Chapitre 1

Caractéristiques d'un capteur

Le cours de GPA-668 se divise en deux parties, la partie capteurs et la partie actionneurs. La partie capteurs est introduite avec ce chapitre définissant les caractéristiques d'un système de mesure.

1.1 Le système de mesure

1.1.1 Définition générale

Un système de mesure comprend un ensemble d'éléments importants, tel que montré en Figure 1.1. La grandeur physique à mesurer (appelée *mesurande*) est une valeur analogique qui n'est généralement pas exploitable directement.

Figure 1.1 – Schéma bloc d'un système de mesure analogique

Cette grandeur physique peut-être une force, une température, un débit, ou toute autre grandeur doit être mesurée. Elle doit être convertie en une autre valeur analogique par l'élément de mesure (appelé *capteur*). Ce signal analogique à la sortie (appelé aussi *réponse*) du capteur est un signal directement exploitable pour les indicateurs analogiques (affichage à aiguille). En Figure 1.1, le signal de sortie peut être de nature électrique.

Ce signal doit toutefois être converti en un signal numérique si on désire utiliser un affichage numérique (Figure 1.2). La conversion se fait par l'intermédiaire d'un circuit convertisseur analogique-numérique.

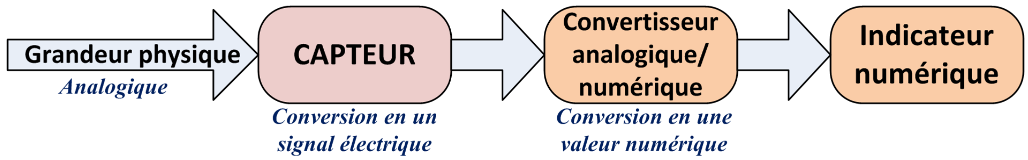

FIGURE 1.2 – Schéma bloc d'un système de mesure numérique

Il est à noter qu'un système de contrôle ne diffère pas énormément de systèmes de mesure, puisque le signal de sortie analogique ou numérique peut être utilisé par un contrôleur pour faire un asservissement (ce sera le signal de *rétroaction*).

1.1.2 L'élément de mesure

Un élément de mesure, désigné généralement sous le nom de capteur, sert à transformer une grandeur physique à mesurer (mesurande) en un signal de mesure (réponse). Cette transformation se fait par l'utilisation de divers principes de la physique. Idéalement, il faudrait que la réponse de l'élément de mesure ne dépende que du mesurande. Malheureusement, en pratique, les grandeurs d'influence viennent perturber le fonctionnement du capteur et entraînent souvent des erreurs de mesure. Les principales grandeurs d'influence sont : la température, la pression, les vibrations, les chocs, le temps (vieillissement), l'humidité, la position et la fixation d'un capteur, les effets d'une immersion, la corrosion, les rayonnements nucléaires, la gravité, etc...

Il faut faire en sorte de réduire le plus possible les effets des grandeurs d'influence sur la mesure en stabilisant et/ou en compensant ces grandeurs ou leurs effets.

La Figure 1.3 montre la constitution interne d'un capteur, de l'élément de mesure. Dans le capteur, on retrouve un premier élément appelé corps d'épreuve. Cet élément mécanique réagit sélectivement à la grandeur physique à mesurer. Par exemple, le mercure d'un thermomètre est un corps

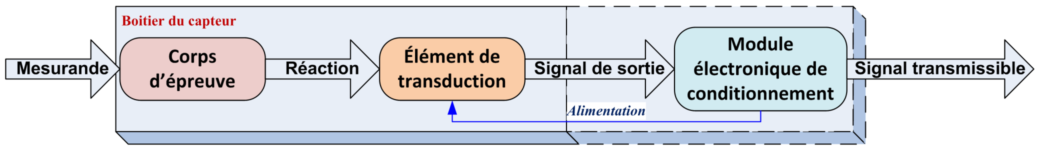

FIGURE 1.3 – Schéma bloc d'un système de mesure numérique

d'épreuve, car il réagit à la température en changeant de volume. Malheureusement, le corps d'épreuve peut aussi réagir aux grandeurs d'influence. Le choix d'un bon corps d'épreuve est important.

La réaction d'un corps d'épreuve peut-être sous forme électrique ou non. Dans la plupart des cas, il faut convertir la réaction du corps d'épreuve en un signal électrique via l'élément de transduction. L'élément de transduction est important, car c'est lui qui assure qu'en bout de ligne le signal de sortie soit de nature électrique. L'élément de transduction peut générer l'un des types de signaux suivants : une tension électrique, un courant électrique, des charges électriques ou finalement des variations d'impédance.

Le signal de sortie du capteur peut être directement exploitable ou non. S'il n'est pas directement exploitable, il faut alors recourir à un élément nommé module électronique de conditionnement. Il faut comprendre que l'élément de transduction peut générer des signaux de plus ou moins grande amplitude. Ainsi, si l'élément de transduction génère un signal de sortie variant, par exemple, de 0 à 5 volts, le module électronique de conditionnement est inutile car ce signal de sortie est facilement exploitable. Par contre, si l'élément de transduction génère un signal variant de 0 à 20 millivolts, alors le module électronique de conditionnement est nécessaire, car un signal aussi faible peut-être affecté énormément par le bruit électromagnétique présent en environnement industriel. Un bruit électromagnétique de 1 mV est beaucoup plus nuisible sur un signal de 20 mV que sur un signal de 5 V (5 % d'erreur sur 20 mV vs 0.02 % sur 5 V). En milieu industriel, certaines normes sont appliquées pour définir les niveaux des amplitudes des signaux exploitables ; entre autres : 0 à 10 volts, 0 à 5 volts, 0 à 20 milliampères, 4 à 20 milliampères, etc... Le module électronique de conditionnement devra donc amplifier les signaux de faibles intensités en provenance de l'élément de transduction.

Certains éléments de transduction génèrent simplement des variations d'impédance. Dans ces cas, il faut alimenter ces éléments de transduction avec une alimentation électrique. Cela permet de traduire la variation d'impédance en une variation de courant ou de tension électrique. Ainsi, le module électronique de conditionnement fournira l'alimentation électrique à l'élément de transduction et amplifiera le signal électrique en provenance de ce dernier.

1.1.3 Modes de mesure

Les capteurs sont capables de déterminer l'amplitude du mesurande en utilisant l'un des trois modes suivants :
- Mesure par déviation ;
- Mesure par comparaison ;
- Mesure par compensation.

La mesure par déviation est illustrée en Figure 1.4.

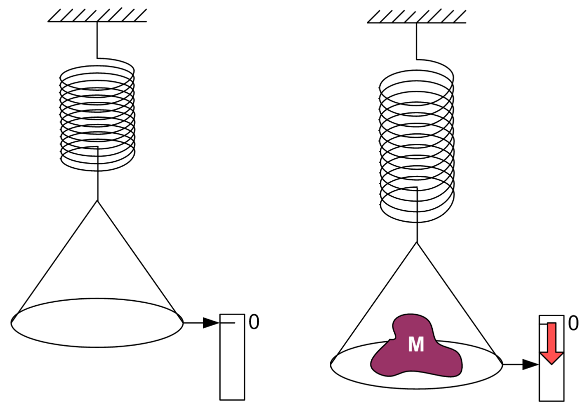

FIGURE 1.4 – Mesure par déviation

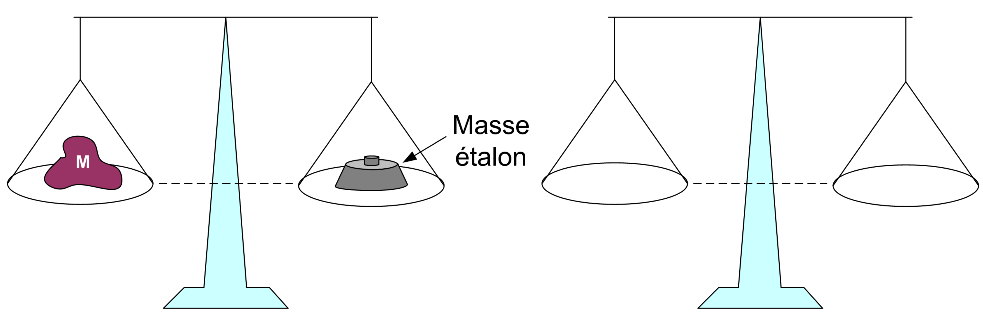

FIGURE 1.5 – Mesure par comparaison

Le mesurande provoque une modification du corps d'épreuve par rapport à son état de repos. Cette modification (ou déviation par rapport à l'état de repos) est mesurée par l'élément de transduction. Cette mesure se fait en boucle ouverte et la mesure de la grandeur physique est obtenue directement de la déviation du corps d'épreuve par rapport à son état de repos.

La Figure 1.5 présente un schéma présentant la méthode de mesure par comparaison. Cette façon de mesurer s'effectue en boucle fermée. C'était la façon utilisée pour mesurer la masse d'un objet, en le comparant avec une balance des masses étalonnées. Lorsque la balance est en équilibre, cela implique que la masse de l'objet est égale à la masse des étalons placés sur l'autre côté de la balance.

Une méthode similaire est utilisée en électronique dans un convertisseur analogique numérique à approximations successives.

Enfin, la méthode par compensation, utilisée dans les balances de force et les accéléromètres est illustrée en Figure 1.6.

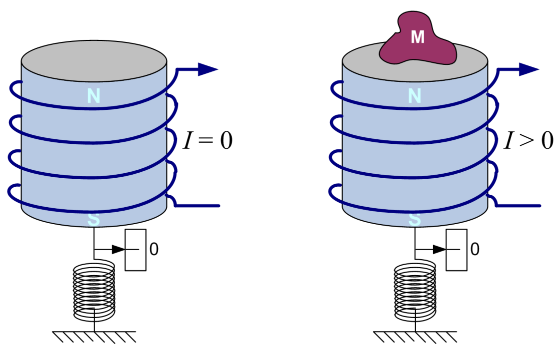

FIGURE 1.6 – Mesure par compensation

Dans l'exemple illustré dans la figure 1.6, la masse de l'aimant fait en sorte que le ressort est enfoncé d'une certaine distance. On considère ce point comme le point 0 du système. Lorsqu'une masse est déposée sur l'aimant, la masse totale sur le ressort augmente et le ressort s'enfonce. Un capteur de distance mesure ce déplacement par rapport au point 0. Un asservissement va envoyer un courant électrique dans la bobine pour que celle-ci génère un champ magnétique avec lequel l'aimant va réagir. Par l'intermédiaire de ces forces magnétiques, la masse apparente ressentie par le ressort diminue et pour une certaine intensité du courant électrique la force due à la masse déposée sur l'aimant sera exactement compensée par la force due aux phénomènes magnétiques. Et, le ressort retourne ainsi au point 0. L'intensité du courant donne une indication de la masse déposée sur l'aimant et elle compense les effets de cette masse sur le système.

1.1.4 Terminologie

Cette section présente la terminologie utilisée pour identifier les capteurs. Cette terminologie dépend des grandeurs de sorties que les capteurs génèrent.

Le mot **capteur** désigne un capteur de façon générique, mais aussi un élément de mesure ayant une sortie analogique électrique de niveau bas.

Un **capteur-transmetteur** est un élément de mesure ayant une sortie analogique électrique de niveau haut (signaux électriques standards).

Un **codeur** est élément de mesure ayant une sortie numérique envoyant les signaux en parallèles (encodeur absolu).

Un **compteur** est élément de mesure ayant une sortie numérique envoyant les signaux en série (encodeur incrémental).

Un **détecteur** est élément de mesure ayant une sortie logique, i.e., évoluant selon deux états possibles, selon la valeur du mesurande par rapport à un seuil (sortie tout-ou-rien).

