvaise résistance en traction,
 - Masse volumique :
 - La masse volumique béton à granulats courants (normal) → $2200 \div 2400 \text{ kg/m}^3$
 - La masse volumique béton à granulats légers → $700 \div 1500 \text{ kg/m}^3$
 - La masse volumique béton à granulats lourds → $3500 \div 4000 \text{ kg/m}^3$
 - La masse volumique du béton armé → 2500 kg/m^3
 - un coefficient de dilatation thermique identique à celui de l'acier de $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$.

1.5.1.1 Les granulats

- Les granulats est l'ensemble de grains minéraux appelés, fines, sables, gravillons ou cailloux, suivant leur dimension comprise entre **0** et **80mm** (voir Tableau 1.2).
- Pour les granulats utilisés en béton armé, on distingue :
 - ☞ les granulats alluvionnaires dits roulés (forme acquise par l'érosion).
 - ☞ les granulats de carrières aux formes angulaires (obtenus par abattage et concassage).

Tableau 1.2 : Catégories des granulats suivant la grosseur de grains

Appellation	Fines	Sable	Gravillons	Cailloux et pierres cassées
Catégories suivant La grosseur de grains en mm	< 0,080	Fins: 0,080 à 0,315 Moyens: 0,315 à 1,25 Gros: 1,25 à 5	Petits: 5 à 8 Moyens: 8 à 12,5 Gros: 12,5 à 20	Petits: 20 à 31,5 Moyens: 31,5 à 50 Gros: 50 à 80

1.5.1.2 Le ciment

- Le ciment est un liant hydraulique, c'est-à-dire capable de faire prise dans l'eau. Il se présente sous l'aspect d'une poudre très fine qui, mélangée avec de l'eau, forme une pâte faisant prise et durcissant progressivement dans le temps. On distingue différents types de ciment et différentes classes de résistance (voir tableaux 1.3 et 1.4).
- Le choix d'un ciment se fait suivant les critères suivants :
 - Prestations élevées à court terme ex.: CEM I 52.5R ou CEM III/A 52.5R1
 - Température de bétonnage :
 - Temps froid : CEM I 52.5 ou CEM I 42.5
 - Temps chaud : CEM III/C 32.5
 - Présence de sulfates ex.: CPJ CEM II/B-S 42.5N-ES

Tableau 1.3 : différents types de ciments courants

Types de ciments	Désignations
Ciment Portland	CPA-CEM I
Ciment portland composé	CPJ-CEM II/A
	CPJ-CEM II/B
Ciment de haut fourneau	CHF-CEM III/A
	CHF-CEM III/B
	CLK-CEM III/C
Ciment pouzzolanique	CPZ-CEM IV/A
	CPZ-CEM IV/B
Ciment au laitier et aux cendres	CLC-CEM V/A
	CLC-CEM V/B

Tableau 1.4 : Différentes classes de ciments courants

Classe	Résistance à la compression (MPa) (norme EN 196-1)			
	au jeune âge		à 28 jours	
	2 jours	7 jours	mini	maxi
32,5		(17,5)	$\geq 32,5$	$\leq 52,5$
32,5 R	≥ 10		$\geq 32,5$	$\leq 52,5$
42,5	≥ 10		$\geq 42,5$	$\leq 62,5$
42,5 R	≥ 20		$\geq 42,5$	$\leq 62,5$
52,5	≥ 20		$\geq 52,5$	
52,5 R	≥ 30		$\geq 52,5$	
R : début de durcissement rapide				

1.5.2 L'acier

L'acier est un alliage de fer et carbone en faible pourcentage. Les aciers utilisés dans le béton armé sont **des aciers doux, mi-durs et durs**.

On utilise pour le béton armé, **les ronds lisses** (symbole Φ ou **RL**), **les armatures à haute adhérence** (symbole **HA**) et **les treillis soudés** (symbole **TS**) (Fig. 1.2).

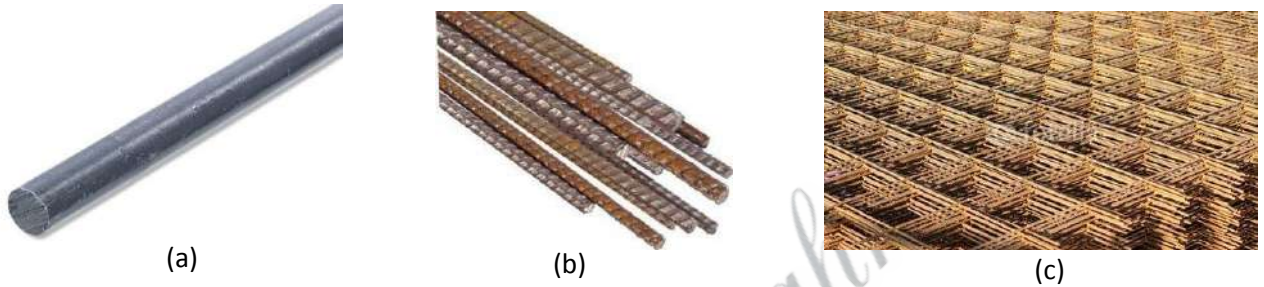


Fig. 1.2: Les aciers utilisés en béton armé : a. Acier rond lisse, b. Acier à haute adhérence, c. Treillis soudés

- On trouve les aciers pour le béton armé sous trois formes : barres, fils et treillis soudés (Fig. 1.3).
- En barres droites, les longueurs courantes de livraison sont de 12 m.

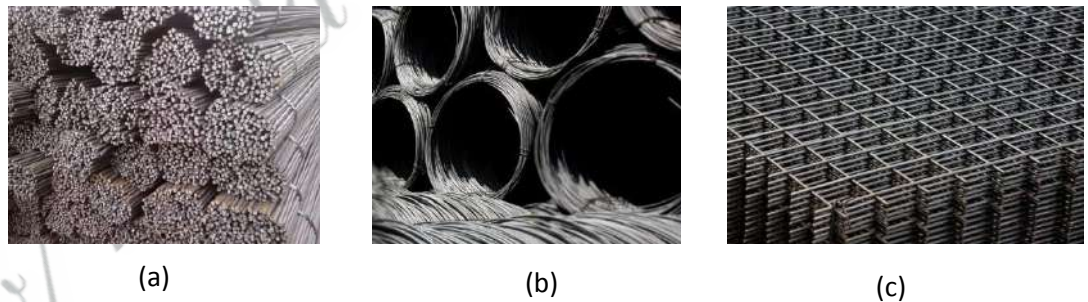


Fig. 1.3: Les formes des aciers pour le béton armé sur le marché : a. barres, b. fils en bobines, c. treillis soudés

- Les diamètres normalisés d'armatures courantes sont : 6,8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 32 et 40 mm.
- Au diamètre nominal correspondent une section nominale et un périmètre nominal (section et périmètre d'un rond lisse de diamètre égal au diamètre nominal).
- Le tableau 1.5 donne la section nominale et la masse linéique correspondant aux différents diamètres nominaux.

Tableau 1.5 : Tableau des sections d'acier.

Diamètres	Masse kg/m	Sections totale d'acier en cm ²									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,222	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,395	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,617	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	0,888	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
14	1,210	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,31	13,85	15,39
16	1,580	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
20	2,466	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	3,850	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
32	6,313	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
40	9,864	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,09	125,66

Exemple : La section totale de 6 HA12 est de 6.79 cm².

1.6 Caractéristiques mécaniques des constituants du béton armé

1.6.1 Le béton

1.6.1.1 Résistances caractéristiques

a. Résistance caractéristique à la compression:

Elle est désignée par f_{cj} (résistance à la compression à " j " jours). Dans le cas courant, pour l'établissement des projets, la résistance de référence est prise à **28j** dite valeur caractéristique requise (ou spécifiée). Elle est notée f_{c28} et choisie en fonction des conditions de fabrication du béton, de la classe du ciment utilise et de son dosage au m³.

Elle se mesure par compression axiale de cylindres de béton Ø16x32 cm. La section **S** est de 200 cm² (Fig.1.4). La compression se fait par le biais d'une presse hydraulique (Fig. 1.5).

La résistance à la compression du béton est définie à (**j**) jours, à partir de la charge (**F_r**) conduisant à sa rupture :

$$f_{cj} \text{ (MPa)} = \frac{F_r}{S}$$

Exemple : $f_{cj} = 25 \text{ MPa}$

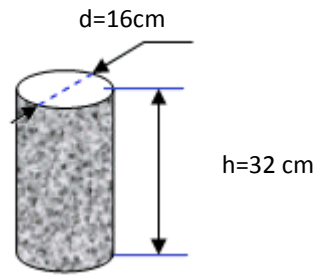


Fig. 1.4 : Epreuves cylindriques (diamètre 16 cm, hauteur 32 cm),



Fig. 1.5 : Ecrasement d'éprouvettes de béton avec une presse hydraulique

- L'essai de compression simple sur éprouvette 16x32 provoque des déformations (Voir Fig. 1.6):

- ε : déformation relative longitudinale

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l' - l}{l}$$

- ε' : déformation relative transversale

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d} = \frac{d' - d}{d}$$

- ν : coefficient de poisson,

$$\nu = \frac{\text{déformation relative transversale}}{\text{déformation relative longitudinale}} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

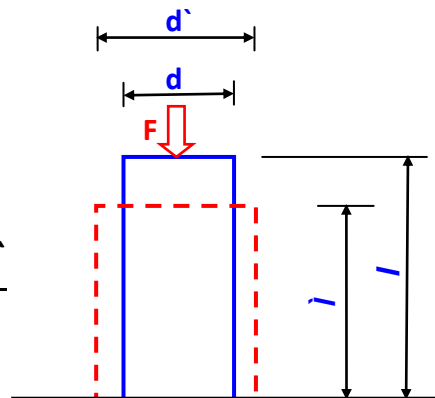


Fig. 1.6 : Détermination des déformations relatives : longitudinale et transversale

- L'essai de compression du béton permet d'obtenir le diagramme expérimental "**contrainte - déformation**" du béton ci-dessous (voir Fig. 1.7).

- La résistance du béton augmente avec l'âge (voir Fig. 1.8).

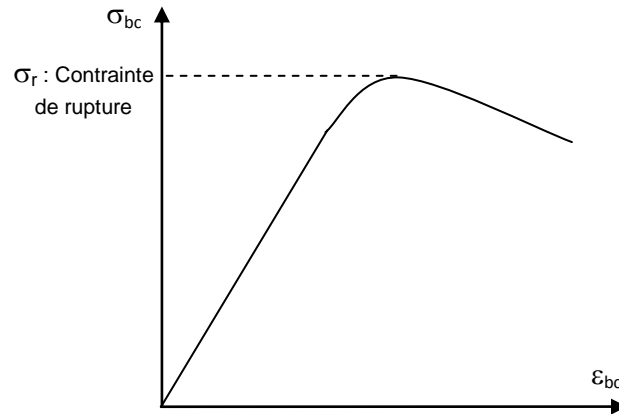


Fig. 1.7 : Diagramme contrainte-déformation du béton en compression.

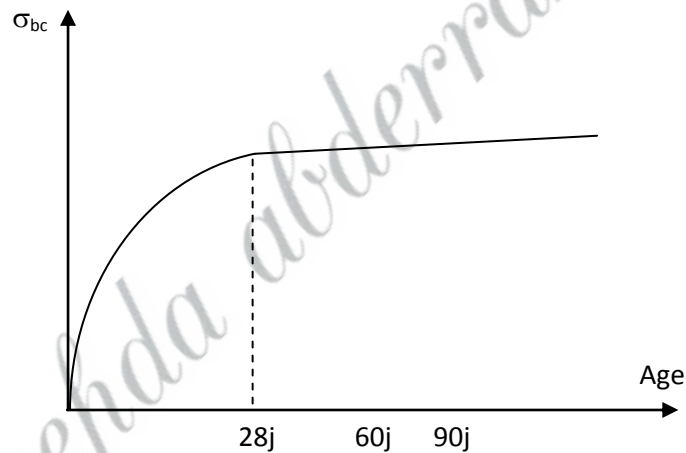


Fig. 1.8 : Diagramme de la résistance à la compression du béton en fonction de l'âge.

- Pour des calculs en phase de réalisation, on adoptera les valeurs des résistances à j jours, définies à partir de f_{c28} , par :

f_{cj}	$f_{c28} \leq 40 \text{ MPa}$	f_{cj}	$40 \text{ MPa} < f_{c28} < 60 \text{ MPa}$
$j < 60$	$\frac{j}{4.76 + 0.83j} \cdot f_{c28}$	$j \leq 28$	$\frac{j}{1.40 + 0.95j} \cdot f_{c28}$
$j \geq 60$	$1.10 f_{c28}$	$28 < j < 60$	Béton à Haute Résistance, voir (B.A.E.L. A.2.1,11)

b. Résistance caractéristique à la traction:

Elle est désignée par f_{tj} (résistance à la traction à " j " jours). Elle est conventionnellement définie à partir de la résistance à la compression par la relation:

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$$

- **Exemple** avec $f_{cj} = 25$ MPa: $f_{tj} = 0,6 + 0,06 \times 25 = 2.1$ MPa

1.6.1.2 Déformation du béton**➤ Déformation longitudinale (A.2.1, 2)**

On distingue:

- le module de déformation instantanée (durée d'application des charges < 24 heures)(symbole E_{ij}) :

$$E_{ij} = 11000 f_{cj}^{1/3} \text{ (MPa)}$$

- le module de déformation différée (longue durée d'application) (symbole E_{vj})

$$E_{vj} = 3700 f_{cj}^{1/3} \text{ (MPa)}$$

➤ Déformation transversale (A.2.1, 2)

Le coefficient de Poisson est pris égal à:

- $\nu = 0,20$ pour la justification aux E.L.S. (section non fissurée)
- $\nu = 0$ dans le cas des E.L.U (section fissurée).

1.6.2 L'acier

- Le caractère mécanique qui sert de base aux justifications est la limite d'élasticité garantie désignée par f_e . Elle varie en fonction du type d'acier.
- Le module d'élasticité longitudinale E_s est pratiquement constant quel que soit l'acier utilisé et est pris égal à : $E_s = 200\,000$ MPa.

- Le diagramme conventionnel déformations-contraintes pour la traction et la compression a l'allure présentée dans la figure Fig. 1.9, sachant que les valeurs de limite élastique sont les mêmes en traction et en compression.

➤ **Cas de la traction**

- Droite **OA** (domaine élastique)
 - Proportionnalité déformations-contraintes
 - Coordonnées du point A $\begin{cases} \varepsilon_s = f_e / E_s \\ \sigma_s = f_e \end{cases}$
- Horizontale AB d'ordonnée $\sigma_s = f_e$ (domaine plastique)
 - La position du point **B** correspond à un allongement de **10 ‰**

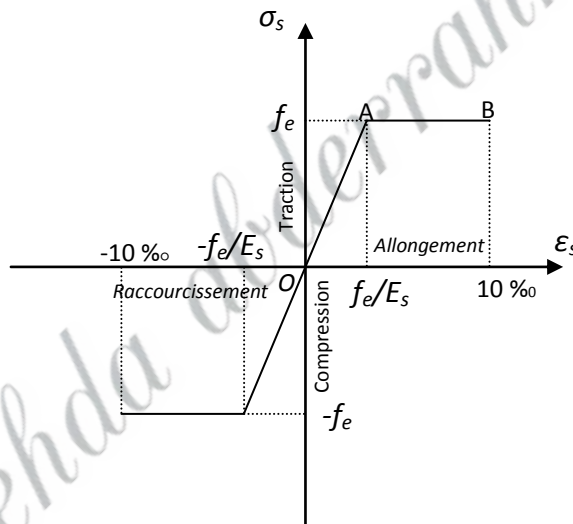


Fig. 1.9: Diagramme conventionnel déformations-contraintes de l'acier

➤ **Cas de la compression**

Le diagramme correspondant est symétrique à celui de la traction par rapport à O.