1.2 Capteurs actifs vs capteurs passifs

1.2.1 Capteurs actifs

Les capteurs actifs sont des capteurs qui fonctionnent en générateur. Le corps d'épreuve ou l'élément de transduction utilise un principe physique qui assure la conversion en énergie électrique l'énergie propre au mesurande.

Effet Seebeck

L'effet Seebeck est un phénomène qui se produit lorsque les températures des deux jonctions entre deux métaux différents ne sont pas égales (Figure 1.7). Ce phénomène se traduit par l'apparition d'une tension électrique qui est proportionnelle à la différence de température entre deux jonctions :

$$V \propto T_2 - T_1 \tag{1.1}$$

Dans l'équation (1.1), V représente la tension due à la différence de température entre deux soudures (ou jonctions) liant deux métaux différents. Les variables T_1 et T_2 représentent respectivement les températures aux jonctions #1 et #2.

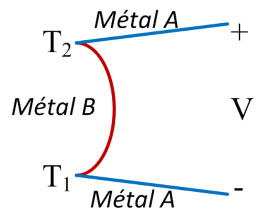

FIGURE 1.7 – Effet Seebeck - thermocouple

Pyroélectricité

Le phénomène de pyroélectricité se produit dans certains cristaux dit "pyroélectriques". Le cristal pyroélectrique réagit au rayonnement thermique en changeant sa polarisation (Figure 1.8). La relation entre la tension V et le rayonnement Φ est exprimée par :

$$V \propto \Phi. \tag{1.2}$$

En pratique, si le rayonnement Φ est constant, la tension V disparaît peu à peu. Ce capteur fonctionne bien si le rayonnement varie continuellement.

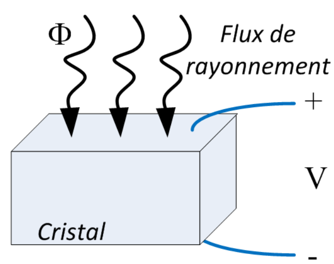

FIGURE 1.8 – Effet pyroélectrique - pyromètre

Piézoélectricité

Le phénomène de piézoélectricité est très similaire à celui de pyroélectricité, sauf que cette foi, le cristal (dit "piézoélectrique") réagit à des contraintes changeant sa polarisation. Le quartz est un de ces cristaux piézoélectriques. Pour faire apparaitre une contrainte dans le cristal, il suffit de lui appliquer une force F (Figure 1.9). Une tension V :

$$V \propto F \tag{1.3}$$

est générée due aux contraintes générées par la force F.

Si la force F est constante, la polarisation disparait.

Des capteurs de force, de pression et d'accélération utilisent ce phénomène qui permet de larges bandes passantes (i.e. permet la mesure de grandeurs physiques variant très rapidement).

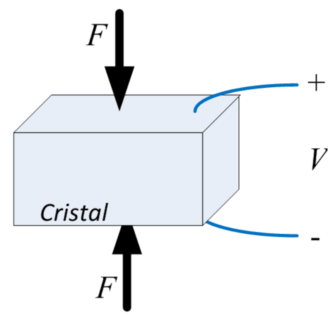

FIGURE 1.9 – Effet piézoélectrique - accéléromètre

Photoélectricité

La photoélectricité ou effet photoélectrique est un phénomène causé par les effets d'un rayonnement électromagnétique sur un matériau.

Lorsqu'un métal est frappé par un rayonnement dont les photons ont un niveau d'énergie suffisamment élevé, cela entraine l'émission d'électrons excités hors du métal. Il en résulte un déplacement d'électrons, donc un courant i dont l'intensité dépend du rayonnement Φ (Figure 1.10) :

$$i \propto \Phi. \tag{1.4}$$

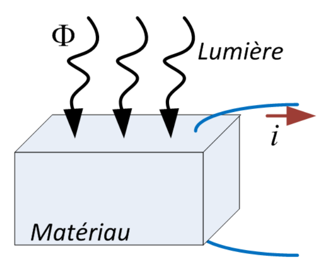

FIGURE 1.10 – Effet photoélectrique - capteur de lumière

Effet Hall

L'effet Hall, découvert en 1879, est un phénomène se produisant lorsqu'un conducteur ou un semiconducteur traversé par un courant d'intensité i est soumis à un champ magnétique $\vec{B}$. Dans cette situation, une différence de potentiel électrique V apparait entre les deux faces perpendiculaires à la direction du courant et du champ magnétique (Figure 1.11). La tension V est d'ailleurs proportionnelle au produit vectoriel du courant et du champ magnétique :

$$V = K_{\text{mat}} \left| \vec{i} \times \vec{B} \right| = K_{\text{mat}}\, iB \sin(\theta) \tag{1.5}$$

Un capteur à effet Hall peut servir à mesurer la distance entre un aimant et le détecteur, car plus l'aimant est près, plus l'intensité du champ magnétique augmente.

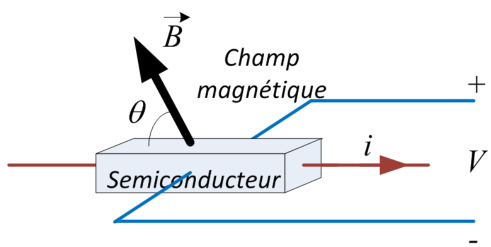

FIGURE 1.11 – Capteur à effet Hall - capteur de distance

Effet inductif

L'effet inductif est utilisé dans la mesure de vitesse angulaire. Le principe est le même que celui utilisé pour les génératrices. On fait tourner un cadre métallique à une vitesse angulaire ω dans un champ magnétique fixe $\vec{B}$ (Figure 1.12). Une force électromotrice V est générée et :

$$V \propto B\omega \tag{1.6}$$

En pratique la force électromotrice est sinusoïdale et la fréquence du sinusoïde est proportionnelle à la vitesse angulaire ω.

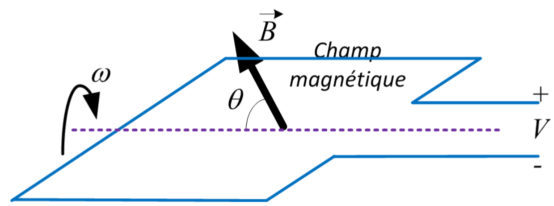

FIGURE 1.12 – Capteur à effet inductif - capteur de vitesse

1.2.2 Les capteurs passifs

Les capteurs passifs utilisent les variations d'impédance. L'impédance présente dans l'élément de transduction réagit aux variations du mesurande aux travers des effets du mesurande sur le corps d'épreuve.

L'impédance peut être résistive, capacitive ou inductive. Les sous-sections suivantes abordent ces trois impédances et les variations qu'ils subissent en fonction de la variation de diverses grandeurs physiques.

Changement de résistivité

La conductivité est une propriété indiquant avec quelle facilité les électrons peuvent se déplacer dans un matériau. L'inverse de la conductivité, c'est la résistivité.

Chez un matériel conducteur (métal), le parcours d'un électron dans la bande de conduction peut être entravé par l'oscillation des atomes. Plus la température est basse, moins les atomes oscillent et moins il est probable que l'électron soit bloqué. À des températures extrêmement basses se produit le phénomène de la supraconductivité.

Au contraire, plus la température est élevée et plus les atomes oscillent ce qui augmente la probabilité d'un électron de voir son chemin bloqué. Il aura plus de difficulté à circuler.

La résistivité (et la conductivité) est donc dépendante de la température et on peut donc utiliser cette propriété pour mesurer la température.

La relation entre la résistivité ρ et la température T est :

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_1 \Delta T + \alpha_2 \Delta T^2 + \dots) \tag{1.7}$$

avec ρ_0 la résistance à une température de référence ; ΔT la différence entre la température actuelle et celle de référence et α_i les coefficients de température.

Chez le semi-conducteur, la résistance évolue selon une fonction logarithmique avec la température et elle dépend du dopage du semi-conducteur. Le changement de température modifie le nombre d'électrons libres et de trous, changeant ainsi la résistivité du semi-conducteur.

La résistance d'un conducteur ou d'un semi-conducteur, dépend aussi de la géométrie. Ainsi, pour un fil cylindrique de longueur l et de section A, la résistance est :

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{1.8}$$

Si cette géométrie est modifiée, cela entrainera des changements aux valeurs des variables l et A, ce qui fera varier la valeur de la résistance R. Cela est utilisé dans les jauges de contraintes qui sont des résistances utilisées pour mesurer la déformation de poutres soumises à des forces.

La résistivité de certains semi-conducteurs est aussi dépendante du flux lumineux. Le rayonnement lumineux fait passer des électrons de la bande de valence à la bande de conduction. Donc, comme le nombre d'électrons de la bande de conduction (et de trous dans a bande de valence) a changé, la résistance du semi-conducteur est modifiée.

Enfin, la résistivité ρ de certains matériaux, dont le chlorure de lithium dépend du niveau d'humidité. On peut donc déduire niveau d'humidité en mesurant la variation de la résistance.

Changement de capacitance

La capacitance C est définie comme le rapport entre la quantité Q de charges électriques stockées sur deux plaques métalliques et le champ électrique V entre ces plaques provoqué par ces charges électriques :

$$C = \frac{Q}{V} \tag{1.9}$$

La capacitance dépend de la géométrie des plaques et du milieu séparant ces deux plaques et qui est traversé par le champ électrique. Par exemple, la capacitance de deux plaques rectangulaire parallèles de surface A distancées d'une distance d est :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{d}{A} \tag{1.10}$$

avec ϵ_r la constante diélectrique relative du matériau soumis au champ électrique présent entre les deux plaques. À titre de référence, la constante diélectri-

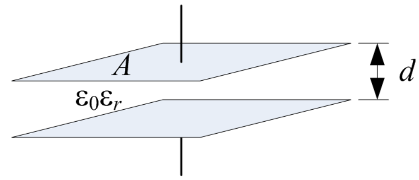

FIGURE 1.13 – Condensateur à plaques rectangulaires parallèles

que du vide (dite aussi permittivité du vide) est $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ Farads/mètre et la constante diélectrique relative de l'air est $\epsilon_r = 1.000264$.

La capacitance d'un condensateur cylindrique est :

$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{l}{\ln(D/d)} \tag{1.11}$$

avec d et D les diamètres respectifs des électrodes internes et externes et l la longueur du cylindre.

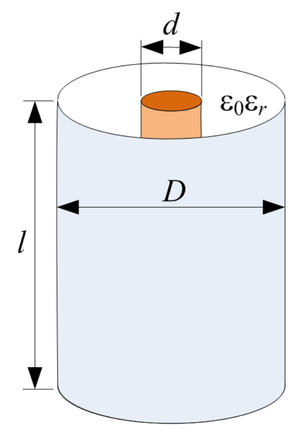

FIGURE 1.14 – Condensateur cylindrique

La constante diélectrique relative d'un matériau placé entre les deux électrodes du condensateur peut être changée par des variations de température et/ou d'humidité.

Pour la mesure de très basses températures, on utilise des verres comme diélectriques, car ceux-ci réagissent à la température par un changement de leur constante diélectrique relative.

La capacitance peut varier avec le changement de géométrie, par exemple la distance d entre les deux plaques d'un condensateur plan — voir l'équation

(1.10). Ce principe peut être utilisé dans un capteur de pression à membrane, celle-ci étant l'une des deux plaques du condensateur. La déformation de la membrane change la capacitance.

Changement d'inductance

L'inductance L est une mesure du rapport entre le flux Φ du champ magnétique généré par un fil conducteur traversé par un courant d'intensité I :

$$L = \frac{\Phi}{I} \tag{1.12}$$

En vertu de la loi de Faraday, la tension $e(t)$ est :

$$e(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \tag{1.13}$$

ce qui mène à la relation entre la tension et le coutant dans une inductance :

$$e(t) = -L\frac{di(t)}{dt} \tag{1.14}$$

Il faut donc que le courant $i(t)$ varie dans le temps pour que l'on puisse mesurer l'inductance.

L'inductance d'une bobine de N spires enroulés autour d'un noyau magnétique est (Figure 1.15) :

$$L = \mu_0\mu_r\frac{N^2S}{l} \tag{1.15}$$

avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ la perméabilité magnétique du vide, μ_r la perméabilité magnétique relative du noyau magnétique, S la surface du noyau magnétique et l la longueur du circuit magnétique.

L'inductance d'une bobine à l'air libre est :

$$L = \frac{\mu_0 N^2S}{l} \tag{1.16}$$

L'inductance peut être changée par les variations de la perméabilité magnétique relative μ_r qui est fonction des contraintes mécaniques présentes dans un métal ferromagnétique soumis à une force.

L'inductance peut aussi être changée en modifiant la réluctance du circuit magnétique ou en changeant le nombre de tours de la bobine.

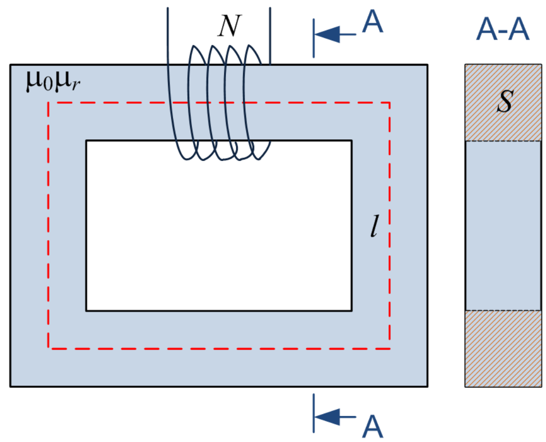

FIGURE 1.15 – Inductance faite avec un fil conducteur bobiné

La réluctance est la difficulté du champ magnétique à parcourir un circuit magnétique. L'inductance se calcule à partir de la réluctance comme suit :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \tag{1.17}$$

Pour un circuit magnétique fait d'un seul matériau, la réluctance est :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \tag{1.18}$$

avec l la longueur du circuit magnétique (la longueur de la ligne rouge pointillée sur la Figure 1.15) et S la section du noyau magnétique.

Exemple

Soit le circuit ferromagnétique montré en Figure 1.16. La réluctance de ce circuit est :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{4 \times 0.35}{4\pi \times 10^{-5} \times 5000 \times 0.1 \times 0.05} = 4.46 \times 10^4 \tag{1.19}$$

Et l'inductance est :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{800^2}{8.92 \times 10^4} = 14.36 \text{ H} \tag{1.20}$$

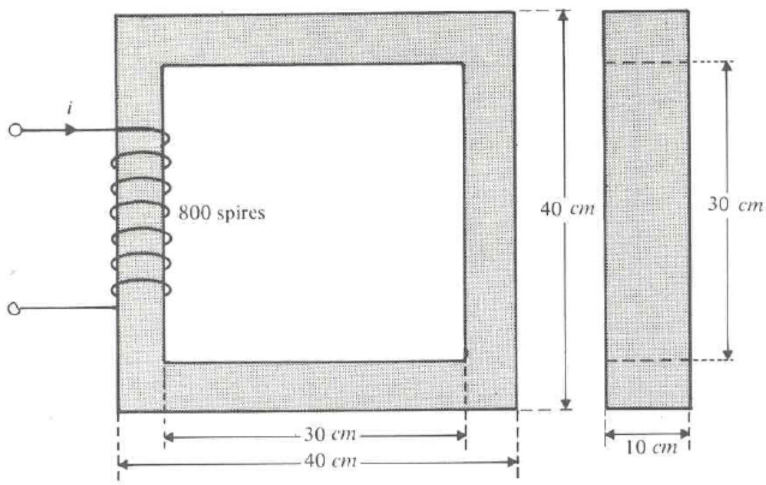

FIGURE 1.16 – Calcul d'inductance — Exemple 1

Certains circuits magnétiques comportent des entrefers, i.e., des zones ou le circuit ferromagnétique est interrompu. Un entrefer de faible épaisseur e possède une réluctance de :

$$\mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 S} \tag{1.21}$$

avec e l'épaisseur de l'entrefer.

Exemple #2

Soit le circuit ferromagnétique montré en Figure 1.17. La réluctance de la partie ferromagnétique de ce circuit est :

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0.4}{4\pi \times 10^{-5} \times 4000 \times 10/100^2} = 7.96 \times 10^4 \tag{1.22}$$

celle de l'entrefer est :

$$\mathcal{R}_2 = \frac{e}{\mu_0 S} = \frac{0.001}{4\pi \times 10^{-5} \times 10/100^2} = 7.96 \times 10^5 \tag{1.23}$$

Donc, la réluctance totale est :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = 8.75 \times 10^5 \tag{1.24}$$

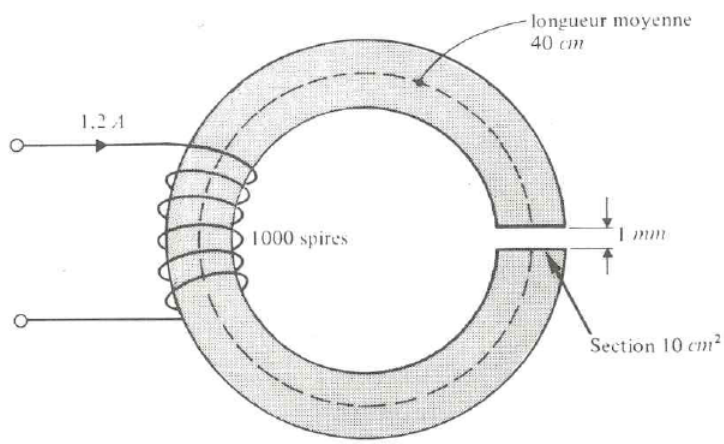

FIGURE 1.17 – Calcul d'inductance — Exemple 2

L'inductance correspondante sera :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{1000^2}{8.75 \times 10^5} = 1.424\,\mathrm{H} \tag{1.25}$$

1.2.3 Montages utilisés avec les capteurs passifs dont l'impédance est résistive

Il est nécessaire d'avoir un circuit électrique/électronique pour détecter les variations d'impédance d'un capteur passif. Lorsque l'impédance qui varie en fonction du mesurande est une résistance R_c, on doit insérer celle-ci dans un circuit qui peut être :

- Montage potentiométrique ;
- Montage dans un pont de Wheatstone ;
- Montage dans un circuit oscillant (ne sera pas couvert ici) ;
- Montage dans un amplificateur.

Montage potentiométrique

Dans un montage potentiométrique, comme celui montré en Figure 1.18, la tension mesurée V_m est (si $R_{in} >> R_c$) :

$$V_m = V_{cc}\frac{R_c}{R + R_c} \tag{1.26}$$

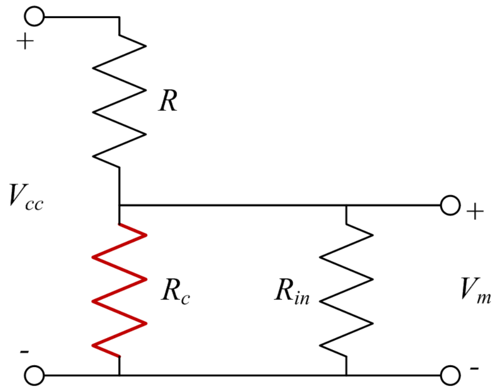

FIGURE 1.18 – Montage potentiométrique

avec V_{cc} la tension appliquée au potentiomètre ; R la résistance en série avec la résistance du capteur R_c pour obtenir un diviseur de tension et R_{in} l'impédance d'entrée du module électronique de conditionnement (généralement beaucoup plus grand que la résistance du capteur R_c).

Lorsque le capteur est un potentiomètre, les résistances R et R_c sont tels que la somme $R_c + R = R_{\text{pot}}$ est la résistance totale du potentiomètre.

Montage dans un pont de Wheatstone

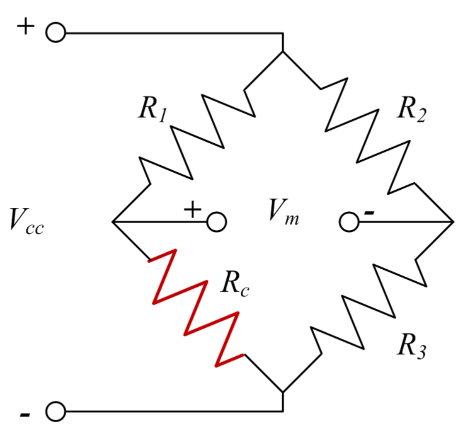

FIGURE 1.19 – Montage en pont de Wheatstone

Dans un montage en pont (Figure 1.19), la tension mesurée V_m est :

$$V_m = V_{cc}\left(\frac{R_c}{R_1 + R_c} - \frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) \tag{1.27}$$

et elle dépend de la tension d'alimentation du pont V_{cc} ; des résistances R_1, R_2 et R_3 et de la résistance R_c de l'élément de transduction du capteur. Si les trois résistances R_1, R_2 et R_3 sont posées égales à R, on peut écrire :

$$\begin{aligned} V_m &= V_{cc}\left(\frac{R_c}{R + R_c} - \frac{R}{R + R}\right) \\ &= V_{cc}\left(\frac{R_c}{R + R_c} - \frac{1}{2}\right) \\ &= V_{cc}\left(\frac{R_c - R}{2(R + R_c)}\right) \end{aligned} \tag{1.28}$$

De plus, si la résistance du capteur possède une relation du type $R_c = R(1+x)$, avec le mesurande x, alors :

$$V_m = V_{cc}\left(\frac{x}{2(2 + x)}\right) \tag{1.29}$$

qui est une fonction non-linéaire de x.

Ces équations peuvent être généralisées pour des impédances quelconques (capacitances et inductances).

Montage dans un amplificateur

Dans le montage dans un amplificateur, montré en Figure 1.20 (amplificateur inverseur), la tension en sortie de l'amplificateur V_o est :

$$V_0 = -V_{cc}\frac{R_c}{R} \tag{1.30}$$

et dépend ainsi de la tension d'entrée V_{cc} ; de la résistance R et de la résistance R_c de l'élément de transduction du capteur.

1.3 Les caractéristiques métrologiques

1.3.1 Les domaines de fonctionnement

Chaque capteur (ou élément de mesure) présente certaines caractéristiques métrologiques qui définissent ses limites d'utilisation et de précision. Ces

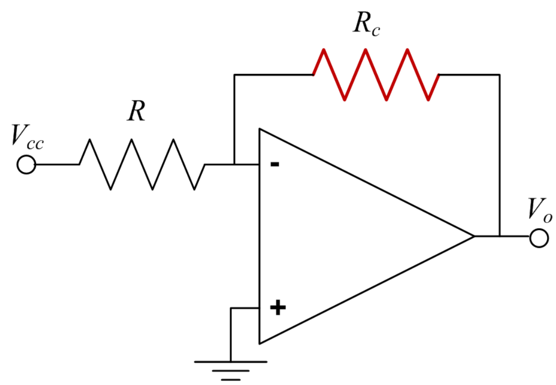

FIGURE 1.20 – Montage dans un amplificateur

limites dépendent non seulement du mesurande, mais aussi des grandeurs d'influence qui viennent perturber l'élément de mesure. On peut définir trois domaines de fonctionnement (Figure 1.21).