Les nuances d'acier :

- Il existe **4 nuances** principales qui correspondent à des qualités de limite élastique et de résistance différentes (voir tableaux 1.6 et 1.7).

a. Aciers en barres**Tableau 1.6 :** Les caractéristiques des nuances principales des aciers en barres utilisés en béton armé

Caractéristiques	Types d'acier			
	Doux et lisses		A Haute Adhérence (symbole	
Dénomination	FeE215	Fe E 235	Fe E 400	Fe E 500
Limite élastique f_e en MPa	215	235	400	500
Resistance a la rupture σ_r en MPa	≥ 330	≥ 410	≥ 480	≥ 550
Allongement a la rupture	22%		14%	12%
Coefficient de scellement, symbole ψ_s	1		1,5	
Coefficient de fissuration, symbole η	1		1,6	
Diamètres courants en mm	6-8-10-12		6-8-10-12-14-16-20-25-32-40	

b. Treillis soudés**Tableau 1.7 :** Les caractéristiques des treillis soudés utilisés en béton armé

Caractéristiques	Types de treillis	
	Lisses (symbole T.S.L.)	A Haute Adhérence (symbole T.S.H.A.)
Limite élastique f_e en MPa	500 (tous diamètres)	500 (tous diamètres)
Resistance à la rupture σ_r en MPa	550	550
Allongement a la rupture	8%	8%
Coefficient de scellement, symbole ψ_s	1	1,5
Coefficient de fissuration, symbole η	1	1,3 pour $0 < 6$ mm 1,6 pour $0 \geq 6$ mm
Diamètres courants	3,5 mm a 9 mm avec un pas de 0,5 mm	- 3,5 a 12 mm avec un pas de 0,5 mm

Chapitre 2

Prescriptions réglementaires

fb/ mehda abderrahmane

Chapitre 2

Prescriptions réglementaires

2.1 Introduction

Le matériau béton associé à l'acier induit un comportement plus complexe que ne peuvent le décrire les hypothèses très simplificatrices de la RDM.

C'est pourquoi, des règles de calcul précises destinées aux structures en béton armé ont été établies. Elles sont contenues dans le règlement **BAEL** (Béton Armé aux Etats Limites). La dernière version majeure date de 91 mais des modifications mineures ont été réalisées depuis. Dans ce cours on va se limiter à la version 91 révisée 99.

2.2 Actions et sollicitations

2.2.1 Les actions

Les actions sont les forces et couples dus aux charges appliquées (permanentes, climatiques, d'exploitation, etc.) et aux déformations imposées (variations de température, tassements d'appuis, etc.) (A.3.1).

Le règlement BAEL 91 distingue: les actions permanentes, les actions variables et les actions accidentelles.

- **Les actions permanentes**, notées **G**, sont celles dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Les actions permanentes comprennent notamment le poids propre de la structure, celui des équipements fixes de toute nature (par exemple cloisons des bâtiments), les efforts (poids, poussées, pressions) dus à des terres ou liquides dont les niveaux varient peu, les efforts dus aux déformations imposées en permanence à la construction. La masse volumique du béton armé est prise égale à $2,5 \text{ t/m}^3$.
- **Les actions variables**, notées **Q**, dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps. Il s'agit des charges suivantes :

- Charges d'exploitation (ratio d'utilisateurs, de véhicules, etc.) classées par durée d'application (provisoire, longue durée)
- Charges climatiques (neige et vent)
- Effets thermiques
- **Les actions accidentelles**, notées F_A , provenant de phénomènes rares, tels que séismes ou chocs.

2.2.2 Les sollicitations

Les sollicitations sont les efforts (effort normal N , effort tranchant T) et les moments (moment de flexion M_f , moment de torsion M_t) calculés à partir des actions par des méthodes appropriées. Les sollicitations sont calculées après combinaisons des actions, en retenant le cas le plus défavorable.

2.2.3 Les combinaisons d'actions

Notations :

G_{max} : l'ensemble des actions permanentes défavorables ;

G_{min} : l'ensemble des actions permanentes favorables ;

G : l'ensemble des actions permanentes ;

Q_1 : une action variable dite de base :

- Q_B : la charge d'exploitation des bâtiments ;
- W : le vent
- S : la neige

Q_i : autres actions variables dites d'accompagnement avec $i > 2$;

ψ : coefficient affectant les actions variables d'accompagnement ;

Q_r : les charges d'exploitation des ponts-routes sans caractère particulier (systèmes A et B et charges sur trottoirs) ;

Q_{rp} : les charges d'exploitation des ponts-routes de caractère particulier (convois militaires ou exceptionnels) ;

T : les variations uniformes de la température ;

$\Delta\theta$: le gradient thermique (éventuel) ;

F_A : la valeur représentative d'une action accidentelle.

Les combinaisons d'actions à considérer pour les sollicitations de calcul sont les suivantes :

- Les combinaisons des états limites ultimes,
- Les combinaisons des états limites de service.

2.2.3.1 Pour la vérification des états limites ultimes de résistance (E.L.U.R.)

- *Cas des structures de bâtiment*

Actions permanentes $1,35 G_{max} + G_{min}$	Actions variables	
	de base $\gamma_{Q1} Q_1$	d'accompagnement $1,3 \psi_{02} Q_2$
1,35 G ou G	1,5 Q_B	0 ou W ou S_n ou $W + S_n$
	1,5 W	0 ou $1,3\psi_0 Q_B$ ou S_n ou $1,3\psi_0 Q_B + S_n$
	1,5 S_n	0 ou $1,3\psi_0 Q_B$ ou W ou $1,3\psi_0 Q_B + W$

2.2.3.2 Pour la vérification des états limites de service (E.L.S.)

- *Cas des structures de bâtiment*

Actions permanentes $G_{max} + G_{min}$	Actions variables	
	de base Q_1	d'accompagnement $1,3 \psi_{02} Q_2$
G	Q_B	0 ou 0,77 W ou 0,77 S_n
	W	0 ou $\psi_0 Q_B$
	S_n	0 ou $\psi_0 Q_B$

Remarques :

➤ Dans le cas le plus courant, l'unique combinaison d'actions à considérer pour **les fondations et les poteaux** est: **1,35. G + 1,5. Q.**

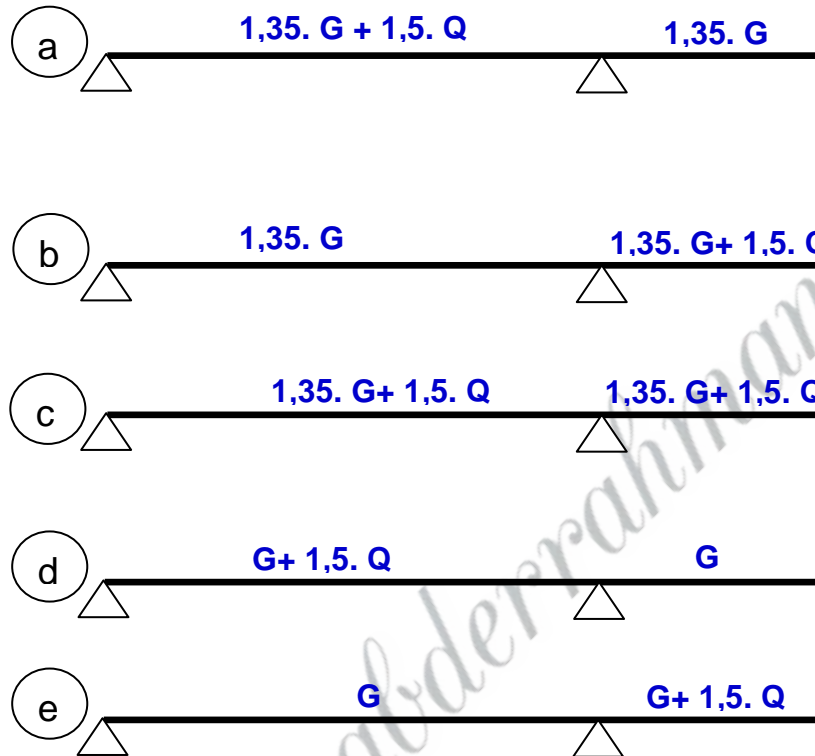
➤ Pour le cas des planchers (**poutres ou dalles**) :

a. Cas d'une seule travée sans porte-à-faut :

- La combinaison à considérer aux états limites E.L.U.R. est : **1,35 . G + 1,5 . Q.**
- La combinaison à considérer aux états limites E.L.S. est : **G + Q**

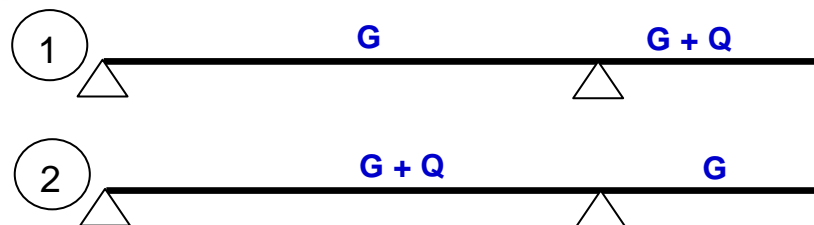
b. Cas d'une poutre reposant sur deux appuis, prolongée par un porte-à-faux

b.1 Aux états limites E.L.U.R.



- La combinaison d est prise en compte pour la justification de l'équilibre statique mais avec $0,9G$ au lieu de G dans la travée adjacente au porte-à-faux.

b.2 Aux états limites E.L.S.



2.2.3.3 Combinaisons accidentelles

Elles s'écrivent symboliquement : $G_{max} + G_{min} + F_A + \psi_{11}Q_1 + \sum \psi_{2i}Q_i$

avec :

- F_A : valeur nominale de l'action accidentelle (Séisme par exemple);

- $\psi_{11}Q_1$: valeur fréquente d'une action variable ;
- $\psi_{2i}Q_i$: valeur quasi permanente d'une autre action variable.
- Dans les structures de bâtiment, on se réfère au règlement RPA 99 Version 2003 (Règlement Parasismique Algérien).

2.3 Déformations et contraintes de calcul

2.3.1 Etat limite ultime de résistance

2.3.1.1 Hypothèses de calcul

- les sections droites restent planes et il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton (les déformations sont les mêmes pour les deux matériaux béton et acier);
- la résistance à la traction du béton est négligée;
- les déformations des sections sont limitées pour l'allongement unitaire de l'acier à 10 ‰, pour le raccourcissement unitaire du béton à 3,5 ‰ en flexion et 2 ‰ en compression simple ;
- le diagramme déformations-contraintes du béton est défini au paragraphe 2.3.1.2.
- le diagramme déformations-contraintes de l'acier est défini au paragraphe 2.3.1.3.
- on peut supposer concentrée en son centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres, tendues ou comprimées, pourvu que l'erreur ainsi commise sur la déformation unitaire ne dépasse pas 15 %.
- Le diagramme des déformations limites d'une section fait l'objet de la règle dite des «trois pivots» A, B, C (voir paragraphe 2.3.1.4).

2.3.1.2 Diagrammes déformations-contraintes du béton (B.A.E.L. A.4.3.41)

On distingue deux types de diagrammes (Fig. 2.1):

- Le diagramme «parabole-rectangle» (BAEL A.4.3,41);
- Le diagramme rectangulaire simplifié (Fig. 2.2). Ce diagramme peut remplacer le diagramme parabole-rectangle si la section considérée n'est pas entièrement comprimée (cas de la flexion simple) (BAEL A.4.3,42).

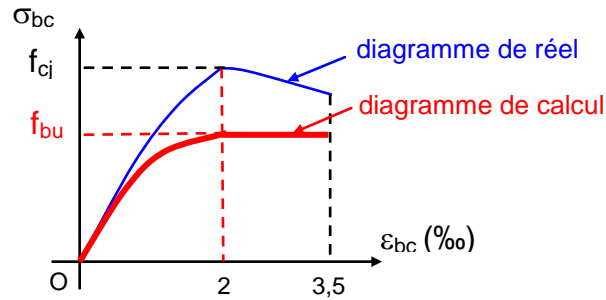


Fig. 2.1 : Diagramme Parabole-Rectangle

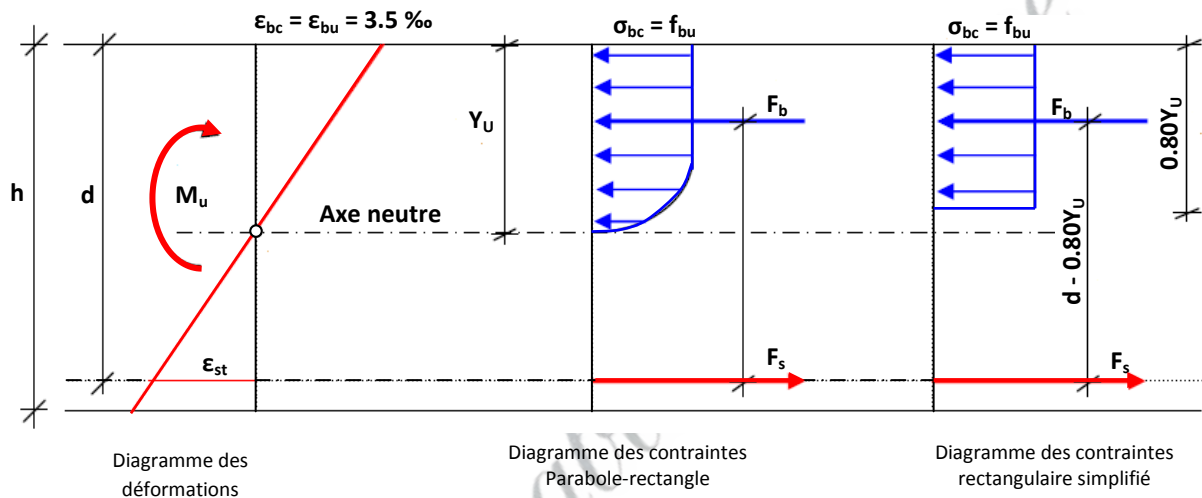


Fig. 2.2 : Diagrammes déformations-contraintes du béton

Notations:

- h** : la hauteur totale de la section ;
- d** : hauteur utile en flexion simple ;
- y_u** : position de la fibre neutre ;
- σ_{bc}** : contrainte de compression du béton ;
- f_{bu}** : résistance conventionnelle ultime à la compression ;
- ε_{bc}** : déformation du béton en compression.

- La valeur f_{bu} de la contrainte de calcul pour une déformation comprise entre 2 ‰ et 3,5 ‰ est :

$$f_{bu} = \frac{0.85 f_{cj}}{\theta \gamma_b}$$

- f_{cj} : résistance caractéristique du béton en compression à j jour
- γ_b : coefficient de sécurité

- $\gamma_b = 1,5$ dans le cas général
- $\gamma_b = 1,15$ pour les combinaisons accidentelles
- θ : dépend de la durée d'application des charges.
 - $\theta = 1$: lorsque la durée probable d'application des charges considérées est supérieure à 24 heures ;
 - $\theta = 0,9$: lorsque cette durée est comprise entre 1 heure et 24 heures ;
 - $\theta = 0,85$: lorsqu'elle est inférieure à 1 heure.

2.3.1.3 Diagramme déformations-contraintes de l'acier (B.A.E.L. 4.3,2)

Le diagramme de calcul se déduit de celui conventionnellement défini des déformations-contraintes conformément à la figure 2.3.

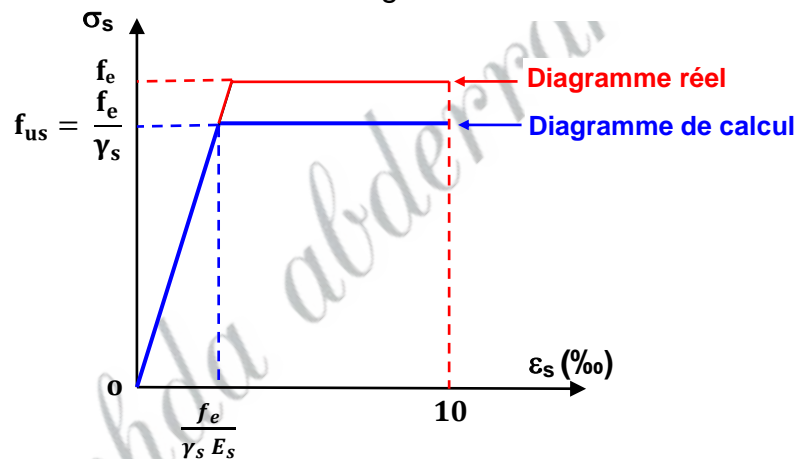


Fig. 2.3 : Déformations-contraintes de l'acier

- f_e : Limite d'élasticité garantie;
- γ_s : Coefficient de sécurité :
 - Cas courants: $\gamma_s = 1,15$
 - Combinaisons accidentelles : $\gamma_s = 1$
- Module d'élasticité longitudinale : $E_s = 200\,000\text{MPa}$

- **Contrainte de calcul:**

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

2.3.1.4 Diagramme des déformations limites d'une section (Règles des trois pivots)

Le dimensionnement à l'état-limite ultime est conduit en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C définis sur la Fig. 2.4.