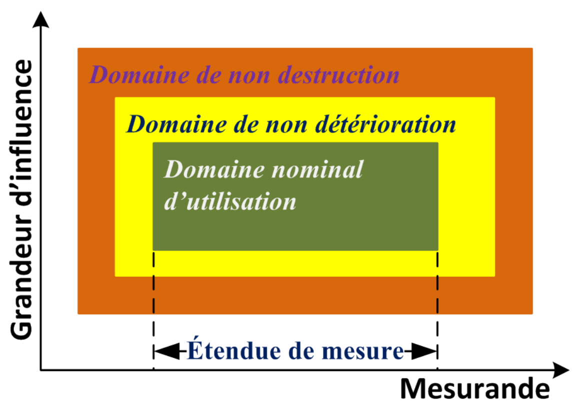

FIGURE 1.21 – Les trois domaines de fonctionnement d'un capteur

Le *domaine nominal d'utilisation* représente la zone de travail normale du capteur. Il est définit pour la grandeur physique à mesurer (ou mesurande) par son étendue de mesure et pour les grandeurs d'influence par la plage de travail.

L'*étendue de mesure* d'un capteur correspond à l'intervalle entre la valeur minimale et la valeur maximale du mesurande. Ces deux valeurs sont respectivement appelées *portée minimale* et *portée maximale*. Elles sont exprimées dans l'unité de mesure du mesurande, par exemple : 0 à 80 l/h, 0 à 10 000 lbs, -100°C à +250°C,...

De l'étendue de mesure, on peut obtenir l'*étendue d'échelle* qui représente l'écart entre la portée minimale et maximale de l'étendue de mesure. Pour les trois exemples précédents, les étendues d'échelle sont : 80 l/h, 10 000 lbs et 350°C.

On retrouve aussi des spécifications concernant les grandeurs d'influence qui s'expriment sur la même forme que l'étendue de mesure. Par exemple, un capteur de force ayant une étendue de mesure de 0 à 10 000 lbs doit être utilisé dans une plage de température de 0 à +55°C. Cela signifie que la précision et le bon fonctionnement de ce capteur est garanti seulement dans cette plage de température.

Le *domaine de non-détérioration* est une zone de fonctionnement du capteur qui entoure le domaine nominal d'utilisation (Figure 1.21). Le capteur entre dans ce domaine si le mesurande et/ou les grandeurs physiques d'influence excèdent les valeurs minimales et/ou maximales définissant le domaine nominal.

Dans le domaine de non-détérioration, il se produit des altérations sur le capteur, ce qui augmente l'imprécision de la mesure. La précision indiquée par le manufacturier n'est plus valide tant que nous sommes dans ce domaine.

Les altérations sont réversibles et disparaissent complètement dès que le capteur retourne au domaine nominal d'utilisation. Le domaine de non-détérioration est défini par la limite maximale du mesurande appelée la surcharge admissible. La surcharge admissible est généralement représentée par une valeur relative à l'étendue de mesure (E.M.), par exemple 150 % E.M. ou 1.5 $\times$ E.M. Ainsi, pour le capteur de force pris en exemple précédemment, cela implique une charge maximale de 15 000 lbs (1.5 $\times$ 10 000 lbs).

On peut aussi définir le domaine de non-détérioration par des valeurs limites minimales et maximales, ce qui est normalement utilisé pour définir les grandeurs d'influence limites.

Le *domaine de non-destruction* est une zone de fonctionnement qui entoure le domaine de non-détérioration et que l'on doit éviter d'atteindre à tout prix (Figure 1.21). En effet, si la valeur de surcharge admissible est dépassée, les altérations qui se produisent sur le capteur deviennent irréversibles. La conséquence de ces altérations, c'est que les spécifications du manufacturier ne tiennent plus. Il faudra donc procéder à un nouvel étalonnage du capteur pour connaître ses nouvelles caractéristiques.

Si le capteur sort du domaine de non-destruction, il est alors détruit et il n'est plus apte à mesurer quoique ce soit. Si cela se produit, il faut sérieusement étudier les raisons qui ont entrainées la destruction du capteur.

1.3.2 La sensibilité

La sensibilité d'un capteur représente le rapport de la variation du signal de sortie à la variation du signal d'entrée, pour une mesure donnée. C'est donc la pente de la courbe de réponse de ce capteur, i.e. :

$$S = \frac{\Delta sortie}{\Delta entree} \tag{1.31}$$

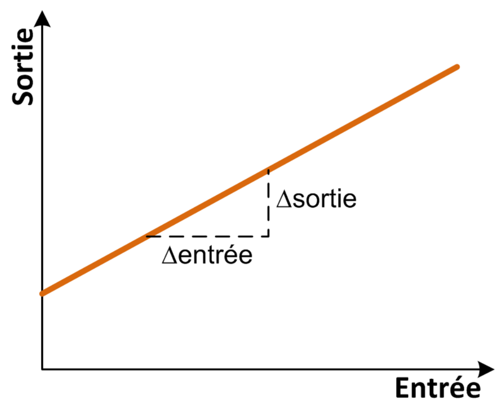

FIGURE 1.22 – Caractéristique linéaire

Si le capteur est linéaire, une seule valeur de sensibilité est nécessaire, car la pente de la courbe de la caractéristique entrée/sortie du capteur est constante (Figure 1.22). La caractéristique est alors une droite.

Par exemple, on peut avoir un capteur de déplacement dont la sensibilité est de 1 volt/50 centimètres. Cela signifie que pour chaque 50 centimètres de déplacement (qui est ici le signal d'entrée), la sortie varie d'une amplitude de 1 volt.

Sensibilité réduite : Certains capteurs ont une sortie dont l'amplitude dépend non seulement du mesurande, mais aussi que de leur tension d'alimentation. Cela implique que la sensibilité du capteur doit prendre en compte la tension d'alimentation. Pour simplifier le calcul de la sensibilité, les manufacturiers ont définis la spécification de sensibilité réduite. Cette spécification est généralement utilisée avec les capteurs de force (cellules de charge).

La sensibilité réduite s'exprime comme étant le rapport de la plage de variation totale de la sortie à la tension d'alimentation (appelée aussi tension d'excitation). Ainsi, un capteur, ayant une sensibilité réduite de 2 mV/V et alimenté avec une tension d'excitation d'un volt, voit sa sortie évoluer sur une plage de 2 mV pendant que l'entrée évolue d'un bout à l'autre de l'étendue de mesure. Le même capteur alimenté avec une tension d'excitation de 12 volts, verra sa sortie évoluer de 24 mV (soit 12 V $\times$ 2 mV/V) dans les mêmes conditions.

À partir de la sensibilité réduite, de la tension d'alimentation et de l'étendue de mesure, il est possible de calculer la sensibilité du capteur. Dans l'exemple donné au paragraphe précédent, avec une cellule de charge ayant une étendue de mesure de 0 à 5 000 lbs et une tension d'excitation d'un volt, la sensibilité de ce capteur est $S = 2$ mV/5 000 lbs. Avec le même capteur, mais sous une tension d'excitation de 12 Volts, la sensibilité serait $S = 24$ mV/5 000 lbs, soit 12 fois plus grande qu'à un volt.

Cela permet ainsi de simplifier la tâche aux manufacturiers qui ne savent pas à priori à quelle tension d'alimentation sera utilisé leur capteur.

1.3.3 La finesse

Un capteur a tendance à influencer la grandeur physique qu'il doit mesurer. Moins un capteur influence son environnement, meilleure est sa finesse.

La finesse et la sensibilité sont deux antagonistes et il est nécessaire de faire un compromis.

Par exemple, on peut utiliser une résistance pour mesurer une température. Toutefois, pour mesurer la valeur de la résistance, il faut qu'un courant électrique y circule. Or, lorsqu'un courant circule dans une résistance, elle est sujette à l'effet Joule, donc la résistance chauffe. Si elle chauffe beaucoup, elle peut influencer la température qu'elle doit mesurer.

Supposons qu'une résistance de 1 kΩ varie de 1 Ω avec une certaine variation de température ΔT. Si cette résistance est soumise à une tension de 100 volts, la variation de courant résultant de la variation de température sera d'environ 0.1 mA. Cette résistance dissipera alors 10 Watts. Avec une tension d'un volt appliquée à cette même résistance, la variation de courant ne sera que d'environ 1 μA et la résistance ne dissipera qu'un mW.

En conclusion, pour une sensibilité de 0.1 mA/ΔT la résistance dissipe 10 W, affectant ainsi l'environnement autour de la résistance alors que pour une sensibilité 100 fois plus faible (de 1 μA/ΔT) l'effet sur l'environnement est beaucoup plus faible, puisque la résistance dissipe 10000 fois moins de puissance.

On constate dans cet exemple que la résistance soumise à la tension d'un volt aura plus de finesse que celle soumise à la tension de 100 V. Toutefois, sa sensibilité sera plus faible.

1.3.4 La linéarité

La linéarité est une caractéristique qui définit la constance de la sensibilité sur toute la plage de mesure.

Le polynôme de l'équation décrivant la relation entre le signal d'entrée x et le signal de sortie y doit être de premier degré ($y = mx + b$) pour que le capteur soit considéré comme linéaire. Si le capteur n'est pas linéaire, la relation entrée/sortie peut être approximée par une équation du premier degré, mais il faut accepter l'imprécision causée par cette approximation.

L'écart de linéarité est exprimé par un pourcentage de l'étendue de mesure. Par exemple, si un capteur de force ayant une étendue de mesure de 0 à 5 000 livres à un écart de linéarité de ± 0.5 % E.M., cela implique une erreur (due à la non-linéarité) de ± 25 livres dans le pire des cas.

Voyons, par un exemple, comment se calcule la linéarité. Soit un capteur de déplacement dont on mesure la tension de sortie pour différentes positions. La Table 1.1 donne le résultat de ces mesures.

TABLE 1.1 – Mesures sur un capteur de déplacement

Position (mm)	Tension mesurée (V)
0	0.002
10	0.570
20	1.115
30	1.677
40	2.210
50	2.701
60	3.123
70	3.889
80	4.535
90	5.050

TABLE 1.2 – Mesures sur un capteur de déplacement avec tension théorique calculée

Position (mm)	Tension mesurée (V)	Tension théorique (V)
0	0.002	-0.019
10	0.570	0.538
20	1.115	1.095
30	1.677	1.653
40	2.210	2.210
50	2.701	2.767
60	3.123	3.324
70	3.889	3.881
80	4.535	4.439
90	5.050	4.996

Selon le manufacturier, le capteur de déplacement possède une étendue de mesure de 0 à 90 millimètres et génère une sortie variant de 0 à 5 volts.

Pour calculer la linéarité, il faut évaluer dans un premier temps, la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite approximant le mieux les mesures faites. Pour la méthode de la régression linéaire, les équations à appliquer sont pour trouver la pente :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \tag{1.32}$$

puis l'ordonnée à l'origine :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - m \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1.33}$$

Dans ces deux équations, les $x_i \in \mathbb{R}$ représentent les valeurs en entrée (mesurande) et les $y_i \in \mathbb{R}$ sont les valeurs en sortie du capteur. Le nombre de points considéré dans ce calcul est $n \in \mathbb{N}$. En appliquant ces équations sur les valeurs de la Table 1.1, on trouve que la pente de la caractéristique du capteur est 0.0577 V/mm et son ordonnée à l'origine est de -0.019 volts. À partir de ces valeurs la caractéristique théorique est :

$$y = 0.0577\,\mathrm{V/mm} \times x - 0.019\,\mathrm{V}$$

A partir de cette équation, on peut calculer les valeurs théoriques de tension de sortie en assurant que le capteur ait cette relation linéaire. La dernière colonne de la Table 1.2 est la tension théorique calculée avec l'équation ci-dessus.

Les deux dernières colonnes montrent qu'il existe un écart entre les valeurs mesurées et les valeurs théoriques. Il est possible, pour chaque mesure, calculer l'erreur e_i de la façon suivante (i variant de 1 à n) :

$$e_i = |y_{i,\text{mesure}} - y_{i,\text{theorique}}| \tag{1.34}$$

TABLE 1.3 – Mesures sur un capteur de déplacement avec tension théorique calculée et erreurs (absolues et classes de précision)

Position (mm)	Tension mesurée (V)	Tension théorique (V)	|Erreur| (V)	Erreur (% EM)
0	0.002	-0.019	0.021	0.42
10	0.570	0.538	0.034	0.68
20	1.115	1.095	0.020	0.39
30	1.677	1.653	0.024	0.49
40	2.210	2.210	0.000	0.00
50	2.701	2.767	0.066	1.32
60	3.123	3.324	0.201	**4.02**
70	3.889	3.881	0.008	0.15
80	4.535	4.439	0.106	2.13
90	5.050	4.996	0.054	1.08

Puis, on peut calculer l'erreur de linéarité en pourcentage de l'étendue de mesure en divisant l'erreur par l'étendue de mesure et en multipliant le résultat par 100 % (i variant de 1 à n) :

$$E_i = \frac{e_i}{EM} \times 100\% \tag{1.35}$$

Ce qui donne les deux dernières colonnes de la Table 1.3.

En consultant la dernière colonne de la Table 1.3, on constate que la pire erreur est de ±4.02 % EM. Donc, l'erreur de linéarité de ce capteur sera spécifiée comme étant ±4.02 % EM.

1.3.5 La rapidité

La rapidité indique l'aptitude d'un capteur à suivre dans le temps les variations de la grandeur physique à mesurer. En effet, il faut toujours un certain temps pour qu'un changement à du signal à l'entrée soit perçu à la sortie (souvenez-vous de vos notions de systèmes asservis — GPA535). On l'exprime de l'une des trois façons suivantes :

- Le temps de réponse (ou constante de temps) ;
- La bande passante du capteur ;
- La fréquence de coupure (ou fréquence propre).

Le temps de réponse représente le temps qu'il faut au capteur pour que sa sortie soit à moins d'un certain écart en pourcentage de la valeur finale, lorsque le mesurande (l'entrée) est soumis à une variation brusque de type échelon. Comme le temps de réponse dépend du pourcentage d'écart, il est obligatoire de spécifier le pourcentage d'écart (généralement 5 %) considéré pour évaluer le temps de réponse de l'élément de mesure. Plus le capteur est rapide, plus le temps de réponse est court.

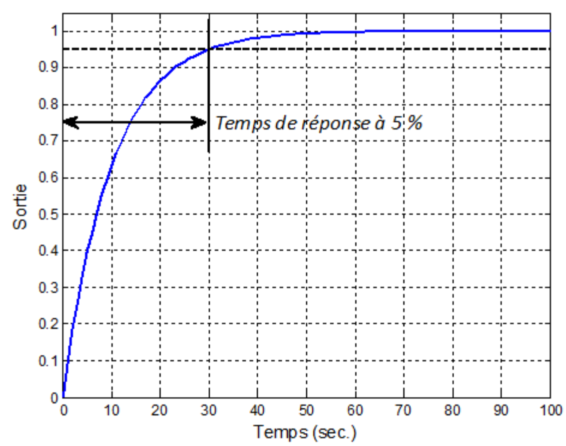

FIGURE 1.23 – Réponse d'un système de premier ordre (τ = 10sec.)

Si le capteur est un système de premier ordre (Figure 1.23), la réponse à un échelon possède un temps de réponse qui dépend de la constante de temps τ du système. La constante de temps correspond au temps de réponse à 37 %. Le temps de réponse à 5 % d'un capteur de premier ordre est égal à environ 3τ (Rappel de GPA535 : le temps de réponse à 2 % est de 4τ).

La bande passante d'un capteur du premier ordre sera la plage de fréquence entre 0 Hertz et la fréquence de coupure f_c qui est égale à $1/(2\pi\tau)$. Pour qu'un capteur du premier ordre soit rapide, il faut donc que la constante de temps soit courte, que sa fréquence de coupure soit élevée et que la bande passante soit étendue. Ce constat est évident, puisque tous ces paramètres sont liés entre eux.

Si le capteur est un système du deuxième ordre, la réponse à un échelon (Figure 1.24) à un temps de réponse qui dépend de sa fréquence propre ω_0 et du coefficient d'amortissement ζ. L'équation pour trouver le temps de réponse à 5 % est (avec $0 < \zeta < 1$) :

$$T_{\mathrm{R5\%}} = \frac{3}{\zeta\omega_0} \tag{1.36}$$

(Rappel de GPA535 : le temps de réponse à 2 % est de $4/(\zeta\omega_0)$).

Pour qu'un capteur du second ordre soit rapide, il faut que la fréquence propre soit élevée pour que le temps de réponse soit court. Par contre, il faut se méfier du facteur d'amortissement qui devrait être idéalement pas trop loin de 1. Si la valeur du facteur d'amortissement est trop petite, le système tend à avoir quelques oscillations avant de se stabiliser, la première oscillation générant un dépassement important. À la limite, si le facteur d'amortissement est nul, le système est oscillant. Si le facteur d'amortissement est grand, le système tend à être très sous amorti, et l'équation (1.36) devient invalide si $\zeta \geq 1$.

1.3.6 L'hystérésis

Un système présente une courbe d'hystérésis (Figure 1.25) lorsque la grandeur de sortie ne dépend pas uniquement de la valeur du mesurande, mais aussi de la façon dont elle a été atteinte. L'hystérésis est définie par l'amplitude de l'écart maximum exprimé en pourcentage de l'étendue de mesure.

L'hystérésis peut être de nature mécanique ou électrique. En mécanique, l'hystérésis est associée aux phénomènes de frottement sec et de jeu dans un mécanisme. En électrique, l'hystérésis est associée à des phénomènes de polarisation magnétique ou électrique.

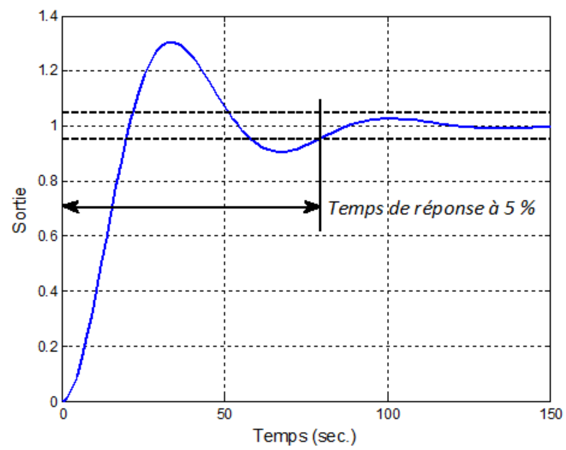

FIGURE 1.24 – Réponse d'un système de deuxième ordre

1.3.7 La répétabilité et la reproductibilité

La répétabilité est la marge de fluctuation de la sortie à court terme, lorsque le même mesurande est appliqué à plusieurs reprises et dans le même sens. Cette marge est attribuable à plusieurs causes (entre autre l'opérateur) et s'exprime en pourcentage de l'étendue de mesure.

La reproductibilité est la marge de fluctuation de la sortie à long terme, lorsque le même mesurande est appliqué à plusieurs reprises et dans le même sens. Cette marge est attribuable à plusieurs causes (dont le vieillissement) et s'exprime en pourcentage de l'étendue de mesure.

En robotique, ces deux termes correspondent à la précision d'un robot. La répétabilité est une mesure de la précision d'un robot qui arrive à un point donnée suite à une trajectoire exécutée de façon cyclique. La reproductibilité est une mesure de la précision d'un robot qui arrive à un point donnée via diverses trajectoires.

Voyons avec un exemple comment on calcule la répétabilité (cela s'applique aussi à la reproductibilité).

Soit un capteur de distance ayant une étendue de mesure de 0 à 40 cm. Une distance de référence (par exemple : 20 cm) est mesurée à 15 reprises par ce capteur et les distances évaluées par le capteur sont indiquées à la Table 1.4.

Pour pouvoir obtenir la répétabilité, il faut évaluer si toutes les données sont valides. Comme lors d'expérimentations faites en laboratoire, il peut se

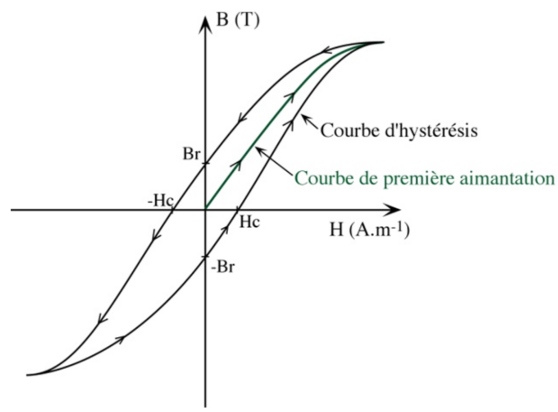

FIGURE 1.25 – Courbe d'hystérésis *(Source : www.physique-appliquee.net)*

produire que des mesures semblent douteuses. Toutefois, on ne peut éliminer ces mesures sans une justification adéquate. Donc, on doit vérifier avec un critère statistique nommé critère de Chauvenet, si ces mesures peuvent être éliminées ou non.

Le critère de Chauvenet étant un critère statistique, il nous permet d'éliminer toute mesure dont la probabilité est inférieure à $1/(2N)$ (N étant le nombre de mesures). La justification de l'élimination de la mesure est donc au niveau de la faible probabilité qu'elle se produise. Le critère de Chauvenet assume que la répartition des mesures est gaussienne (Figure 1.26). La densité de probabilité d'une distribution gaussienne est définie par :

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \mathrm{e}^{-(x-\bar{x})^2/(2\sigma^2)} \tag{1.37}$$

Dans l'équation (1.37), la moyenne des mesures est représentée par $\bar{x}$ et l'écart type par σ. L'intégrale de la densité de probabilité permet d'obtenir la probabilité. Par définition, la surface totale sous la courbe gaussienne est égale à 1, ce qui correspond à une probabilité de 100 %.

La zone de probabilité $1/(2N)$ des mesures à rejeter est localisée aux deux extrémités de la gaussienne, puisque l'on peut rejeter les mesures trop grandes comme les mesures trop petites. Cette zone correspond à la somme des deux surfaces en bleu sur la Figure 1.27. Comme la surface totale sous la courbe gaussienne est égale à 1, la région en blanc (entre $\bar{x}$–x et $\bar{x}+x$) à une surface (et une probabilité) égale à $1 - 1/(2N)$.