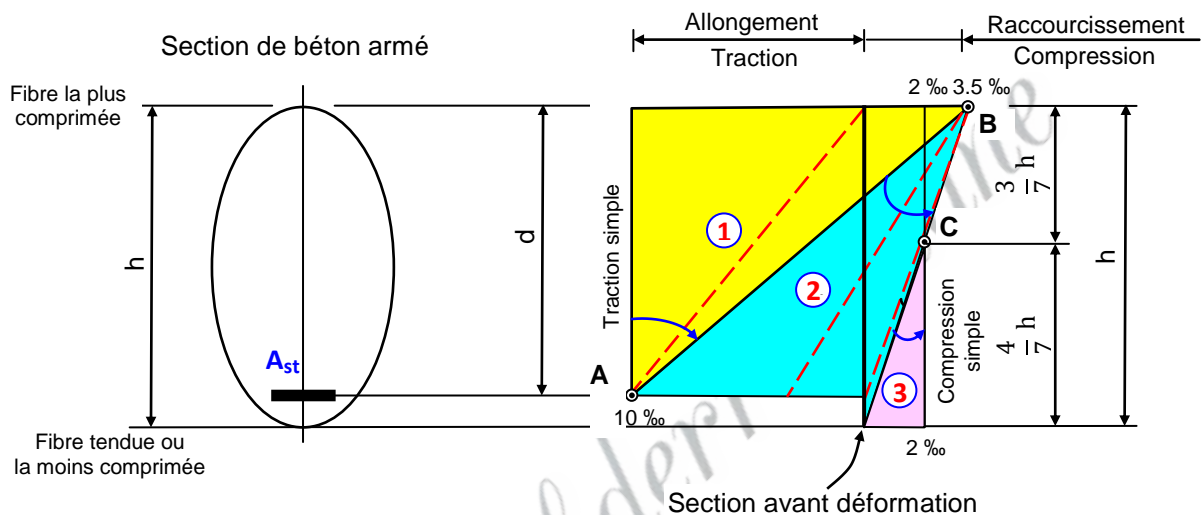


Fig. 2.4 : Diagramme des déformations limites de la section

L'analyse de ce diagramme est comme suit :

➤ **Pivot A (Domaine 1):**

- Allongement de l'acier le plus tendu : $\epsilon_{st} = 10\text{ ‰}$;
- Pièces soumises à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

➤ **Pivot B (Domaine 2):**

- Raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée : $\epsilon_{bc} = 3,5\text{ ‰}$;
- Pièces soumises à la flexion simple ou composée (béton partiellement comprimé).

➤ **Pivot C (Domaine 3):**

- Raccourcissement du béton comprimé $\epsilon_{bc} = 2\text{ ‰}$ pour $y_u = (3/7)h$;
- Pièces soumises à la compression simple (Si la droite de déformation est parallèle à la droite représentative de la section avant déformation) ou à la flexion composée.

2.3.2 Etat limite de service

Les vérifications à effectuer portent sur :

- un état limite de compression du béton (A.4.5,2) ;
- un état limite d'ouverture des fissures (A.4.5,3).

2.3.2.1 Hypothèses de calcul (BAEL A.4.5,1)

- Les sections droites restent planes après déformation ;
- Pas de glissement relatif entre armatures et béton $\epsilon_b = \epsilon_s$;
- La résistance à la traction du béton tendu n'est pas prise en compte dans les calculs ;
- Le béton et l'acier ont un comportement élastique linéaire ;
- Par convention, le rapport n du module d'élasticité longitudinale de l'acier sur celui du béton ou « **coefficient d'équivalence** » a pour valeur **15** ($E_s/E_b = n = 15$).

2.3.2.2 Etat limite de compression du béton à l'ELS

- La contrainte de compression du béton, symbole σ_{bc} , est limitée à :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{cj}$$

2.3.2.3 Etat limite d'ouverture des fissures

Les formes et dimensions de chaque élément, ainsi que les dispositions des armatures, sont conçues de manière à limiter la probabilité d'apparition de fissures d'une largeur supérieure à celle qui serait tolérable en raison du rôle et de la situation de l'ouvrage, car les fissures de largeur excessive peuvent compromettre l'aspect des parements, l'étanchéité des parois, la tenue des armatures vis-à-vis de la corrosion. Donc pour limiter la fissuration, la contrainte de traction des armatures est limitée à la valeur $\overline{\sigma}_{st}$ ($\sigma_{st} \leq \overline{\sigma}_{st}$)

Contraintes limites de traction des aciers ($\overline{\sigma}_{st}$)

➤ **Cas où la fissuration est considérée comme peu préjudiciable** (locaux couverts et clos non soumis aux condensations) :

$$\overline{\sigma}_{st} = f_e$$

➤ **Cas où la fissuration est considérée comme préjudiciable** (éléments exposés aux intempéries (pluie, neige, vent...) ou bien en contact avec l'eau) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{\eta f_{tj}}\right)$$

- f_e : limite élastique.
- η : coefficient de fissuration, avec :
 - $\eta = 1$ pour ronds lisse
 - $\eta = 1,6$ pour H.A (diamètres ≥ 6 mm)
 - $\eta = 1,3$ pour H.A (diamètres < 6 mm)
- f_{tj} : la contrainte du béton à la traction à j jours.

➤ **Cas où la fissuration est considérée comme très préjudiciable** (l'élément est soumis à un milieu agressif) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{\eta f_{tj}}\right)$$

2.4 Condition de non - fragilité (A.4.2,1)

Par définition est considérée comme non fragile, une section tendue ou fléchie telle que la sollicitation provoquant la fissuration du béton dans le plan de la section considérée entraîne dans les aciers une contrainte au plus égale à leur limite d'élasticité garantie.

Une section minimum d'armatures longitudinales est imposée réglementairement. Cette section doit équilibrer la sollicitation de fissuration du béton non armé.

Pour des pièces soumises à la traction simple, la condition de non-fragilité s'exprime alors par la condition suivante :

$$A_{st} \geq B \frac{f_{t28}}{f_e}$$

Avec :

f_e : limite d'élasticité de l'acier ;

B : section totale du béton tendu;

f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction.

Dans le cas des pièces de section rectangulaire soumises à la flexion simple:

$$A_{st} \geq 0.23bd \frac{f_{t28}}{f_e}$$

b et d : sont les dimensions de la section.

Chapitre 3

Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées :

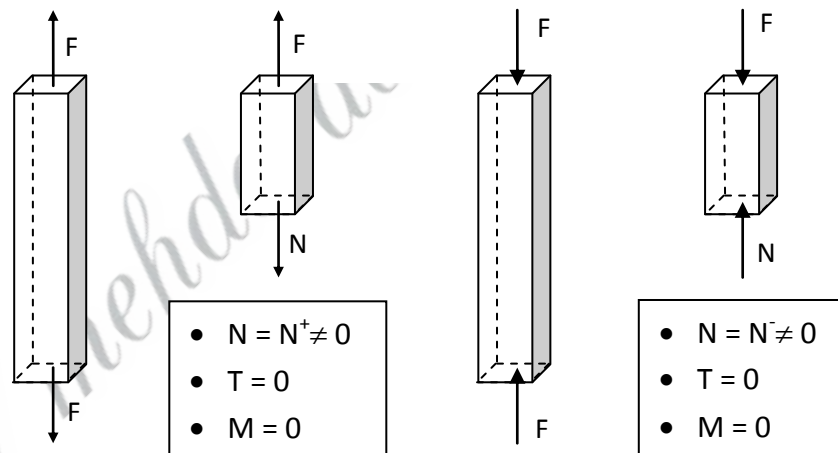
- Traction simple
- Compression simple

Chapitre 3

Dimensionnement des sections soumises aux actions centrées : Traction simple et Compression simple

3.1 Définition

Une pièce en béton armé est soumise aux actions centrées lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, appliquées au centre des surfaces extrêmes, qui tendent à l'allonger (à la raccourcir). Ceci veut dire que dans toute section droite de cette pièce n'existe qu'un **effort normal N** appliqué au centre de gravité. S'il s'agit d'un **effort normal de traction N^+** , on parle de **la traction simple** (Fig. 3.1), c'est le cas des tirants. Mais s'il s'agit d'un **effort normal de compression N^-** , on dit que la pièce est soumise à **la compression simple** (Fig. 3.2), comme le cas d'un pilier symétriquement chargé.



N : l'effort normal, **T** : l'effort tranchant et **M** : le moment fléchissant

Fig. 3.1 : Pièce soumise à la traction simple

Fig. 3.2 : Pièce soumise à la compression simple

3.2 Traction simple

3.2.1 Hypothèses de calcul

- La résistance du béton tendu n'est pas prise en compte;
- La totalité de l'effort de traction est équilibré par l'acier;

- Les armatures et la section de béton ont un même centre de surface;
- La contrainte de calcul de l'acier correspond :
 - à l'état limite ultime de résistance (E.L.U.R.) à une déformation de $\varepsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$ (pivot A);
 - à l'état limite de service (E.L.S.) au cas de fissuration : peu nuisible, préjudiciable et très préjudiciable.

3.2.2 Détermination des armatures :

3.2.2.1 Calcul à l'état limite ultime de résistance :

La condition de résistance exige que la sollicitation agissante N_u soit au plus égale à la sollicitation résistante $N_{ulimite}$:

$$N_u \leq N_{ulimite} = A_{st}^u \times f_{su} = A_{st}^u \times \frac{f_e}{\gamma_s} \dots\dots\dots(3.1)$$

Avec N_u : l'effort normal de traction à l'ELUR.

d'où : $A_{st}^u \geq \frac{N_u}{f_{su}} = \frac{N_u}{\left(\frac{f_e}{\gamma_s}\right)} \dots\dots\dots(3.2)$

3.2.2.2 Calcul à l'état limite de service:

Selon la condition d'équilibre statique :

$$N_{ser} \leq A_{st}^{ser} \times \bar{\sigma}_{st} \dots\dots\dots(3.3)$$

Avec : N_{ser} : l'effort normal de traction à l'ELS.

$\bar{\sigma}_{st}$: contrainte limite d'ouverture des fissures (voir les valeurs des contraintes limites des armatures tendues : chapitre 2, paragraphe 2.3.2.3).

La section d'armatures tendues est donnée par la relation (3.4) :

$$A_{st}^{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_{st}} \dots\dots\dots(3.4)$$

3.2.2.3 Condition de non-fragilité :

La condition de non-fragilité conduit à placer une section minimum d'armatures tendues pour une dimension de coffrage donnée (voir chapitre 2, paragraphe 2.4).

$$A_{st} \geq B \frac{f_{t28}}{f_e} = A_{min} \dots\dots\dots(3.5)$$

Donc : $A_{min} = B \frac{f_{t28}}{f_e} \dots\dots\dots(3.6)$

Sachant que :

A_{st} : section réelle des aciers tendus;

f_e : limite d'élasticité de l'acier ;

B : section totale du béton tendu;

f_{t28} : résistance caractéristique du béton à la traction.

Du point de vue résistance B peut être quelconque, mais pour que la pièce ne soit pas fragile, il faut que B vérifie la condition de non fragilité.

$$B \leq A_{st} \frac{f_e}{f_{t28}} \dots\dots\dots(3.7)$$

3.2.2.4 Section théorique à retenir :

$$A_{st} = \max (A_{st}^u, A_{st}^{ser}, A_{min}) \dots\dots\dots(3.8)$$

3.3 Compression simple

3.3.1 Hypothèses de calcul

- l'excentricité de l'effort normal est petite,
- l'imperfection de rectitude est inférieure à : $\text{Max} (1\text{cm}; l_0 \text{ (la longueur libre)}/500)$,
- l'élancement est inférieur à 70 (voir paragraphe 3.3.3.2).
- Dans un poteau sollicité en «compression centrée» le centre de gravité du béton et celui des armatures sont confondus,
- Les règles BAEL n'imposent aucune condition à l'ELS pour les poteaux en compression centrée. Par conséquent, le dimensionnement et la détermination des armatures doivent se faire uniquement à l'ELU.
- La section de béton étant entièrement comprimée, le diagramme des déformations passe par le Pivot C ($\epsilon_{bc} = 2\text{‰}$).
- Il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton ($\epsilon_{bc} = \epsilon_{sc} = 2 \text{‰}$).

3.3.2 Combinaison d'action de base

Dans les cas les plus courants, l'unique combinaison d'actions à considérer est :

$$1.35 G + 1.5 Q$$

avec :

G : charges verticales permanentes

Q : charges verticales d'exploitation

3.3.3 Longueur de flambement et élancement d'un poteau

3.3.3.1 Longueur de flambement

Sous l'influence d'un effort de compression, les poteaux peuvent s'avérer instables et flamber. Il est donc nécessaire de prendre en compte dans les calculs une longueur fictive du poteau appelée longueur de flambement l_f à la place de sa longueur réelle (appelée aussi longueur libre) l_0 .

La longueur de flambement l_f dépend du type de liaison présente aux extrémités de l'élément considéré (Fig. 3.3).

a. Cas du poteau isolé

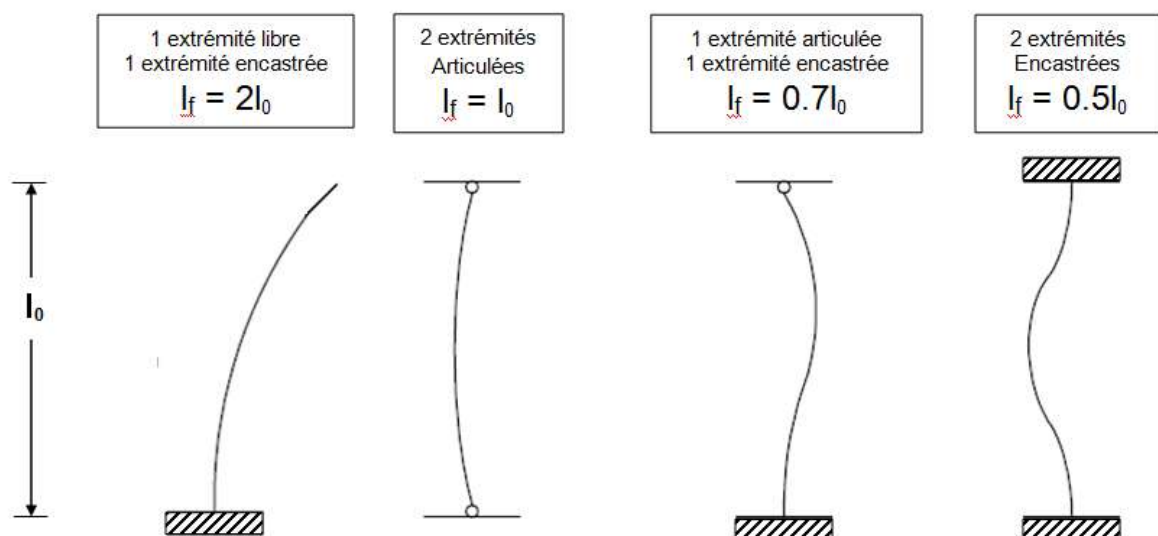


Fig 3.3 : Relation entre la longueur libre l_0 et la longueur de flambement l_f

b. Cas des bâtiments :

- (voir Fig. 3.4)
- l_0 : la longueur libre du poteau :
 - entre faces supérieures de deux planchers consécutifs ;
 - entre la face supérieure de la fondation et la face supérieure du premier plancher.

- **Cas d'un étage courant :** $l_f = 0.707l_0$

(si les inerties des poutres sont supérieures à l'inertie du poteau : $I_{\text{poutre } 1} \geq I_{\text{poteau}}$ et $I_{\text{poutre } 2} \geq I_{\text{poteau } 1}$)

- **Cas d'un poteau sur fondation :** $l_f = 0.707l_0$

(si l'inertie de la poutre est supérieure à l'inertie du poteau : $I_{\text{poutre}} \geq I_{\text{poteau}}$)

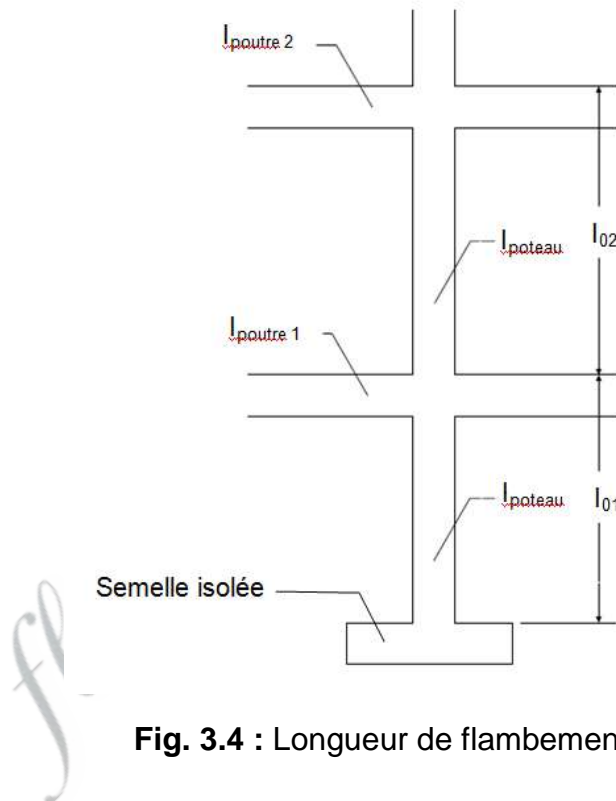


Fig. 3.4 : Longueur de flambement pour un bâtiment

3.3.3.2 L'élancement

L'élancement est désigné par le symbole λ , et il est défini comme étant le rapport de la longueur de flambement l_f sur le rayon minimal de giration i_{\min} :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\min}} \dots\dots\dots(3.9)$$

où : $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$

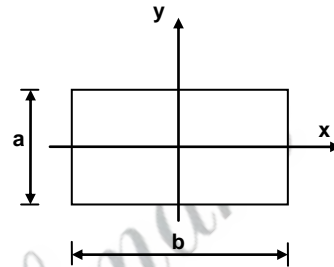
- I_{\min} : est le moment quadratique minimum de la section du poteau
- B : est la section du poteau.