TABLE 1.4 – Mesures faites avec le capteur de distance

Numéro de test	Distance mesurée (cm)
1	20.00
2	20.10
3	20.05
4	20.15
5	20.13
6	19.95
7	19.99
8	21.02
9	20.12
10	20.09
11	20.10
12	20.10
13	20.05
14	19.98
15	20.17

La valeur de $\bar{x}–x$ (et symétriquement $\bar{x} + x$) qui borne la région ayant une probabilité égale à $1 - 1/(2N)$ est celle qui fera en sorte que :

$$\int_{\bar{x}-x}^{\bar{x}-x} \phi(t)\, dt = 1 - \frac{1}{2N} = \frac{2N-1}{2N} \tag{1.38}$$

La valeur de x sera donc la solution de :

$$0.3990\sqrt{2\pi} \times \operatorname{erf}\left(\frac{|x-\bar{x}|}{\sqrt{2}\,\sigma}\right) = \frac{2N-1}{2N} \tag{1.39}$$

avec la fonction mathématique erf identifiant la fonction d'erreur :

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \mathrm{e}^{-t^2} dt \tag{1.40}$$

La valeur de x qui sera solution de l'équation (1.39) sera la valeur sur la frontière entre l'élimination et la non élimination. La distance entre cette valeur et la moyenne est identifiée par $d_{\max} = |x-\bar{x}|$. La solution de l'équation

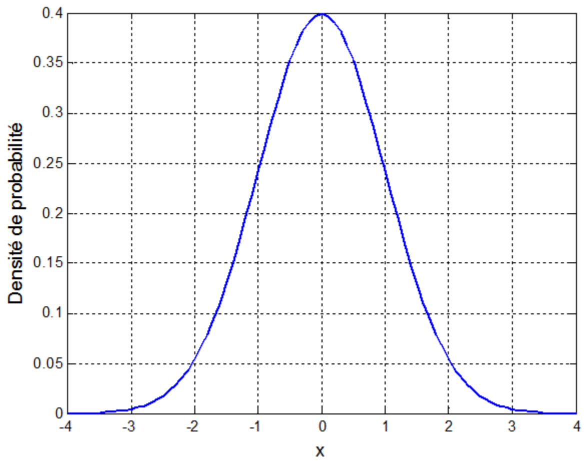

FIGURE 1.26 – Courbe gaussienne (Moyenne $\bar{x} = 0$)

(1.39) n'est pas facile à obtenir symboliquement. Toutefois, si le nombre de mesures N est connu, on peut trouver la valeur numérique de x en utilisant la fonction "solve" sur MATLAB.

Pour quelques valeurs du nombre de mesure, la Table 1.5 répertorie les distances en termes d'écart type ($d_{\max}/\sigma$) en fonction de quelques nombres de points de mesure N.

Avant de recourir au critère de Chauvenet, il est nécessaire d'évaluer la moyenne et l'écart type des N mesures faites. La moyenne est évaluée par :

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{1.41}$$

L'écart type est évalué avec :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1.42}$$

Une fois les deux paramètres obtenus, on peut alors évaluer, pour chaque mesure x_i, la distance entre cette mesure et la moyenne. Cette distance est exprimée en termes d'écart type par :

$$t_i = \frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma} \tag{1.43}$$

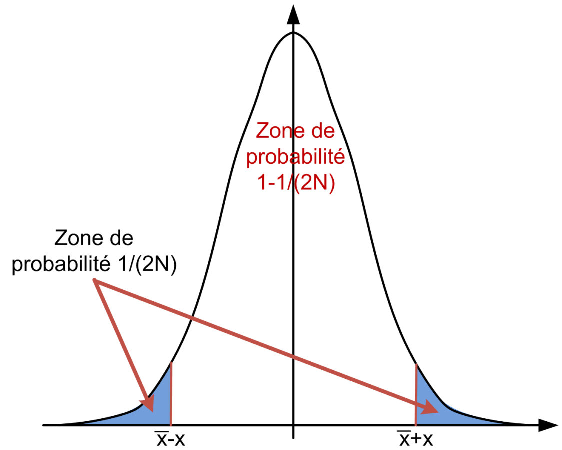

FIGURE 1.27 – Zone de probabilité $1/(2N)$ (Moyenne $= \bar{x}$; l'axe vertical est la densité de probabilité)

Pour l'ensemble des mesures obtenues à la Table 1.4, on obtient une moyenne de 20.13 cm et un écart type de 0.25 cm. Une fois ces deux valeur trouvées, on peut évaluer la distance à la moyenne de chaque donnée, en nombre écart type, en utilisant l'équation (1.13), ce qui donne la troisième colonne de la Table 1.6.

La Table 1.5 nous indique que pour un ensemble de 15 mesures, la distance maximale d'une mesure à la moyenne doit être de 2.13 écart type. Ce qui fait qu'il est admissible, en vertu du critère de Chauvenet, d'éliminer de la liste toute mesure à plus de 2.13 écarts types de la moyenne. La huitième mesure de la Table 1.6 est à une distance de la moyenne égale à 3.56 écarts types, ce qui est supérieur à la distance maximale de 2.13 écarts types. Cette donnée est donc éliminée de la liste, puisqu'il est peu probable qu'elle se reproduise.

Pour évaluer la répétabilité (ou reproductibilité), on utilise les mesures qui auront été retenues, une fois le critère de Chauvenet appliqué. Il faut recalculer à nouveau la moyenne, puis voir quelle est la donnée la plus loin de la moyenne pour obtenir la valeur de répétabilité (ou de reproductibilité).

Les 14 mesures restantes donnent une nouvelle moyenne de 20.07 cm. La valeur maximale des 14 mesures restantes est la distance 20.17 cm (la 15e mesure), ce qui donne un écart de 0.10 cm. La valeur minimale est de 19.95 cm (la 6e mesure), ce qui donne un écart de 0.12 cm.

Ainsi, la répétabilité de ce capteur est de ± 0.12 cm ce qui donne ± 0.3 % E.M. (l'étendue de mesure de ce capteur est de 40 cm).

TABLE 1.5 – Critère de Chauvenet

Nombre de mesures	Ratio $d_{\max}/\sigma$
2	1.15
3	1.38
4	1.54
5	1.65
6	1.73
7	1.80
10	1.96
15	2.13
25	2.33
50	2.57
100	2.81
300	3.14
500	3.29
1000	3.48

Il est important de noter que le critère de Chauvenet **n'est appliqué qu'une seule fois** sur les mesures faites.

1.3.8 La résolution

La résolution correspond à la granularité de la mesure, i.e., à la plus petite variation discernable par le capteur. La résolution peut ne pas être constante sur toute l'étendue de la mesure. La résolution s'applique aussi aux convertisseurs analogiques/numériques (A/N).

Le seuil est la résolution à l'origine, au voisinage de la valeur 0 du mesurande.

1.3.9 La précision

La précision est un des paramètres les plus importants d'un système de mesure. Elle permet d'évaluer la qualité de mesure en donnant l'idée de l'ampleur de l'erreur affectant la mesure. La précision fait appel à la notion de *fidélité* et de *justesse*, puisqu'un capteur précis est juste et fidèle.

TABLE 1.6 – Distances à la moyenne t_i en écart type

Numéro de test	Distance mesurée (cm)	Distance t_i
1	20.00	0.52
2	20.10	0.12
3	20.05	0.28
4	20.15	0.08
5	20.13	0.00
6	19.95	0.72
7	19.99	0.56
8	21.02	**3.56**
9	20.12	0.04
10	20.09	0.16
11	20.10	0.12
12	20.10	0.12
13	20.05	0.28
14	19.98	0.60
15	20.17	0.16

La fidélité d'un capteur (Figure 1.28) correspond à l'écart type d'un ensemble de mesures faites pour un mesurande donné. Plus l'écart type est élevé, moins le capteur est fidèle. La fidélité représente donc les incertitudes de mesures d'un capteur. Elle dépend des erreurs aléatoires (exemple : bruit électromagnétique) qui seront énumérées à la Section 1.5).

La justesse d'un capteur (Figure 1.29) correspond à la différence entre la valeur moyenne d'un ensemble de mesures faites pour un mesurande donné et celui-ci. La justesse représente les erreurs systématiques du système de mesure qui seront présentées en Section 1.4). Ces erreurs peuvent être réduites par la calibration du capteur.

La précision est spécifiée par l'erreur de précision qui délimite un intervalle autour de la valeur mesurée, à l'intérieur duquel on est assuré de trouver la valeur vraie du mesurande. Cette erreur de précision peut être représentée de trois façons :

- Par l'erreur absolue e_a qui exprime l'erreur de précision dans l'unité de mesure du mesurande ;
- Par l'erreur relative e_r qui exprime l'erreur de précision en pourcentage

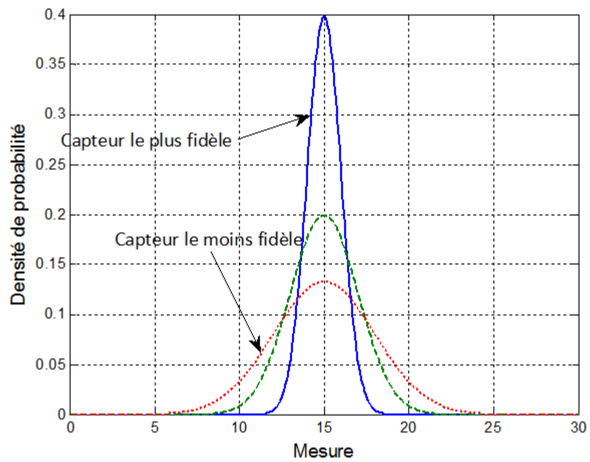

FIGURE 1.28 – La fidélité d'un capteur

par rapport à la valeur mesurée M :

$$e_r = \frac{e_a}{M} \times 100\% \; ; \tag{1.44}$$

- Par la classe de précision CP, qui exprime l'erreur de précision en pourcentage par rapport à l'étendue de mesure EM.

$$CP = \frac{e_a}{EM} \times 100\% \; . \tag{1.45}$$

Voici un exemple montrant l'évaluation de ces erreurs. Supposons que l'on désire calculer la précision relative (à $M = 100$ lbs [1]) et la classe de précision d'une cellule de charge ayant une étendue de mesure (EM) de 0 à 1000 lbs, et une erreur absolue de ± 2 lbs.

L'erreur absolue e_a est égale à ± 2 lbs et provoque une erreur relative e_r de ± 2 lbs/100 lbs, donc de ± 2.0 %. Enfin, la classe de précision CP est égale au rapport ± 2 lbs/1000 lbs, donc de ± 0.2 % EM.

L'erreur relative peut prendre des proportions dramatiques, si les valeurs à mesurer sont faibles. Ainsi, si dans l'exemple ci-haut, la mesure eut été de 10 lbs plutôt que 100 lbs, alors l'erreur relative aurait été de ± 2 lbs/10 lbs, soit ± 20 %.

D'où, l'importance de choisir un capteur ayant une étendue de mesure adéquate pour l'application où il sera utilisé. Ainsi, il serait préférable de

1. lbs = livres

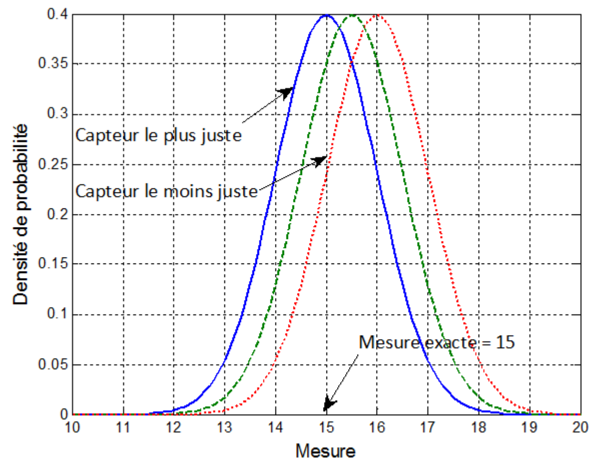

FIGURE 1.29 – La justesse d'un capteur

choisir une autre cellule de charge, ayant une étendue de mesure plus réduite, si l'on désire mesurer le poids de jeunes enfants.

1.4 Les erreurs de mesure dans les capteurs

Les erreurs de mesure ont des causes systématiques que l'opérateur peut corriger ou non. Ces erreurs ont des causes clairement identifiées et prévisibles. Parmi ces erreurs, il faut considérer aussi l'erreur de linéarité déjà abordée précédemment dans ce chapitre.

Ces erreurs correspondent à la distance entre la moyenne des mesures et le mesurande, pour un mesurande donné, i.e., à la justesse du capteur.

1.4.1 L'erreur sur le zéro

L'erreur sur le zéro (zero offset) appelée aussi "dérive" est généralement due au vieillissement des composantes d'un capteur et aux variations de température. Elle se traduit par un décalage de la grandeur de sortie indépendante du mesurande (Figure 1.30).

Dans le cas de la température, la dérive se produit lors de la période d'échauffement du capteur, ce qui implique qu'il est préférable d'étalonner un capteur une fois cette période écoulée. Dans le cas du vieillissement, dérive est facilement corrigeable par un étalonnage du capteur à intervalle régulier.

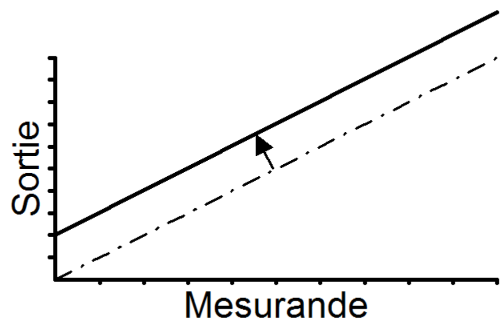

FIGURE 1.30 – Erreur sur le zéro

1.4.2 L'erreur liée à l'étalonnage

L'erreur liée à l'étalonnage du capteur est due à la qualité de l'opération d'étalonnage (Figure 1.31). Si cette opération n'est pas effectuée correctement, cela se traduit par une erreur dans la pente de la caractéristique du capteur. Il est recommandé de toujours étalonner un capteur avec un étalon de référence au moins 4 fois plus précis.

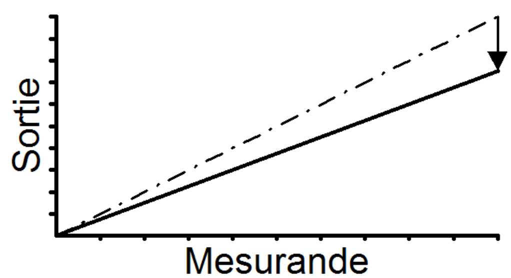

FIGURE 1.31 – Erreur liée à l'étalonnage

Même dans le cas ou l'étalon est précis, il est bon de faire plusieurs mesures lors de la calibration du capteur, car l'erreur de répétabilité est présente, même avec l'étalon.

1.4.3 Les erreurs dues aux grandeurs d'influence

Les grandeurs d'influence provoquent sur le capteur des variations de ses caractéristiques métrologique. L'erreur sur le zéro mentionnée précédemment est un très bon exemple de ces variations.

L'erreur sur la sensibilité est aussi une erreur due aux grandeurs d'influence. Cette erreur se traduit par une variation de la sensibilité et elle est représentée par l'écart maximal entre la sensibilité mesurée et la sensibilité nominale.

Toutes les grandeurs physiques connues peuvent agir comme grandeur d'influence. Pour minimiser l'effet de ces grandeurs d'influence, il faut utiliser soit la compensation, soit la stabilisation.

Par exemple, si l'on a un capteur sensible à la température on peut y ajouter un circuit électronique de compensation pour le rendre indépendant des variations de température. Ce genre de circuit est généralement déjà inclus dans le module électronique de conditionnement de certains capteurs.

On peut aussi minimiser les erreurs dues aux grandeurs d'influence en faisant en sorte que l'environnement du capteur reste constant. La stabilisation consiste donc à avoir un environnement contrôlé. Si un capteur est dans une pièce qui reste toujours à 22°C, alors il n'est pas nécessaire d'avoir des circuits de compensation puisque la température est constante.

1.4.4 Les erreurs dues aux conditions d'alimentation et de traitement de signal

La grandeur de sortie peut être fortement dépendante des conditions d'alimentation du capteur. L'alimentation du capteur est dans certains cas une grandeur modifiante qui peut affecter la précision d'une mesure.

L'exemple suivant illustre bien ce qui peut se passer dans un système de mesure. Supposons une jauge de contrainte montée dans un pont de résistance. Si cette jauge, ayant une résistance de valeur R_g, est montée avec trois autres résistances de valeur R, la tension de sortie du pont est alors égale à :

$$V_m = V_{cc}\left(\frac{R_g}{R+R_g} - \frac{1}{2}\right) \tag{1.46}$$

où, V_{cc} est la tension de l'alimentation et V_m est la tension de sortie.

La tension d'excitation a un impact direct sur la sensibilité du capteur. Si elle varie, par exemple de 1 %, cela fait varier la tension de sortie, ce qui entraîne une erreur de mesure. Il faut aussi être conscient qu'une ondulation sur la tension d'alimentation entraînera une ondulation sur la tension en sortie du pont.

Le traitement de signal peut aussi contribuer à générer des erreurs, ce qui peut se produire si le gain d'un amplificateur de sortie n'est pas constant (parce que non-linéaire).

1.4.5 Les erreurs dues au mode d'utilisation

Certaines erreurs sont simplement dues à une utilisation incorrecte d'un capteur. Par exemple, on si utilise un capteur pas assez rapide dans un cas ou le mesurande évolue de façon rapide.

Un autre exemple, c'est lorsque l'on utilise un capteur utilisant un principe piézoélectrique pour faire une mesure statique, puisque ce principe exige une variation du mesurande pour être apte à le mesurer (ex : accéléromètre piézoélectrique).

Il est très important de suivre les directives du fabricant pour le montage et l'installation d'un capteur pour s'assurer que ce dernier mesure correctement.

1.5 Les incertitudes de mesure dans les capteurs

Les erreurs d'incertitude sont des erreurs de nature non-déterministes dues à des causes accidentelles que l'opérateur ne peut corriger. Elles sont appelées parfois « erreurs aléatoires » et elles ont les propriétés suivantes :

- Pour une erreur d'une amplitude de valeur absolue donnée, la probabilité que l'erreur soit positive est égale à celle que l'erreur soit négative ;
- La probabilité que l'erreur due à une incertitude se produise est inversement proportionnelle à son amplitude ;
- Pour un nombre élevé de mesure d'une grandeur physique donnée, la moyenne des erreurs approche de 0 ;
- Pour une méthode de mesure donnée, les erreurs dues aux incertitudes de mesures ne doivent pas excéder une valeur donnée. Toute mesure ayant une erreur excédant cette valeur doit être répétée, et si nécessaire analysée séparément.

Ces erreurs correspondent à l'écart type des mesures, pour un mesurande donné, i.e., à la fidélité du capteur.

1.5.1 Les erreurs liées aux indéterminations intrinsèques d'un capteur

Certaines erreurs aléatoires sont liées à la non-connaissance de caractéristiques de capteurs. Ainsi, pour certains capteurs, on ne connaît pas de façon précise des paramètres comme la résolution, réversibilité, hystérésis,... Par exemple, lorsque l'on achète un potentiomètre, on ne se pose pas de questions sur la résolution de ce capteur. Pourtant, cette résolution peut générer une erreur de mesure de nature aléatoire, car le passage du curseur d'une bobine de fil à l'autre fait augmenter (ou diminuer) la résistance d'une valeur ΔR qui n'est pas nécessairement constante d'un bout à l'autre du potentiomètre.

Le même genre d'indétermination se pose chez les capteurs utilisant des principes basés sur les champs magnétiques et qui sont susceptibles à être le siège de phénomènes d'hystérésis.

1.5.2 Les erreurs dues à des signaux parasites de caractère aléatoire

Le bruit électrique, si nuisible à la qualité des mesures, est la source principale des signaux parasites. Ces signaux sont dus généralement à des phénomènes d'induction, ce qui fait que l'on recommande de blinder les conducteurs transportant les signaux de mesure.

En effet, lorsqu'un capteur envoie un signal de mesure à un automate (ou tout autre appareil), un conducteur transporte le signal de mesure, tandis qu'un autre assure que les deux éléments aient la même masse. Les deux conducteurs forment donc une boucle qui est en mesure de pouvoir détecter des ondes électromagnétiques, comme une antenne. Une tension parasite apparaît, affectant la qualité du signal transmit.

1.5.3 Les erreurs de mesure dues aux grandeurs d'influence non-contrôlées

Les grandeurs d'influence non-contrôlées sont souvent sources d'erreur, car le corps d'épreuve d'un capteur est généralement sensible à plus d'une grandeur physique. Par exemple, plusieurs capteurs sont sensibles à la température. Ainsi, une jauge de contrainte, dont le but premier est de mesurer une déformation, peut donner un signal qui varie en fonction de la déformation (bien sûr !), mais aussi avec la température. Ainsi, un changement du signal de sortie peut provenir aussi bien d'une déformation que d'une température, et il n'y a aucun moyen pour trouver laquelle des deux grandeurs physiques a changé.

Il faut donc prévoir l'utilisation de circuits de compensation pour réduire cette erreur. Le circuit de compensation génère un signal qui à pour but d'annuler l'effet produit par la grandeur d'influence non contrôlée.

La stabilisation de la grandeur d'influence peut aussi réduire les erreurs de mesures. Par exemple, si le capteur est dans un environnement ou la température est maintenue constante, il n'y aura aucune erreur due au changement de température puisque celle-ci est constante. Donc en stabilisant la grandeur d'influence, on en réduit grandement les effets.

Ces deux solutions peuvent ne pas être faisables, ce qui fait en sorte qu'il faut vivre avec cette source d'erreur aléatoire. Il peut être bon de calculer l'erreur induite par la grandeur physique non-contrôlée pour évaluer l'erreur pouvant entacher la qualité de la mesure.

1.6 Le calcul d'erreur dans les chaînes de mesure

Cette section présente quelques notions de calcul d'erreur et montre les effets de l'erreur dans une chaîne de mesure.

Commençons par introduire l'équation (ou la série) de Taylor. Soit la valeur de la mesure M qui est dépendante de plusieurs paramètres $(x_1, x_2, ..., x_n)$. La fonction représentant M en fonction de ces paramètres peut être écrite comme suit :

$$M = f(x_1, \ldots, x_n) \tag{1.47}$$

Si chacun des paramètres x_i sont entachés d'une erreur Δx_i, la valeur de la mesure sera aussi entachée d'une erreur ΔM. La fonction représentée par l'équation ci-haut peut se réécrire comme suit :

$$M + \Delta M = f(x_1 + \Delta x_1, \ldots, x_n + \Delta x_n) \tag{1.48}$$

Or cette équation peut être réécrite en utilisant la série de Taylor, appliquée sur le membre de droite, et elle devient :

$$
\begin{aligned}
M + \Delta M = f(x_1, \ldots, x_n) + \left\{ \Delta x_1 \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| + \ldots + \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\} + \\
\frac{1}{2!} \left\{ \Delta x_1^2 \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \right| + \ldots + \Delta x_1 \Delta x_n \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} + \ldots + \right. \\
\left. \Delta x_n \Delta x_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} + \ldots + \Delta x_n^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \right\} + \mathcal{O}_3
\end{aligned}
\tag{1.49}
$$

où $\mathcal{O}_3$ représente les termes d'ordre supérieur à 2.

Donc, le terme d'erreur de mesure ΔM est égal à :

$$
\begin{aligned}
\Delta M = \Delta x_1 \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| + \ldots + \Delta x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \frac{1}{2!} \left\{ \Delta x_1^2 \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \right| + \ldots + \right. \\
\Delta x_1 \Delta x_n \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} + \ldots + \Delta x_n \Delta x_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} + \ldots + \\
\left. \Delta x_n^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \right\} + \mathcal{O}_3
\end{aligned}
\tag{1.50}
$$

La série de Taylor est une série infinie, mais on peut généralement retenir les termes contenant les dérivées d'ordre 1 et les dérivées d'ordre 2. On néglige ainsi les termes d'ordre supérieur.