Exemple :

• Section rectangulaire :

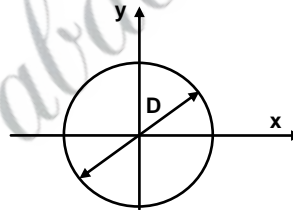
Soit a et b les côtés du poteau avec $a < b$, il vient :

- $B = a \cdot b$
- $I_{\min} = \frac{ba^3}{12}$
- $i_{\min} = \sqrt{\frac{ba^3}{12 \cdot a \cdot b}} = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$
- $\lambda = \frac{l_f 2\sqrt{3}}{a}$



• Section circulaire :

- $B = \frac{\pi D^2}{4}$
- $I_{\min} = \frac{\pi D^4}{64}$
- $i_{\min} = \sqrt{\frac{\pi D^4 \cdot 4}{64 \cdot \pi D^2}} = \frac{D}{4}$
- $\lambda = \frac{4l_f}{D}$



3.3.4 Calcul à l'état limite ultime de résistance

Selon la condition de résistance, la sollicitation agissante N_u doit être au plus égale à la sollicitation résistante $N_{ulimite}$:

$$N_u \leq N_{ulimite} \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

L'effort normal limite théorique est :

$$N_{ulimite} = B \cdot f_{bu} + A_{sc} \sigma_{sc \ 2\%} \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

3.3.5 Calcul à l'état limite de stabilité de forme

Pour plus de sécurité, la résistance est minorée par un coefficient α , et on utilise une section réduite de béton B_r au lieu de la section totale B , pour tenir compte de la sensibilité aux défauts d'exécution.

D'où la condition à respecter :

$$N_u \leq \alpha \cdot \left[\frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} 2\text{‰} \right] \dots \dots \dots (3.12)$$

Avec :

B_r : section réduite du poteau telle que :

$$B_r = (a - 2 \text{ cm})(b - 2 \text{ cm})$$

- Voir Fig. 3.5.

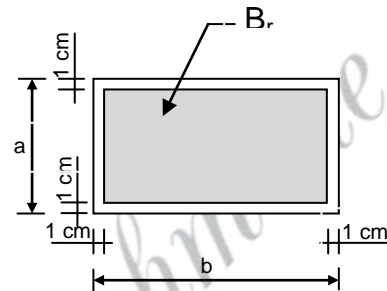


Fig. 3.5 : La section réduite du poteau (B_r)

α : Facteur réducteur affectant $N_{ulimite}$ théorique qui tient compte des effets du second ordre que l'on a négligé.

α	Condition
$\alpha = \frac{0.85}{1 + 0.2 \left(\frac{\lambda}{35} \right)^2}$	$\lambda \leq 50$
$\alpha = 0.6 \left(\frac{50}{\lambda} \right)^2$	$50 < \lambda \leq 70$

N.B : La valeur de α sera divisée par :

- 1,10 si plus de la moitié des charges est appliquée à $j < 90$ jours,
- 1,20 si plus de la moitié des charges est appliquée avant 28 jours (dans ce cas f_{c28} sera remplacée par f_{cj}).

3.3.5.1 Armatures longitudinales

a. Calcul de la section théorique

$$N_u \leq \alpha \cdot \left[\frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc} 2\text{‰} \right] \Rightarrow A_{sc} \geq \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} \right] \frac{1}{\sigma_{sc} 2\text{‰}}$$

Donc :
$$A_{scth} = \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r \cdot f_{c28}}{0.9 \cdot \gamma_b} \right] \frac{1}{\sigma_{sc \ 2\%}} \dots \dots \dots (3.13)$$

b. Calcul de la section minimale

$$A_{min} = \max (4u, 0.2\%B) \dots \dots \dots (3.14)$$

u : le périmètre de la section en mètre.

c. Calcul de la section maximale

$$A_{max} = 5\% B \dots \dots \dots (3.15)$$

d. La section d'acier finale

$$A_{sc} = \max (A_{scth}, A_{min}), \text{ et } A_{sc} \leq A_{max} \dots \dots \dots (3.16)$$

3.3.5.2 Armatures transversales

Le rôle principal des armatures transversales est d'empêcher le flambage des aciers longitudinaux. Les armatures transversales sont disposées en cours successifs plans et normaux à l'axe longitudinal de la pièce (Fig. 3.6) .

a. Le diamètre :

Le diamètre des armatures transversales est au moins égal au tiers du diamètre des armatures longitudinales (\varnothing_l) qu'elles maintiennent:

$$\varnothing_t \geq \frac{\varnothing_{lmax}}{3}$$

b. L'espacement:

$$S_t = \min (40 \text{ cm} ; a + 10 \text{ cm} ; 15 \varnothing_{lmin})$$

a: la plus petite dimension de la pièce (mesurée sur la section).

- Il faut placer au moins **3** nappes d'armatures transversales dans les zones de recouvrement.

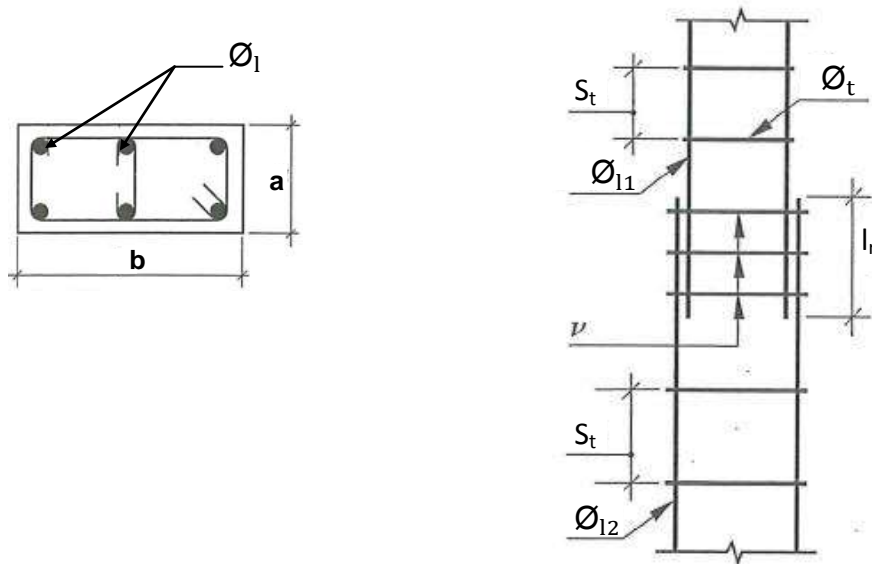


Fig. 3.6 : Les armatures transversales

3.3.6 Dispositions constructives et recommandations

a. L'enrobage

- L'enrobage c de toute armature est au moins égal à (Fig. 3.7):
 - **5 cm** pour les ouvrages exposés à la mer, aux embruns ou aux atmosphères très agressives (industries chimiques);
 - **3 cm** pour les parois soumises à des actions agressives, à des intempéries ou à des condensations;
 - **1 cm** pour les parois qui seraient situées dans des locaux couverts et clos et qui ne seraient pas exposées aux condensations.
- En plus : $c \geq \text{Ø}_l$ et c_g (diamètres maxi respectivement des aciers longitudinaux et des granulats)

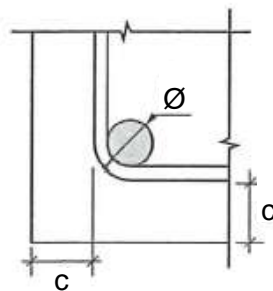


Fig. 3.7 : Enrobage de toute armature

b. L'espacement entre les armatures longitudinales :

➤ Les armatures longitudinales sont réparties dans la section au voisinage des parois de façon à assurer au mieux la résistance à la flexion de la pièce dans les directions les plus défavorables. En particulier, dans une pièce de section rectangulaire, la distance maximale e (Fig. 3.8) de deux armatures voisines sur une même face est au plus égale à :

- la longueur du petit côté du rectangle augmentée de 10 cm ;
- 40 cm.

Si $\lambda > 35$

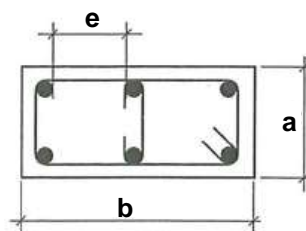


Fig. 3.8 : L'espacement entre les armatures longitudinales

c. La longueur de recouvrement :

La longueur de recouvrement l_r est au moins égale à :

$$l_r = 0.6 l_s$$

où : l_s est la longueur de scellement droit.

d. Pour le calcul de N_u , les aciers pris en compte dans A, sont (Fig. 3.9):

- les barres maintenues par des cadres espacés au maximum de 15 fois le diamètre des barres,
- les barres qui augmentent la rigidité dans le plan de flambement lorsque $\lambda > 35$.

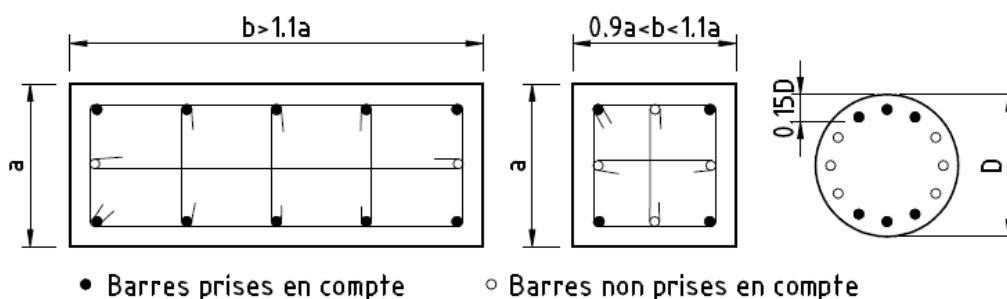


Fig. 3.9 : Acier à prendre en compte pour le calcul de N_u

Chapitre 4

Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple

Chapitre 4

Calcul de sections en béton armé soumises à la flexion simple

4.1 Définition

Un élément est soumis à la flexion simple si dans toute section de cet élément, les sollicitations se réduisent à un moment fléchissant M_f et un effort tranchant T (l'effort normal $N = 0$) (Fig. 4.1).

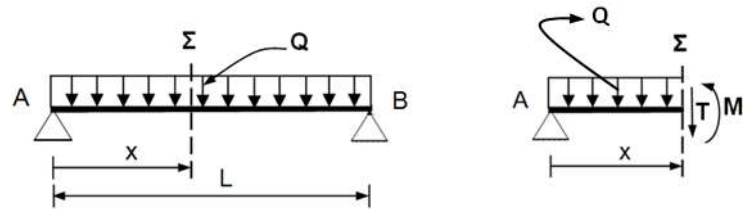


Fig. 4.1 : Schéma mécanique d'une poutre, plus le schéma d'une partie de cette poutre située à gauche d'une section considérée.

Les éléments d'une structure soumise à la flexion simple sont principalement les poutres, qu'elles soient isostatiques ou continues.

En béton armé, **l'action du moment fléchissant** conduit au dimensionnement des **aciers longitudinaux** et **l'action de l'effort** tranchant conduit au dimensionnement des **aciers transversaux** (cadres, épingles ou étriers).

Ces deux calculs sont menés séparément, dans ce chapitre, on présente les calculs relatifs au moment fléchissant en considérant les deux états limites (l'E.L.U et l'E.L.S), et en étudiant les sections rectangulaires et en T avec ou sans armatures comprimées.

4.2 Calcul des armatures longitudinales à l'E.L.U.

4.2.1 Hypothèses de calcul

1. Hypothèse de Navier-Bernoulli (les sections droites restent planes pendant la déformation) ;
2. Pas de glissement relatif entre l'acier et le béton ;

3. La résistance du béton en traction est négligée ;
4. La section d'acier est concentrée en son centre de gravité.
5. **Béton**: diagramme rectangulaire simplifié relatif aux déformations - contraintes en compression.
- **Acier**: diagramme bilinéaire de calcul (traction et compression).
6. **Déformations limites**: suivant la méthode des «trois pivots» qui impose en flexion simple d'atteindre l'un des pivots A ou B (Fig. 4.2):
 - **Pivot A**: $\epsilon_{st} = 10\text{‰}$ et $0 \leq \epsilon_{bc} \leq 3,5\text{‰}$.
 - **Pivot B**: $0 \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$ et $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$.

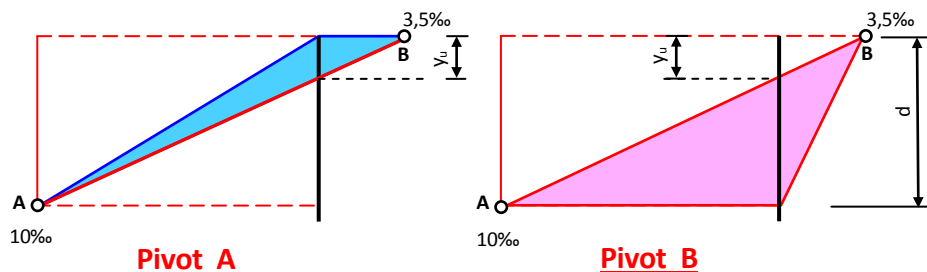


Fig. 4.2 : Diagramme des déformations limites d'une section soumise à la flexion simple

• **Positions particulières de l'axe neutre**

L'hypothèse de continuité des déformations dans la section (pas de glissement des armatures par rapport au béton) conduit à l'équation suivante :

$$\frac{y_u}{\epsilon_{bc}} = \frac{d - y_u}{\epsilon_{st}} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

De cette relation on peut déduire l'équation suivante :

$$\frac{y_u}{d} = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_{st}} \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

En posant : $\alpha_u = \frac{y_u}{d}$ (α_u : position relative de la fibre neutre par rapport a la fibre

la plus comprimée), on peut écrire que : $\alpha_u = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_{st}} \quad \dots\dots\dots(4.3)$

Valeurs particulières de α_u

➤ Voir Fig. 4.3.

- Si la droite des déformations passe par les pivots **A** et **B** alors :

$$\alpha_u = \alpha_{AB} = \frac{3.5}{3.5+10} = 0.2591$$

- Si $\alpha_u = 0.167 \Rightarrow$ **pivot A** ($\epsilon_{bc} = 2 \text{ ‰}$ et $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$) ;
- Si $0 \leq \alpha_u < 0.167 \Rightarrow$ **pivot A** ($0 \leq \epsilon_{bc} < 2 \text{ ‰}$ et $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$) : le béton travaille mal et la section est surdimensionnée en béton ;
- Si $0.167 \leq \alpha_u \leq 0.259 \Rightarrow$ **pivot A** ($2 \text{ ‰} \leq \epsilon_{bc} \leq 3.5 \text{ ‰}$ et $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$) ;
- Si $0.259 \leq \alpha_u \leq \alpha_l \Rightarrow$ **pivot B** ($\epsilon_{bc} = 3.5 \text{ ‰}$ et $10 \text{ ‰} \geq \epsilon_{st} \geq \epsilon_l$) avec :

$$\epsilon_l = \epsilon_e = f_e / (\gamma_s \cdot E_s) \quad \text{et} \quad \alpha_l = \frac{3.5}{3.5 + (\epsilon_l \cdot 1000)}$$

- Si $\alpha_l \leq \alpha_u \leq 1 \Rightarrow$ **pivot B** ($\epsilon_{bc} = 3.5 \text{ ‰}$ et $\epsilon_l \geq \epsilon_{st} \geq 0$) : l'acier travaille insuffisamment, ce qui conduit à de grandes sections d'armatures.

Conclusion : pour utiliser au mieux les caractéristiques du béton et de l'acier, il est préconisé :

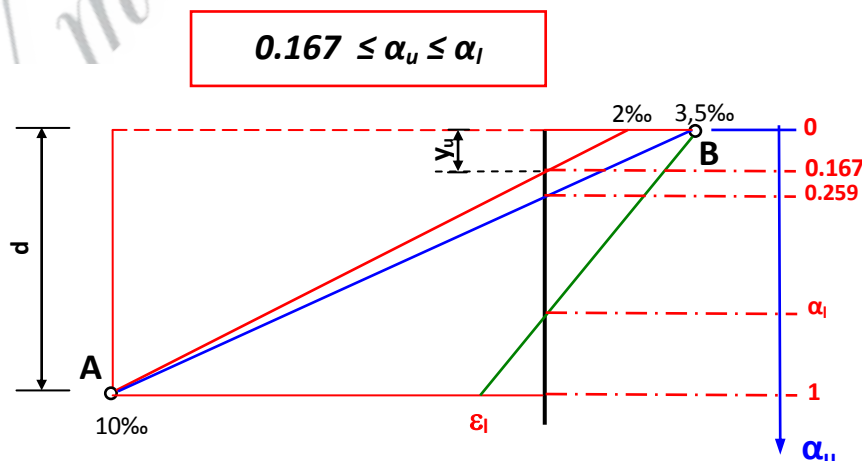


Fig. 4.3: Positions particulières de l'axe neutre

4.2.2 Section rectangulaire

4.2.2.1 Section sans aciers comprimés

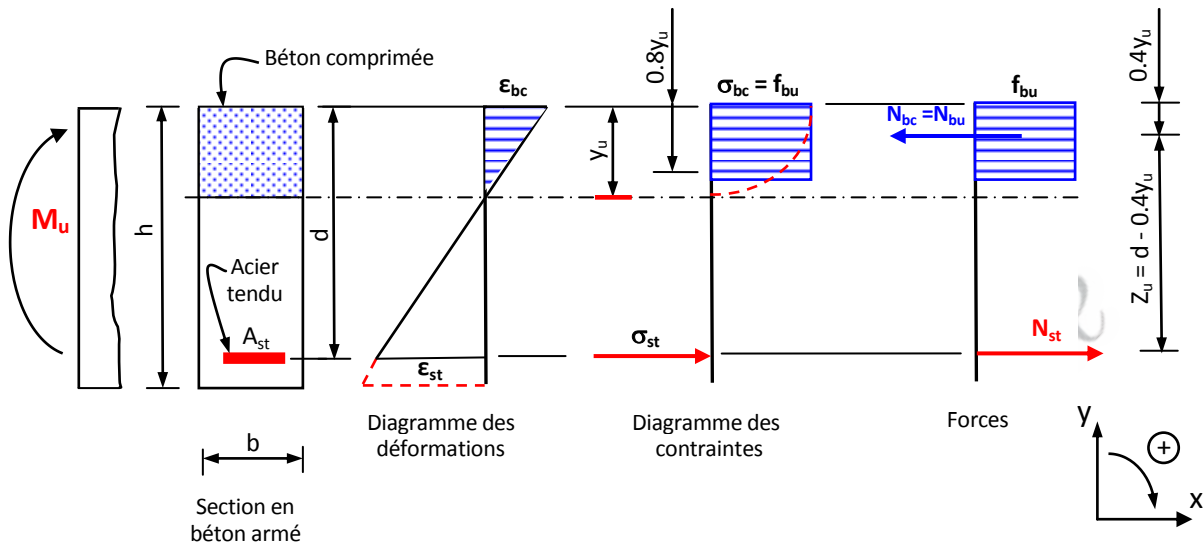


Fig. 4.4 : Diagrammes contrainte-déformation parabolique-rectangle et rectangulaire simplifié dans la section de béton comprimé

Equations d'équilibre :

- Voir (Fig. 4.4)

➤ $\sum F_x = 0$

$\Rightarrow N_{st} - N_{bc} = 0 \Rightarrow N_{st} = N_{bc} \dots\dots\dots (4.5)$

• $N_{bc} = N_{bu} = 0.8 y_u . b . f_{bu} \dots\dots\dots (4.6)$

• $N_{st} = A_{st} . \sigma_{st} \dots\dots\dots (4.7)$

➤ En remplaçant (4.6) et (4.7) dans (4.5), on obtient :

$0.8 y_u . b . f_{bu} = A_{st} . \sigma_{st} \dots\dots\dots (4.8)$

➤ $\sum M_A = 0$ (la somme des moments est calculé par rapport au C.d.G. des aciers tendus)

$\Rightarrow M_u - N_{bu} . Z_u = 0 \dots\dots\dots (4.9)$

• $Z_u = d - 0.4y_u$ (**bras de levier**)..... (4.10)

- Avec (4.6), (4.9) et (4.10) on obtient :

$$M_u - (0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) \cdot (d - 0.4 y_u) = 0$$

$$\Rightarrow M_u = (0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) \cdot (d - 0.4 y_u) \dots\dots\dots (4.11)$$

- Avec (4.5) , (4.7) et (4.9), on obtient :

$$M_u = A_{st} \cdot \sigma_{st} \cdot Z_u \dots\dots\dots (4.12)$$

$$\Rightarrow \boxed{A_{st} = M_u / (\sigma_{st} \cdot Z_u)} \dots\dots\dots (4.13)$$

- Rappelons qu'au paragraphe 4.2.1 on a posé :, $\alpha_u = y_u/d$
donc : $Z_u = (1 - 0.4 \alpha_u) \cdot d \dots\dots\dots (4.14)$

- En posant : $\beta_u = Z_u/d$

$$\text{Soit } \boxed{\beta_u = 1 - 0.4 \alpha_u (\text{bras de levier réduit})} \dots\dots\dots (4.15)$$

- L'équation (4.13) devient :

$$\boxed{A_{st} = M_u / (\sigma_{st} \cdot \beta_u \cdot d)} \dots\dots\dots (4.16)$$

- L'équation (4.11) devient : $M_u = 0.8 \alpha_u \cdot (1 - 0.4 \alpha_u) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \dots\dots\dots (4.17)$

- En posant : $\mu_{bu} = M_u / (b \cdot d^2 \cdot f_{bu})$ (μ_{bu} : Moment ultime réduit)

$$\text{On a : } \boxed{\mu_{bu} = 0.8 \alpha_u \cdot (1 - 0.4 \alpha_u)} \dots\dots\dots (4.18)$$

$$\text{et } \boxed{\alpha_u = 1.25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{bu}})} \dots\dots\dots (4.19)$$

Étapes de calcul à l'E.L.U.R. pour déterminer la section d'armature A
d'une section rectangulaire sans armatures comprimées :

1. Calcul des contraintes limites :

1.1 Béton : $f_{bu} = \frac{0.85 f_{cj}}{\theta \gamma_b}$

1.2 Acier : $f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

2. Calcul des moments réduits

2.1 Moment ultime réduit μ_{bu}

$$\mu_{bu} = M_u / (b \cdot d^2 \cdot f_{bu})$$

2.2 Moment ultime réduit limite μ_l

• $\mu_l = 0.8 \alpha_l \cdot (1 - 0.4 \alpha_l)$

avec $\alpha_l = \frac{3.5}{3.5 + (\varepsilon_l \cdot 1000)}$ et $\varepsilon_l = f_e / (\gamma_s \cdot E_s)$

3. Comparaison des moments réduits

- $\mu_{bu} \leq \mu_l$?

• $\mu_{bu} \leq \mu_l \Rightarrow A_{sc} = 0$ (section sans armatures comprimées), suivre les étapes 4, 5, 6 et 7.

• $\mu_{bu} > \mu_l \Rightarrow A_{sc} \neq 0$ (section avec armatures comprimées), voir le paragraphe 4.2.2.2.

4. Calcul de la position relative de la fibre neutre

$$\alpha_u = 1.25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{bu}})$$

5. Calcul du bras de levier réduit

$$\beta_u = 1 - 0.4 \alpha_u$$

6. Détermination de la contrainte de calcul de l'acier tendu (σ_{st})

Selon le cas, pivot A ou pivot B

7. Calcul de la section d'acier

$$A_{st} = M_u / (\sigma_{st} \cdot \beta_u \cdot d)$$

4.2.2.2 Section avec aciers comprimés

Lorsque, dans une section rectangulaire dont les dimensions sont imposées, on trouve que $\mu_{bu} > \mu_l$, le moment M_u peut être équilibré en renforçant la partie comprimée de la section au moyen d'armatures de section A_{sc} .

Principe de calcul des sections d'armatures (Fig. 4.5)

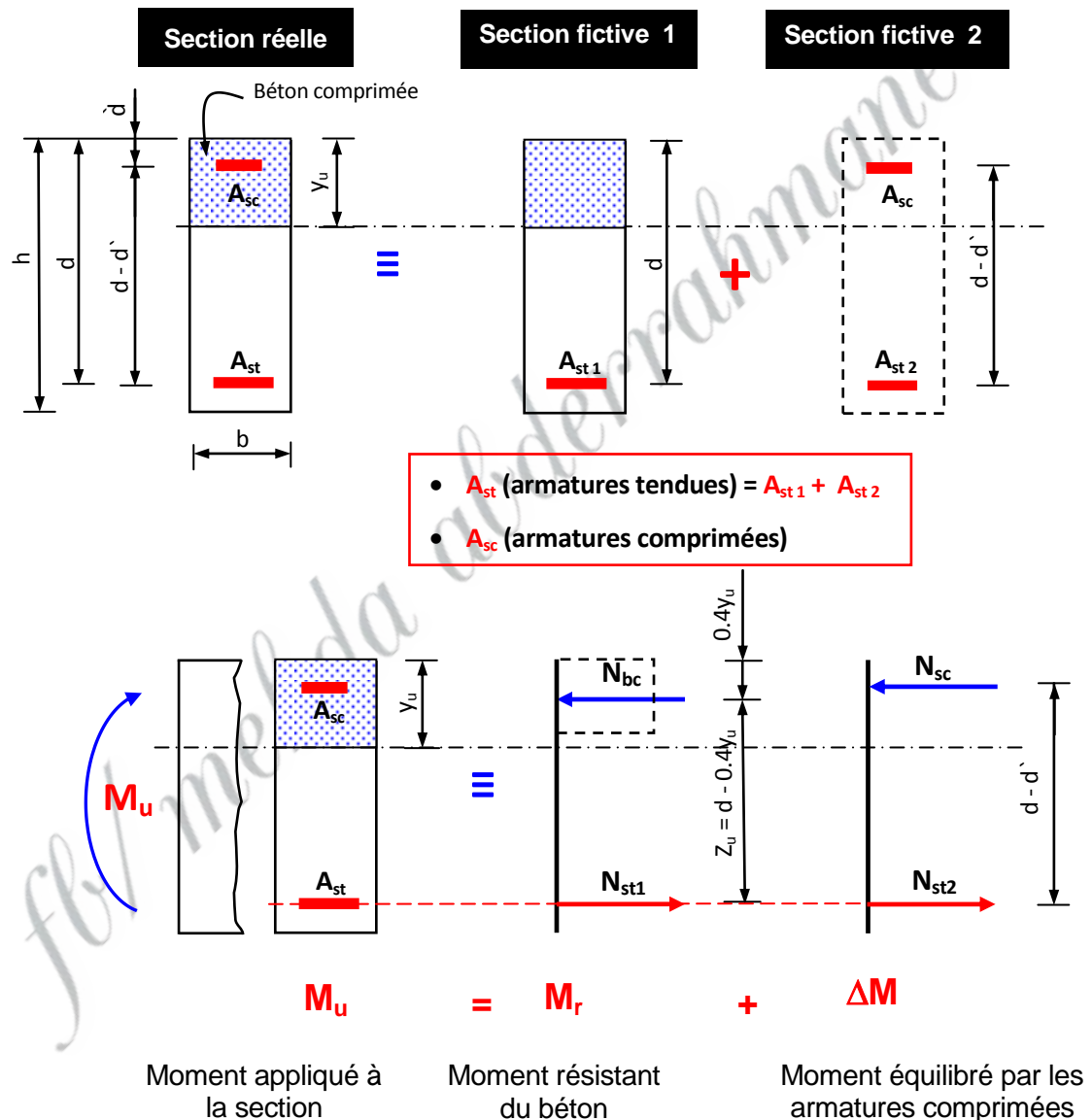


Fig. 4.5 : Principe de calcul à l'ELU d'une section rectangulaire avec aciers comprimés

- **M_r (Le moment résistant du béton) :** est le moment ultime que peut équilibrer la section sans lui ajouter les aciers comprimés.

- ΔM (Le moment résiduel) : est la différence entre le moment ultime sollicitant la section et le moment résistant du béton.

- $N_{st} = N_{st1} + N_{st2} \dots\dots\dots(4.20)$

➤ **Calcul du moment résistant du béton M_r :**

$$\mu_l = M_r / (b \cdot d^2 \cdot f_{bu}) \dots\dots\dots(4.21)$$

avec μ_l : le moment ultime réduit limite

$$\Rightarrow M_r = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \dots\dots\dots(4.22)$$

➤ **Calcul du moment résiduel ΔM :**

$$\Delta M = M_u - M_r \dots\dots\dots(4.23)$$

➤ **Calcul des armatures tendues de la section fictive 1 (A_{st1}):**

$$A_{st1} = M_r / (\sigma_{st} \cdot \beta_l \cdot d) \text{ (voir paragraphe 4.2.2.1),}$$

On a : $\epsilon_{st} = \epsilon_l \Rightarrow \sigma_{st} = f_{su}$ (voir Fig. 2.3 et Fig. 4.3)

Donc : $A_{st1} = M_r / (f_{su} \cdot \beta_l \cdot d) \dots\dots\dots(4.24)$

➤ **Calcul des armatures tendues de la section fictive 2 (A_{st2}):**

$$\Delta M = N_{st2} \cdot (d - d') \dots\dots\dots(4.25)$$

$$N_{st2} = f_{su} \cdot A_{st2} \dots\dots\dots(4.26)$$

En remplaçant (4.26) dans (4.25), on a:

$$\Delta M = f_{su} \cdot A_{st2} \cdot (d - d') \Rightarrow A_{st2} = \Delta M / (f_{su} \cdot (d - d')) \dots\dots\dots(4.27)$$

➤ **Calcul des armatures comprimées de la section fictive 2 (A_{sc}):**

$$N_{sc} = N_{st2} \dots\dots\dots(4.28)$$

$$\Delta M = N_{sc} \cdot (d - d') \dots\dots\dots(4.29)$$

$$N_{sc} = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \dots\dots\dots(4.30)$$

En remplaçant (4.30) dans (4.29), on a :

$$\Delta M = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \cdot (d - d')$$

$$\Rightarrow A_{sc} = \Delta M / (\sigma_{sc} \cdot (d - d')) \dots \dots \dots (4.31)$$

❖ **Détermination de la contrainte de l'acier comprimé (σ_{sc}) :**

- En se basant sur le principe des triangles semblables (Fig. 4.6), on a :

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{3.5 \cdot 10^{-3}} = \frac{y_u - d'}{y_u} \Rightarrow \varepsilon_{sc} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{\alpha_1 \cdot d - d'}{\alpha_1 \cdot d} \right) \dots \dots \dots (4.32)$$

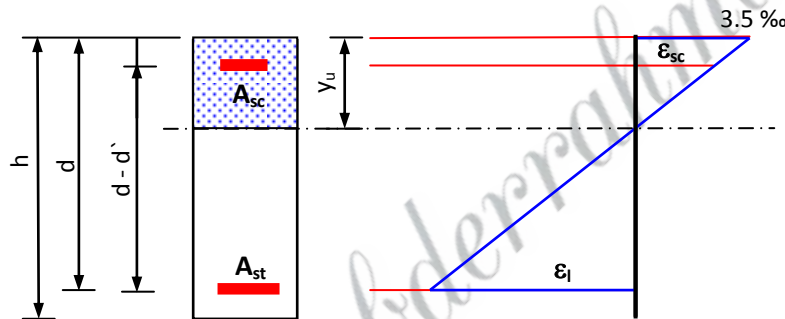
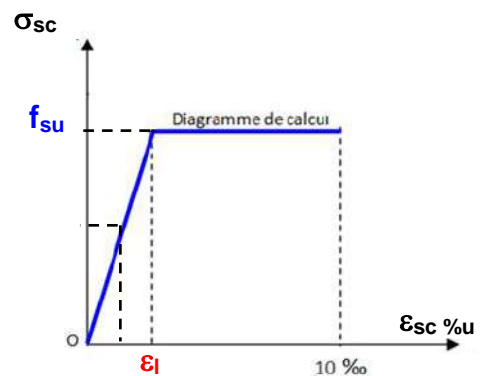


Fig. 4.6 : Diagramme de déformation

- En connaissant ε_{sc} on peut déterminer σ_{sc} :

➤ Si $\varepsilon_{sc} < \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = \varepsilon_{sc} \cdot E_{sc}$

➤ Si $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{su}$



- Finalement, on remplace la valeur de σ_{sc} dans la relation (4.31) pour déterminer la section des armatures A_{sc} .

➤ La section totale des armatures tendues A_{st} :

$$A_{st} = A_{st1} + A_{sc}$$

4.2.3 Section en Té

Les poutres en béton armé d'un bâtiment ou d'un pont supportent souvent des dalles, le règlement BAEL autorise de considérer qu'une certaine largeur du hourdis fasse partie intégrante des poutres, alors la section droite de la poutre a la forme d'un té (Fig. 4.6).

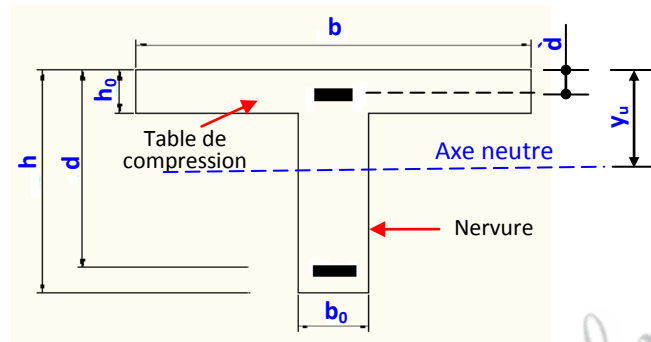


Fig. 4.6 : Élément en béton armé de section en forme d'un té

4.2.3.1 Largeurs des tables de compression des poutres en Té

La largeur de hourdis à prendre en compte de chaque côté d'une nervure, à partir de son parement, ne doit pas dépasser **la plus faible** des valeurs ci-après (Fig. 4.7):

- **la moitié** de la distance entre les faces voisines de deux nervures consécutives;
- **le dixième** de la portée de la travée;
- **les deux tiers** de la distance de la section considérée à l'axe de l'appui extrême le plus rapproché.

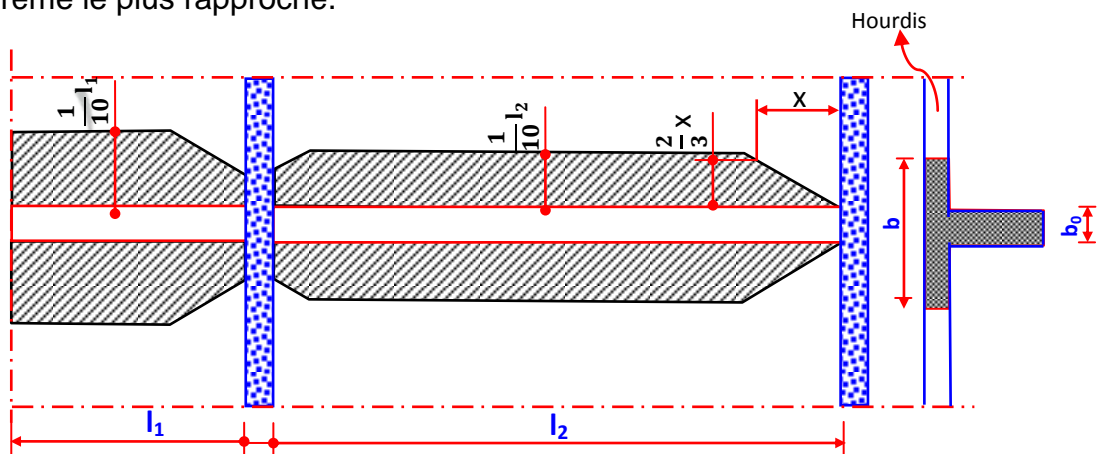


Fig. 4.7 : Largeur de la table de compression

4.2.3.2 Section sans aciers comprimés

Dans l'étude d'une section en T, il est nécessaire de savoir si la partie comprimée n'intéresse que la table, ou si elle intéresse également la nervure, c'est-à-dire on doit chercher la position de la fibre neutre. Pour cela on calculera le moment M_t équilibré par la table.

- Le moment équilibré par la table seule M_t : $M_t = b \cdot h_0 \cdot \left(d - \frac{h_0}{2}\right) \dots (4.33)$

Deux cas peuvent se présenter :

- **Le premier cas : $M_t \geq M_u$**
- Le diagramme rectangulaire est dans la table seule, on calcule la section comme une section rectangulaire de hauteur utile d et de largeur b (celle de la table) (voir le paragraphe 4.2.2).

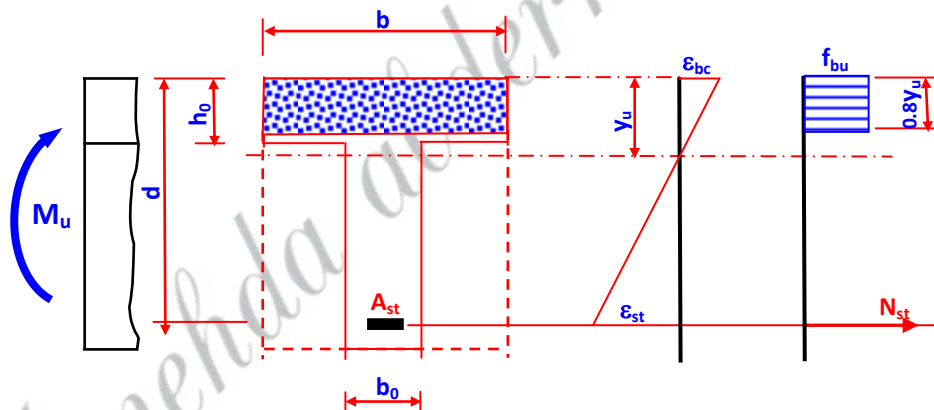


Fig. 4.8: Principe de calcul à l'ELU d'une section en T, avec : $M_t \geq M_u$

- **Le deuxième cas : $M_t < M_u$**

La compression intéresse la table et une partie de la nervure, c'est le cas qui correspond réellement à celui d'une poutre en T.

Pour la détermination des sections d'acier, le principe de calcul se base sur la décomposition de la section en T en deux sections fictives (voir Fig. 4.9).

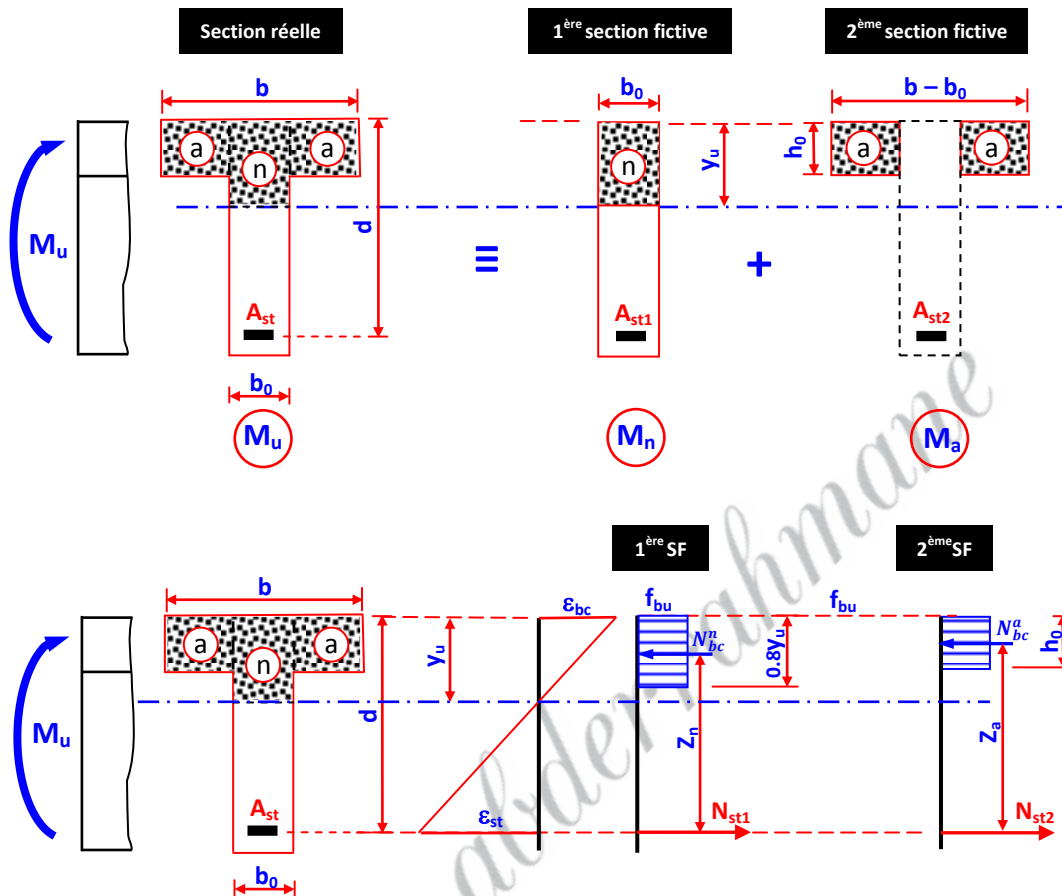


Fig. 4.9: Principe de calcul à l'ELU d'une section en T, avec : $M_t < M_u$

Avec :

M_n : moment de l'effort de compression N_{bc}^n agissant sur la partie comprimée de **la nervure** par rapport au C.D.G des armatures tendues.

M_a : moment de l'effort de compression N_{bc}^a agissant sur **les ailes** de la section par rapport au C.D.G des armatures tendues.

$$M_u = M_n + M_a = N_{bc}^n \cdot Z_n + N_{bc}^a \cdot Z_a \quad \dots\dots\dots(4.34)$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2} \quad \dots\dots\dots(4.35)$$

➤ **Calcul de M_a**

$$M_a = N_{bc}^a \cdot Z_a = [(b - b_0) \cdot h_0 \cdot f_{bu}] \cdot \left(d - \frac{h_0}{2}\right) \quad \dots\dots\dots(4.36)$$

➤ **Calcul de M_n**

$$M_n = M_u - M_a \dots\dots(4.37)$$

➤ **Calcul de la première section fictive**

1. $\mu_{bu} = M_n / (b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu})$;
2. Calcul du moment ultime réduit limite μ_l ;
3. Comparaison des moments réduits : $\mu_{bu} \leq \mu_l$?
 - $\mu_{bu} \leq \mu_l \Rightarrow A_{sc} = 0$ (section sans armatures comprimée)
 - $\mu_{bu} > \mu_l \Rightarrow A_{sc} \neq 0$ (section avec armatures comprimée)
4. **Si $\mu_{bu} \leq \mu_l$:**
 - Calcul de $\alpha_u \rightarrow$ nature du pivot $\rightarrow \sigma_{st}$
 - Calcul de β_u
 - Calcul de A_{st1} : $A_{st1} = M_n / (\sigma_{st} \cdot \beta_u \cdot d) \dots\dots\dots(4.38)$

➤ **Calcul de la deuxième section fictive**

$$N_{st2} = N_{bc}^a \Rightarrow A_{st2} \cdot f_{su} = (b - b_0) \cdot h_0 \cdot f_{bu}$$

$$A_{st2} = (b - b_0) \cdot h_0 \cdot f_{bu} / f_{su} \dots\dots\dots(4.39)$$

➤ **Calcul de la section totale des armatures tendues**

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2}$$

4.2.3.3 Section avec aciers comprimés

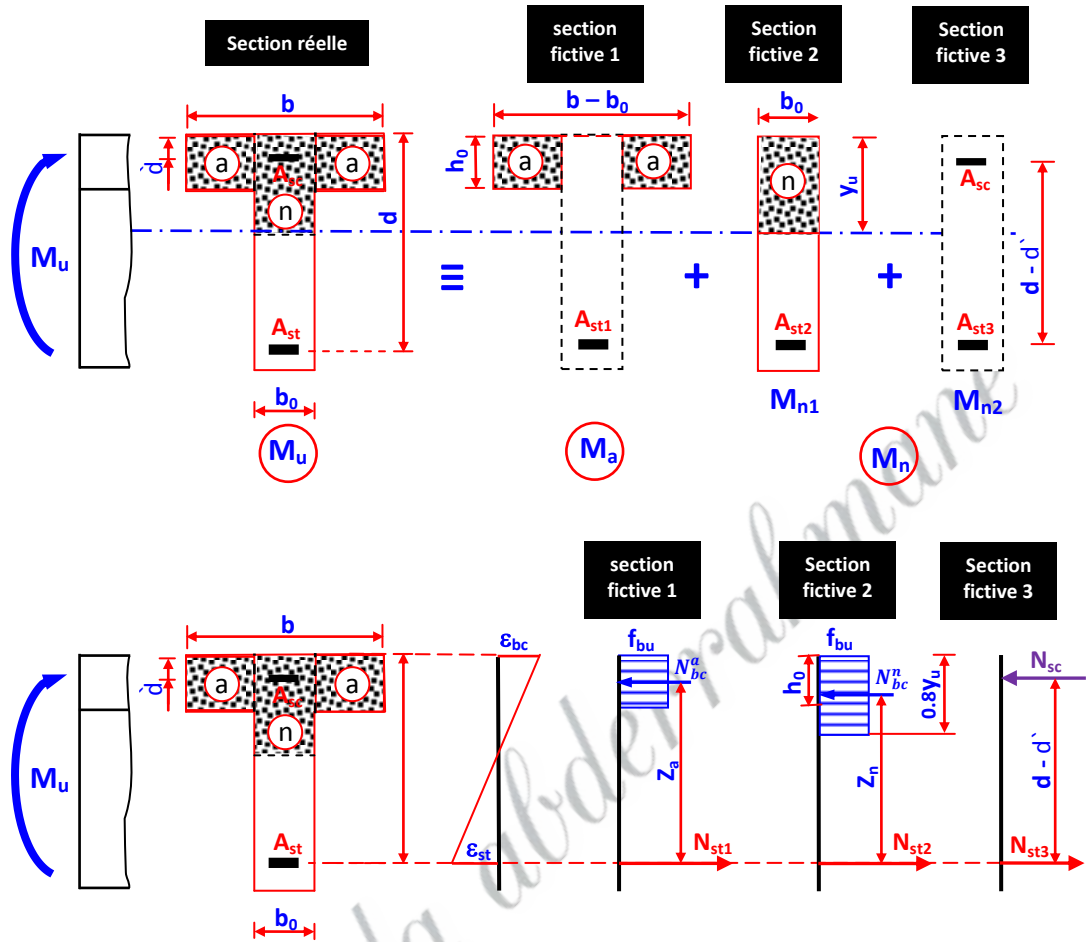


Fig. 4.10 : Principe de calcul à l'ELU d'une section en T avec aciers comprimés

- $M_u = M_a + M_n$
- $M_n = M_{n1} + M_{n2} \Rightarrow M_u = M_a + M_{n1} + M_{n2}$
- $A_{st} = A_{st1} + A_{st2} + A_{st3}$

➤ **Calcul de M_a et de M_n :**

Il est fait selon la même méthode suivie dans le cas de la section sans aciers comprimés.

➤ **Calcul de la section fictive 1**

- $M_a = N_{bc}^a \cdot Z_a = N_{st1} \cdot Z_a = A_{st1} \cdot f_{su} \cdot Z_a = A_{st1} \cdot f_{su} \cdot (d - \frac{h_0}{2})$
- $A_{st1} = \frac{M_a}{f_{su} \cdot (d - \frac{h_0}{2})} \dots\dots\dots(4.40)$

➤ **Calcul de la section fictive 2**

- On a comme donnés μ_l , α_l et β_l
- Calcul du moment résistant du béton M_r :

$$M_r = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} = M_{n1}$$

- Calcul du moment résiduel M_{n2} :

$$M_{n2} = M_n - M_{n1}$$

- Calcul des armatures tendues de la section fictive A_{st2} :

- $A_{st2} = M_{n2} / (f_{su} \cdot \beta_l \cdot d) \dots\dots\dots(4.41)$

➤ **Calcul de la section fictive 3**

❖ **Section théorique des armatures comprimées (A_{sc}):**

- $M_{n2} = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \cdot (d - d') \Rightarrow A_{sc} = M_{n2} / (\sigma_{sc} \cdot (d - d')) \dots\dots\dots(4.42)$

- $\epsilon_{sc} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{\alpha_l \cdot d - d'}{\alpha_l \cdot d} \right)$

- $\epsilon_{sc} \rightarrow \sigma_{sc} \rightarrow A_{sc}$

❖ **Section théorique des armatures tendues (A_{st3}) :**

- $M_{n2} = N_{st3} \cdot (d - d') \dots\dots\dots(4.43)$

- $N_{st3} = f_{su} \cdot A_{st3} \dots\dots\dots(4.44)$

- En remplaçant (4.44) dans (4.43), on a: $M_{n2} = f_{su} \cdot A_{st3} \cdot (d - d')$

$$\Rightarrow A_{st3} = M_{n2} / (f_{su} \cdot (d - d')) \dots\dots\dots(4.45)$$

➤ **Section théorique totale des armatures tendues :**

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2} + A_{st3}$$

➤ **Section théorique des armatures comprimées : A_{sc}**

4.3 Les justifications vis-à-vis de l'E.L.S

Il s'agit des états limites de service vis-à-vis de la durabilité de la structure. Les justifications vis-à-vis de l'ELS s'effectuent :

- soit par la vérification des contraintes ;
- ou par le calcul de la section d'armature comparée à celle obtenue à l'ELUR.

L'expérience a montré que lorsque la fissuration est considérée peu préjudiciable (FPP) ou préjudiciable (FP), le dimensionnement se fait à l'ELU et la vérification à l'ELS, alors que pour le cas de la fissuration très préjudiciable (FTP), il faut faire le dimensionnement à l'ELS et la vérification à l'ELU.

Dans ce cours, on se limitera à la vérification des contraintes, c'est-à-dire, on doit s'assurer du non-dépassement des contraintes limites de calcul à l'ELS:

- de compression du béton,
- de traction des aciers suivant le cas de fissuration étudié.

4.3.1 Hypothèses de calcul

Rappel :(voir chapitre 2)

- Les sections droites restent planes après déformation ;
- Il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton ;
- Le béton tendu est négligé ;
- Le béton et l'acier sont considérés comme matériaux linéairement élastiques;

- Le Coefficient d'équivalence n est pris égal à **15** ($n = \frac{E_s}{E_b}$), donc une section A_s des aciers est équivalente à une section fictive **$n \cdot A_s$** , c'est-à-dire **15. A_s** , par conséquent la contrainte de l'acier est **n** fois plus forte que celle du béton situé à la même distance **y** de l'axe neutre :

$$\sigma_{st} = n \sigma_{bt} \text{ et } \sigma_{sc} = n \sigma_{bc} \text{ donc } \sigma_{bt} = \sigma_{st}/n \text{ et } \sigma_{bc} = \sigma_{sc}/n$$

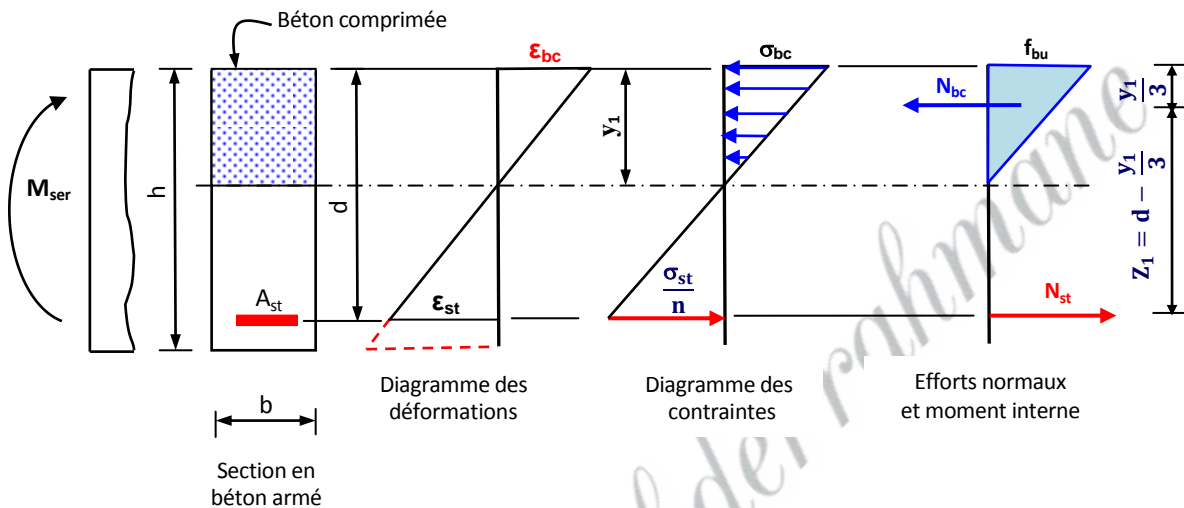


Fig. 4.11 : Principe de calcul à l'ELU d'une section en T avec aciers comprimés

- La contrainte de compression du béton, symbole σ_{bc} , est limitée à :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0.6 f_{cj} \quad (\text{voir chapitre 2})$$

- La contrainte de traction des aciers, symbole σ_{st} , est limitée suivant les cas de fissuration (voir chapitre 2):

- fissuration peu préjudiciable (FPP) :

$$\overline{\sigma}_{st} = f_{et}$$

- fissuration préjudiciable (FP) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min \left(\frac{2}{3} f_{et}, 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$$

- fissuration très préjudiciable (FTP) :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min \left(\frac{1}{2} f_{et}, 90 \sqrt{\eta f_{tj}} \right)$$

4.3.2 Combinaisons d'actions

La combinaison d'action pour le calcul à l'état limite de service dans le cas courant est donné par: **G + Q**

4.3.3 Caractéristiques géométriques

4.3.3.1 Position de l'axe neutre

a. Pour une section rectangulaire homogénéisée

Le moment statique par rapport à un axe passant par le centre de gravité de la section (l'axe neutre) est nul.

➤ Pour une section rectangulaire avec armatures comprimées ($A_{sc} \neq 0$) (Fig. 4.12):

$$M_{s/GX} = 0 \Rightarrow b \frac{y_1^2}{2} + nA_{sc} (y_1 - d') - nA_{st}(d - y_1) = 0 \quad \dots\dots\dots(4.46)$$

Les valeurs de y_1 sont obtenues en résolvant cette équation de deuxième degré à une inconnue.

y_1 : la distance entre la fibre la plus comprimée de la section et l'axe neutre.

➤ Pour une section rectangulaire sans armatures comprimées ($A_{sc} = 0$), l'équation (4.46) devient :

$$b \frac{y_1^2}{2} - nA_{st}(d - y_1) = 0 \quad \dots\dots(4.47)$$

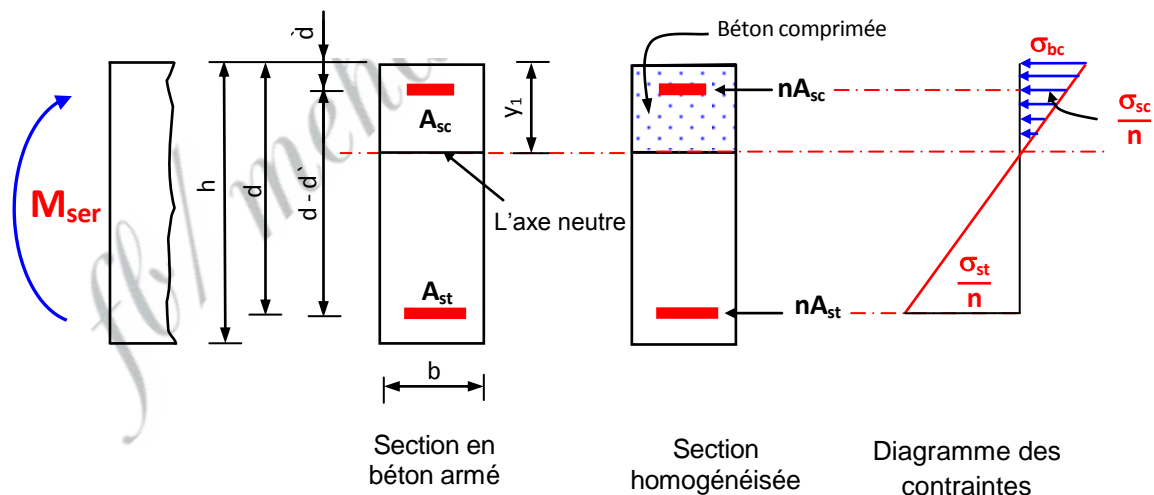


Fig. 4.12 : Section rectangulaire avec armatures comprimées.

b. Pour une section en T homogénéisée

La position de l'axe neutre est déterminée en calculant le moment statique par rapport à l'axe situé à la distance h_0 de la fibre la plus comprimée.

$$H = \frac{b}{2} h_0^2 + n \cdot A_{sc}(h_0 - d') - n \cdot A_{st}(d - h_0) \dots\dots\dots (4.48)$$

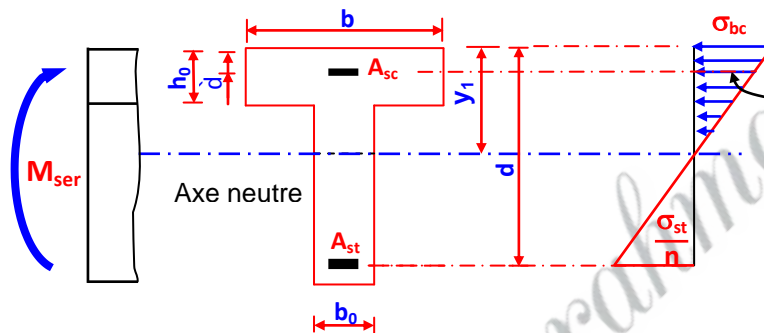


Fig. 4.13 : Section en T avec armatures comprimées.

On distingue deux cas :

- **1^{er} cas :** $H \geq 0 \Rightarrow y_1 \leq h_0$, l'axe neutre tombe dans la table \Rightarrow comportement comme une section en T,
- **2^{ème} cas :** $H < 0 \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure \Rightarrow comportement en section rectangulaire de largeur b .

1^{er} cas :

L'axe neutre est dans la table, dans ce cas, y_1 est déterminé par l'équation des moments statiques :

$$b \frac{y_1^2}{2} + n A_{sc}(y_1 - d') - n A_{st}(d - y_1) = 0$$

2^{ème} cas :

L'axe neutre est dans la nervure, dans ce cas, y_1 est déterminé par l'équation des moments statiques par rapport à l'axe neutre:

$$b \frac{y_1^2}{2} - (b - b_0) \frac{(y_1 - h_0)^2}{2} + n A_{sc}(y_1 - d') - n A_{st}(d - y_1) = 0 \dots\dots(4.49)$$

4.3.3.2 Moment d'inertie par rapport à l'axe neutre

a. Pour une section rectangulaire homogénéisée

➤ Pour une section rectangulaire avec armatures comprimées ($A_{sc} \neq 0$) (Fig. 4.12)

$$I_x = b \frac{y_1^3}{3} + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4.50)$$

➤ Pour une section rectangulaire sans armatures comprimées ($A_{sc} = 0$)

$$I_x = b \frac{y_1^3}{3} + nA_{st}(d - y_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4.51)$$

b. Pour une section en T homogénéisée

1^{er} cas :

L'axe neutre est dans la table, dans ce cas, le moment d'inertie est donné comme suit :

$$I_x = b \frac{y_1^3}{3} + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4.52)$$

2^{ème} cas :

L'axe neutre est dans la nervure, dans ce cas, y_1 est déterminé par l'équation des moments statiques par rapport à l'axe neutre:

$$I_x = b \frac{y_1^3}{3} - (b - b_0) \frac{(y_1 - h_0)^3}{3} + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2 \quad \dots\dots\dots (4.53)$$

4.3.4 Calcul des contraintes du béton et de l'acier

D'après les hypothèses adoptées à L' E.L.S, le béton et l'acier sont considérés comme matériaux linéairement élastiques, par conséquent, les contraintes normales maximales dans la section sont comme suit :

- **Contrainte de compression du béton :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_x} y_1$$

- **Contrainte de compression des aciers:**

$$\sigma_{sc} = n \frac{M_{ser}}{I_x} (y_1 - d')$$

- **Contrainte de traction des aciers:**

$$\sigma_{st} = n \frac{M_{ser}}{I_x} (d - y_1)$$

4.3.5 Vérification des contraintes

Les valeurs de σ_{bc} , σ_{sc} et σ_{st} sont comparées avec les contraintes limites :

$$\overline{\sigma_{bc}}, \overline{\sigma_{sc}} \text{ et } \overline{\sigma_{st}}$$

4.4 Condition de non-fragilité

La condition de non fragilité conduit à placer une section minimale d'armatures tendues pour une dimension de coffrage donnée.

Pour les pièces de section rectangulaire soumises à la flexion simple (A.4.2), on a:

$$A_{st} \geq 0.23 b d \frac{f_{t28}}{f_e}$$

b et d : sont les dimensions de la section.

Chapitre 5

Adhérence et ancrage

Chapitre 5

Adhérence et ancrage

5.1 Adhérence acier-béton

5.1.1 Définition de l'adhérence

On désigne sous le nom d'adhérence les forces de liaison qui s'opposent au glissement des armatures par rapport au béton qui les enrobe, pour justifier une des hypothèses importantes des calculs en béton armé, à savoir qu'il n'y a pas de glissement des barres d'acier ($\varepsilon_b = \varepsilon_s$). Cette propriété permet la transmission des efforts du béton aux armatures.

Cette adhérence est principalement due:

- à des forces d'origine chimique correspondant à un "collage", ces forces sont de valeur médiocre et peu fiables.
- à des forces de frottement dues aux irrégularités naturelles de surface de la barre, ces forces, plus importantes, sont encore assez limitées, c'est le principal mode d'adhésion des barres lisses.
- à des forces d'engrènement mécanique dues aux saillies et aux aspérités des barres dites à haute adhérence HA (voir ci-contre), ces forces mettent en jeu la résistance du béton en compression et au cisaillement à proximité de la barre.

On observe plusieurs types de rupture (Fig. 5.1):

- rupture par traction de l'acier (ancrage parfait),
- glissement de la barre dans le béton,
- destruction du béton par arrachement d'un cône de béton.

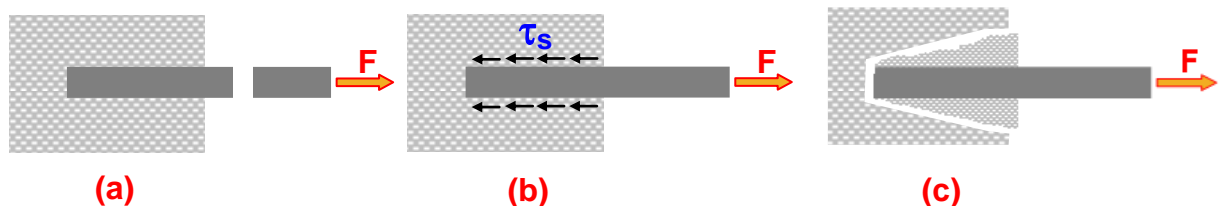


Fig. 5.1 : Types de ruptures dans un essai d'arrachement d'une barre scellée dans un massif en béton.

L'adhérence acier-béton est influencée par plusieurs facteurs, à savoir :

- Etat de surface des barres (surface lisse, surface rugueuse);
- Forme des barres;
- Groupement d'armatures;
- Résistance du béton;
- Compression transversale (serrage);
- Epaisseur du béton.

5.1.2 Contrainte d'adhérence

La liaison entre une armature et le béton est mesurée par la contrainte d'adhérence τ_s définie par la formule (Fig. 5.2):

$$\tau_s = \frac{1}{u} \frac{dF}{dx} \quad \dots\dots\dots(5.1)$$

où :

dF/dx : la variation par unité de longueur de l'effort axial exercé sur l'armature

u : le périmètre utile d'une barre ou d'un paquet de barres.

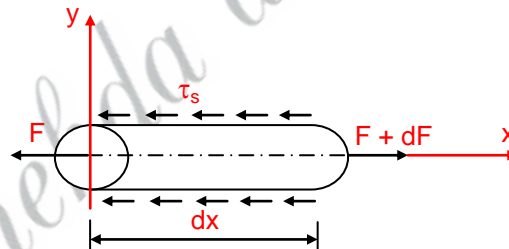


Fig. 5.2 : L'équilibre d'un tronçon de barre de longueur dx.

5.1.3 Contrainte limite d'adhérence

Pour assurer un ancrage correct, c'est-à-dire empêcher le glissement de l'armature dans la gaine de béton qui l'entoure, il faut limiter la contrainte d'adhérence à la valeur :

$$\tau_{su} = 0.6 \psi_s^2 \cdot f_{tj}$$

avec :

- $f_{ij} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{cj}$, f_{ij} et f_{cj} exprimées en MPa

- ψ_s : est le coefficient de scellement relatif à l'acier, selon sa nature lisse ou HA
 - $\psi_s = 1$ pour les aciers lisses
 - $\psi_s = 1,5$ pour les aciers HA

5.2 Ancrage des aciers

5.2.1 Ancrage droit

On parle d'un bon ancrage d'une barre lorsque l'effort de traction exercé sur cette barre est entièrement équilibré par l'adhérence entre le béton et l'acier dans la zone d'ancrage.

On définit la **longueur de scellement droit** l_s comme la longueur d'une barre de diamètre \emptyset capable d'équilibrer avec une contrainte d'adhérence τ_{su} l'effort provoquant dans cette barre une contrainte de traction égale à la limite élastique de l'acier f_e (Fig. 5.3).

Donc : Force d'adhérence = Force de traction

$$\frac{\pi \cdot \emptyset^2 \cdot f_e}{4} = \pi \cdot \emptyset \cdot \tau_{su} \cdot l_s$$

D'où :

$$l_s = \frac{\emptyset \cdot f_e}{4 \tau_{su}}$$

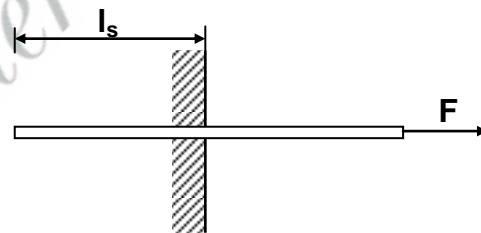


Fig. 5.3 : Ancrage droit

A défaut de calcul précis, on adopte les valeurs forfaitaires suivantes :

- **40 \emptyset** pour les aciers à haute adhérence Fe E 400 de ψ_s au moins égal à 1,5 ;
- **50 \emptyset** pour les aciers à haute adhérence Fe E 500 de ψ_s au moins égal à 1,5 et pour les aciers lisses Fe E 215 et Fe E 235.

5.2.2 Longueur de scellement droit dans le cas d'un paquet de barres

Une barre doit toujours être ancrée individuellement (A 6.1.21).

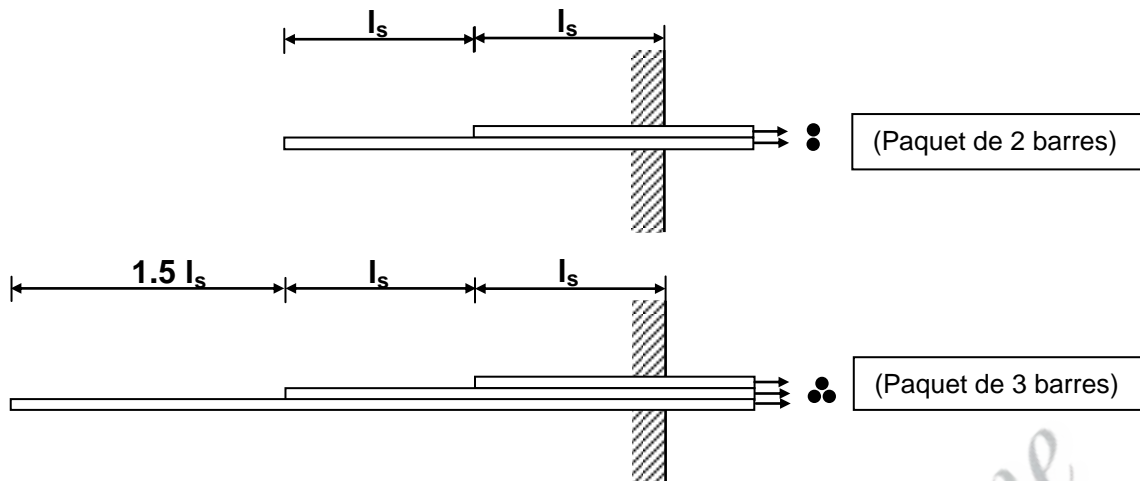


Fig. 5.4 : Ancrage droit dans le cas de paquet de 2 ou 3 barres

5.2.3 Ancrage courbe

Quand les dimensions de la pièce ne sont pas suffisantes pour permettre un ancrage droit de longueur l_s , nous procédons à un ancrage courbe (Appui extrême des poutres).

Un ancrage courbe est composé de deux parties droites **AB** et **CD** de longueurs l_2 et l_1 respectivement, et d'une partie courbe **BC** de rayon de courbure r et d'angle θ (voir Fig. 5.5).

l_a : longueur d'ancrage

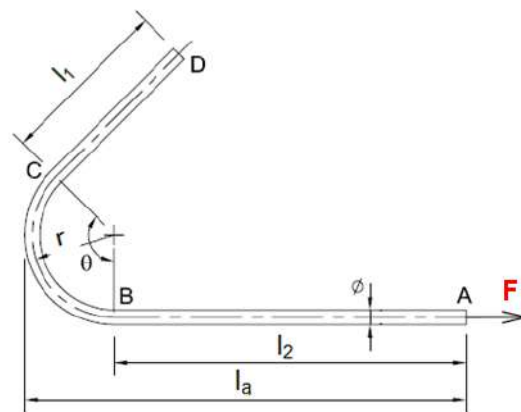


Fig. 5.5 : Ancrage courbe de barres tendues

5.2.3.1 Rayons de courbure minimaux (B.A.E.L. A.6.1,25)

Selon le BAEL, les ancrages par courbure doivent être réalisés suivant les rayons minimaux suivants :

➤ **Aciers en barres ronds lisses :**

- Façonnage des crochets : $r \geq 3 \varnothing$
- Façonnage des cadres, étriers, épingles : $r \geq 2 \varnothing$

➤ **Aciers en barres à haute adhérence :**

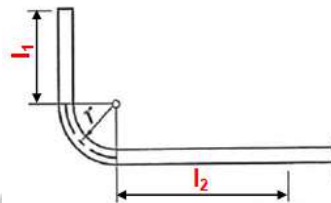
- Façonnage des crochets : $r \geq 2 \varnothing$
- Façonnage des cadres, étriers, épingles : $r \geq 2 \varnothing$ en général

5.2.3.2 Caractéristiques des crochets courants

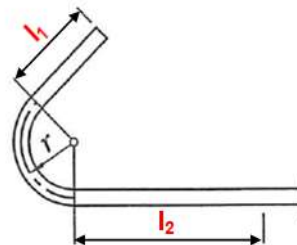
On utilise le plus couramment les types de crochets suivants:

➤ **L'angle $\theta = 90^\circ$ (Fig. 5.6):**

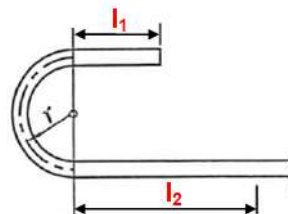
$$I_s = 1.87 I_1 + I_2 + 2.19 r$$

Fig. 5.6 : Ancrage courbe pour un angle $\theta = 90^\circ$ ➤ **L'angle $\theta = 120^\circ$ (Fig. 5.7):**

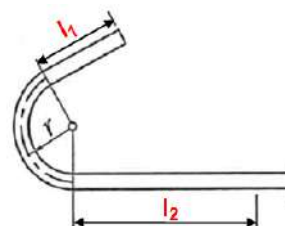
$$I_s = 2.31 I_1 + I_2 + 3.28 r$$

Fig. 5.7 : Ancrage courbe pour un angle $\theta = 120^\circ$ ➤ **L'angle $\theta = 180^\circ$ (Fig. 5.8):**

$$I_s = 3.51 I_1 + I_2 + 6.28 r$$

Fig. 5.8 : Ancrage courbe pour un angle $\theta = 180^\circ$ ➤ **L'angle $\theta = 135^\circ$ (Fig. 5.9):**

$$I_s = 2.57 I_1 + I_2 + 3.92 r$$

Fig. 5.9 : Ancrage courbe pour un angle $\theta = 135^\circ$

- l_s est la longueur équivalente de scellement droit de scellement droit de l'ancrage droit équivalent. On ne confondra pas l_s à la longueur développée de l'ancrage courbe l_d donnée par :

5.2.4 Ancrage des cadres, étriers et épingles

Selon le BAEL (A.6.1,255), on admet que les ancrages des extrémités des barres façonnées en cadres, étriers et épingles sont assurés par courbure suivant le rayon minimal, si les parties courbes sont prolongées par des parties rectilignes de longueur au moins égale à (Fig. 5.10):

- $5 \varnothing$ pour un arc de cercle de 180° ;
- $10 \varnothing$ pour un arc de cercle de 135° ;
- $15 \varnothing$ pour un arc de cercle de 90° ,

à condition que les plans de ces ancrages ne fassent pas un angle supérieur à $\pi/8$ avec les sections droites où sont disposés les aciers en cause.

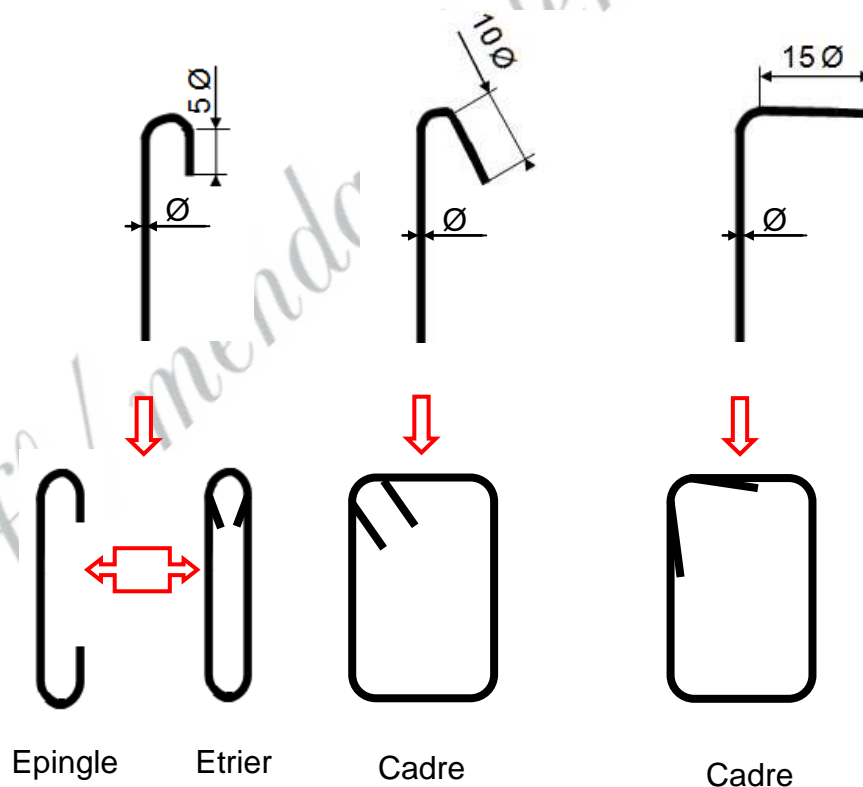


Fig. 5.10 : Ancrage des cadres, étriers et épingles

5.3 Recouvrements

Vu la longueur limitée des barres commercialisées, certains éléments de grande longueur nécessitent l'utilisation de plusieurs barres pour assurer la continuité des armatures, et par suite la continuité de la transmission des efforts. Pour assurer cette fonction, il faut réaliser une jonction par recouvrement entre deux barres identiques sur une certaine longueur appelée "**longueur de recouvrement**" et notée " **l_r** ".

5.3.1 Barres rectilignes sans crochets

5.3.1.1 Barres tendues

a. continuité par simple recouvrement

- Si : $c \leq 5\varnothing \Rightarrow l_r = l_s$
- Si : $c > 5\varnothing \Rightarrow l_r = l_s + c$

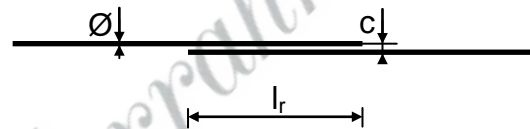


Fig. 5.11 : Simple recouvrement des extrémités des barres sans crochets

Avec :

c : est la distance entre axes des 2 barres

l_s : longueur de scellement

b. Recouvrement par coudre-joint :

$$l_r = 2 l_s$$

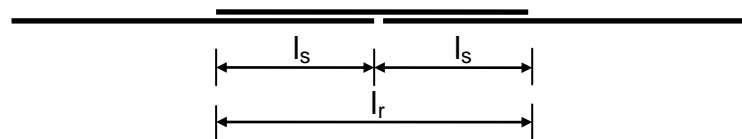


Fig. 5.12 : Recouvrement par coudre-joint

5.3.1.2 Barres comprimées

a. continuité par simple recouvrement

$$l_r = 0.6 l_s$$

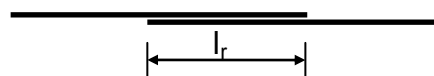


Fig. 5.13 : Simple recouvrement des extrémités des barres comprimées

donc : FeE400 $\Rightarrow l_r = 24 \varnothing$

FeE500 $\Rightarrow l_r = 30 \varnothing$

5.3.1.3 Couture des jonctions

Dans le cas d'une jonction par recouvrement de deux barres parallèles, la résistance de l'ensemble des armatures de couture est au moins égale à la résistance de chacune des barres à ancrer.

$$\Sigma A_t \cdot f_{et} \geq \Sigma A_s \cdot f_e$$

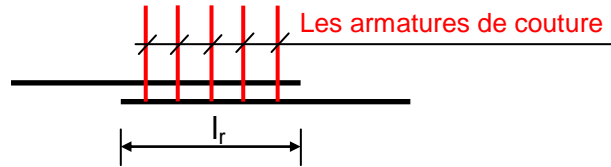


Fig. 5.14 : Couture des joints

Le diamètre des armatures de couture doit être choisi suffisamment petit pour assurer une bonne répartition de ces armatures tout au long de la jonction.

5.3.2 Barres rectilignes avec crochets normaux

Le façonnage du crochet normal se fait selon le model représenté sur la figure (Fig. 5.15).

a. Ronds lisses

- $l_r = 0.6 l_s = 30 \varnothing$

b. Aciers HA

- $l_r = 0.4 l_s$
- FeE400 $\Rightarrow l_r = 16 \varnothing$
- FeE500 $\Rightarrow l_r = 20 \varnothing$

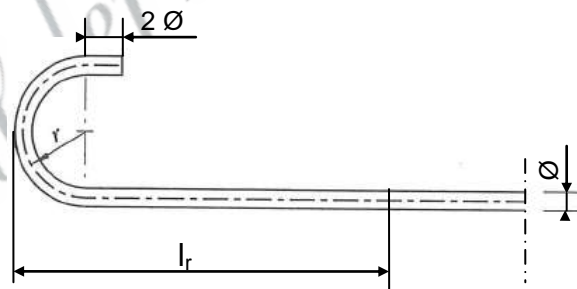


Fig. 5.15 : Façonnage du crochet normal

La figure Fig. 5.16 illustre les dispositions à prendre en plan et en élévation, en cas de recouvrements de barres terminées par des crochets normaux.

- Si $c \leq 5 \varnothing$:

$$l_r = 0.6 l_s \text{ ou } l_r = 0.4 l_s$$

- Si $c > 5 \varnothing$:

$$l_r = 0.6 l_s + c \text{ ou } l_r = 0.4 l_s + c$$

- **Couture des jonctions :**

$$\Sigma A_t \cdot f_{et} \geq \frac{1}{2} \Sigma A_s \cdot f_e$$

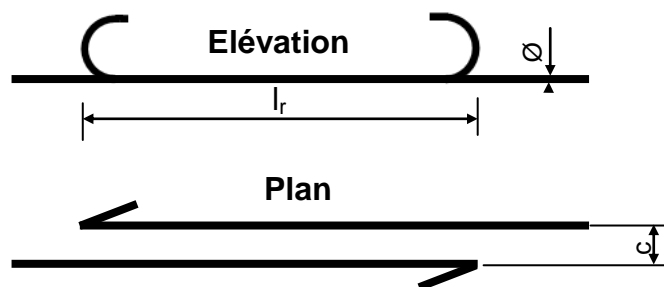


Fig. 5.16 : Jonction de barres tendues avec crochets normaux aux

Références bibliographiques

Références bibliographiques

1. Règles BAEL 91, Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites, Edition EYROLLES, 1992.
2. D.T.R-B.C.2-41, Règles de conception et de calcul des structures en béton armé C.B.A. 93, 1993.
3. Jean- Pierre Mouguin, Cours de béton armé : calcul des éléments simples et des structures de bâtiments B.A.E.L. 91, Edition Berti, 1994.
4. Jean Perchat et Jean Roux, Maitrise du B.A.E.L. 91 et des D.T.U associés, Edition EYROLLES, 1998;
5. Jean Perchat et Jean Roux, Pratique du B.A.E.L. 91 (Cours avec exercices corrigés), Edition EYROLLES, Deuxième édition, 1998.
6. Henri Renaud et Jacques Lamirault, Précis de calcul béton armé, Edition Dunod, 1989.
7. Henri Renaud et Jacques Lamirault, Béton armé : Guide de calcul. Bâtiment et Génie Civil. Edition Foucher, 1998.
8. Jean-Marie Paillé : Calcul des structures en béton Guide d'application. Eyrolles, 2013.
9. Jean-Marie Husson, Étude des structures en béton, Edition CASTELLA, 2002.