1.6.1 Erreur sur le résultat d'une somme

Soit la somme $C = A + B$. Si le paramètre A possède une erreur absolue ΔA et le paramètre B une erreur absolue ΔB, quelle est l'erreur ΔC sur la somme ?

La série de Taylor nous mène à calculer l'erreur absolue comme suit :

$$
\begin{aligned}
\Delta C &= \Delta A \left| \frac{\partial C}{\partial A} \right| + \Delta B \left| \frac{\partial C}{\partial B} \right| \\
&= \Delta A + \Delta B
\end{aligned}
\tag{1.51}
$$

Donc, la somme de deux paramètres A et B ayant chacun une erreur ΔA et ΔB donne un résultat C dont l'erreur ΔC est la somme des deux erreurs ΔA et ΔB.

Par exemple, si les paramètres $A \pm \Delta A$ et $B \pm \Delta B$ sont respectivement égaux à 10 ± 0.1 et 15 ± 0.7, alors la valeur nominale de C est égale à 25 et l'équation (1.51) donne l'erreur sur le résultat de C égal à $\pm$ 0.8. Si les erreurs relatives sont évaluées, les erreurs relatives sur A et B qui étaient respectivement de $\pm$ 1 % et de $\pm$ 4.67 % donnent une erreur relative sur C de $\pm$ 3.2 %.

1.6.2 Erreur sur le résultat d'une différence

Soit la différence $C = A - B$. Si le paramètre A possède une erreur absolue ΔA et le paramètre B une erreur absolue ΔB, quelle est l'erreur ΔC sur la différence ?

La série de Taylor nous mène à calculer l'erreur absolue de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Delta A \left|\frac{\partial C}{\partial A}\right| + \Delta B \left|\frac{\partial C}{\partial B}\right| \\ &= \Delta A + \Delta B \end{aligned} \tag{1.52}$$

La différence de deux paramètres A et B ayant chacun une erreur ΔA et ΔB donne un résultat C dont l'erreur ΔC est la somme des deux erreurs ΔA et ΔB.

Par exemple, si les paramètres $A \pm \Delta A$ et $B \pm \Delta B$ sont respectivement égaux à 10 $\pm$ 0.1 et 15 $\pm$ 0.7, alors C est égal à -5 et l'équation (1.52) donne une erreur sur le résultat de C égale à $\pm$ 0.8. Si les erreurs relatives sont évaluées, les erreurs relatives sur A et B qui étaient de $\pm$ 1 % et de $\pm$ 4.67 % donnent une erreur relative sur C de $\pm$ 16 %. L'erreur relative a donc tendance à s'accroître lorsque l'on utilise l'opérateur de soustraction, ce qui fait que l'on a tendance à éviter cet opérateur.

1.6.3 Erreur sur le résultat d'une multiplication

Soit le produit $C = A \times B$. Si le paramètre A possède une erreur absolue ΔA et le paramètre B une erreur absolue ΔB, quelle est l'erreur ΔC sur le produit ?

La série de Taylor nous mène à calculer l'erreur absolue du produit comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta C &= \Delta A \left|\frac{\partial C}{\partial A}\right| + \Delta B \left|\frac{\partial C}{\partial B}\right| \\ &= \Delta A|B| + \Delta B|A| \end{aligned} \tag{1.53}$$

Donc, le produit de deux paramètres A et B ayant chacun une erreur ΔA et ΔB donne un résultat C dont l'erreur ΔC est calculée comme suit : $\Delta C = \Delta A|B| + \Delta B|A|$.

Par exemple, si les paramètres $A \pm \Delta A$ et $C \pm \Delta B$ sont respectivement égaux à 10 ± 0.1 et 15 ± 0.7, alors C est égal à 150 et l'équation (1.53) donne l'erreur sur le résultat de C égale à ± 8.57. Si les erreurs relatives sont évaluées, les erreurs relatives sur A et B qui étaient de ± 1 % et de ± 4.67 % donnent une erreur relative sur C de ± 5.71 %.

1.6.4 Erreur sur le résultat d'une division

Soit le quotient $C = A/B$. Si le paramètre A possède une erreur absolue ΔA et le paramètre B une erreur absolue ΔB, quelle est l'erreur ΔC sur le quotient ?

La série de Taylor nous mène à calculer l'erreur absolue comme suit :

$$\begin{aligned}\Delta C &= \Delta A \left|\frac{\partial C}{\partial A}\right| + \Delta B \left|\frac{\partial C}{\partial B}\right| + \frac{\Delta A^2}{2}\left|\frac{\partial^2 C}{\partial A^2}\right| + \frac{\Delta A \Delta B}{2}\left|\frac{\partial^2 C}{\partial A \partial B}\right| \\ &\quad + \frac{\Delta B \Delta A}{2}\left|\frac{\partial^2 C}{\partial B \partial A}\right| + \frac{\Delta B^2}{2}\left|\frac{\partial^2 C}{\partial B^2}\right| \\ &= \Delta A\left|\frac{1}{B}\right| + \Delta B\left|\frac{-A}{B^2}\right| + \frac{\Delta A^2}{2}|0| + \Delta A \Delta B\left|\frac{-1}{B^2}\right| + \frac{\Delta B^2}{2}\left|\frac{2}{B^3}\right|\end{aligned} \tag{1.54}$$

Le quotient de deux paramètres deux paramètres A et B ayant chacun une erreur ΔA et ΔB donne un résultat C dont l'erreur ΔC est l'équation suivante :

$$\Delta C = \Delta A\left|\frac{1}{B}\right| + \Delta B\left|\frac{A}{B^2}\right| + \Delta A \Delta B\left|\frac{1}{B^2}\right| + \frac{\Delta B^2}{2}\left|\frac{2}{B^3}\right| \tag{1.55}$$

Par exemple, si les paramètres $A \pm \Delta A$ et $C \pm \Delta B$ sont respectivement égaux à 10 ± 0.1 et 15 ± 0.7, alors C est égal à 0.66667 et l'équation (1.55) donne l'erreur sur le résultat de C égal à ± 0.0395. Si les erreurs relatives sont évaluées, les erreurs relatives sur A et B qui étaient de ± 1 % et de ± 4.67 % donnent une erreur relative sur C de ± 5.92 %. Comme pour la soustraction, l'erreur relative a tendance à s'accroître aussi pour un quotient, ce qui fait que l'on a tendance à éviter d'utiliser cet opérateur.

1.6.5 Exemple d'application de la série de Taylor

Soit un capteur de force constitué d'un ressort et d'un capteur de position. Ce capteur sera utilisé pour mesurer la masse de divers objets. La physique mécanique nous indique qu'un ressort soumis à une force F (en Newton) sera déformé d'une distance x (en mètres), et la relation entre ces deux paramètres est définie par :

$$F = K\,x \tag{1.56}$$

où K est la constante du ressort (en Newton par mètre).

La loi de Newton permet de calculer la masse M (en kilogramme) d'un objet en fonction de la force F et de l'accélération gravitationnelle g (en mètres par seconde au carré) :

$$F = M\,g \tag{1.57}$$

Avec la mesure de la déformation x du ressort, il est possible de calculer directement la masse en combinant les équations (1.56) et (1.57), ce qui mène à :

$$M = \frac{K\,x}{g} \tag{1.58}$$

Dans le cas où le ressort, ayant une constante K de 1 000 N/m, est déformé de 10 cm dans un champ de gravité, ayant une accélération de la pesanteur de 9.81 m/s^2 alors la masse calculée sera d'environ 10.194 kg.

Assumons maintenant que la constante du ressort n'est connue qu'à $\pm$ 5 N/m près, que le capteur de déplacement peut faire une erreur absolue de l'ordre de $\pm$ 2 mm, et que la gravité peut varier de $\pm$ 0.1 m/s^2 (car l'accélération de la pesanteur varie avec la localisation géographique et l'altitude). Il faut alors évaluer quelle sera l'erreur faite sur la masse.

Il suffit d'appliquer la série de Taylor pour trouver l'erreur de mesure sur la masse, nommé ΔM :

$$\Delta M = Q_1 + \frac{1}{2!}\left(Q_2 + Q_3 + Q_4\right) \tag{1.59}$$

Avec Q_1 définit comme suit :

$$Q_1 = \Delta K \left|\frac{\partial M}{\partial K}\right| + \Delta x \left|\frac{\partial M}{\partial x}\right| + \Delta g \left|\frac{\partial M}{\partial g}\right| \tag{1.60}$$

puis Q_2 :

$$Q_2 = \Delta K \left(\Delta K \left| \frac{\partial^2 M}{\partial K^2} \right| + \Delta x \left| \frac{\partial^2 M}{\partial K \partial x} \right| + \Delta g \left| \frac{\partial^2 M}{\partial K \partial g} \right| \right) \tag{1.61}$$

puis Q_3 :

$$Q_3 = \Delta x \left(\Delta K \left| \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial K} \right| + \Delta x \left| \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \right| + \Delta g \left| \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial g} \right| \right) \tag{1.62}$$

et enfin Q_4 :

$$Q_4 = \Delta g \left(\Delta K \left| \frac{\partial^2 M}{\partial g \partial K} \right| + \Delta x \left| \frac{\partial^2 M}{\partial g \partial x} \right| + \Delta g \left| \frac{\partial^2 M}{\partial g^2} \right| \right) \tag{1.63}$$

En exécutant les dérivées partielles, on obtient :

$$Q_1 = \Delta K \left| \frac{x}{g} \right| + \Delta x \left| \frac{K}{g} \right| + \Delta g \left| \frac{-Kx}{g^2} \right| \tag{1.64}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= \Delta K \left(\Delta K |0| + \Delta x \left| \frac{1}{g} \right| + \Delta g \left| \frac{-x}{g^2} \right| \right) \\ &= \Delta K \left(\Delta x \left| \frac{1}{g} \right| + \Delta g \left| \frac{-x}{g^2} \right| \right) \end{aligned} \tag{1.65}$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= \Delta x \left(\Delta K \left| \frac{1}{g} \right| + \Delta x |0| + \Delta g \left| \frac{-K}{g^2} \right| \right) \\ &= \Delta x \left(\Delta K \left| \frac{1}{g} \right| + \Delta g \left| \frac{-K}{g^2} \right| \right) \end{aligned} \tag{1.66}$$

et

$$Q_4 = \Delta g \left(\Delta K \left| \frac{-x}{g^2} \right| + \Delta x \left| \frac{-K}{g^2} \right| + \Delta g \left| \frac{2Kx}{g^3} \right| \right) \tag{1.67}$$

En combinant toutes ces équations et en assumant que toutes les variables en jeu sont positives :

$$\begin{aligned} \Delta M = &\frac{\Delta K x}{g} + \frac{K \Delta x}{g} + \frac{\Delta K \Delta x}{g} + \frac{K x \Delta g}{g^2} + \frac{\Delta K x \Delta g}{g^2} \\ &+ \frac{K \Delta x \Delta g}{g^2} + \frac{K x \Delta g^2}{g^3} \end{aligned} \tag{1.68}$$

Avec l'équation (1.68), on obtient la valeur numérique de l'erreur de mesure qui est de ± 0.363 kg, ce qui donne ± 3.6 % d'erreur relative.

1.6.6 Erreur sur un capteur actif (ou un capteur transmetteur)

Soit un capteur actif (ou un capteur transmetteur). Ce capteur mesure une grandeur physique nommée x et envoie en sortie un signal nommé y. La transformation entre x et y est représentée par la fonction de transfert suivante :

$$y = mx + b \tag{1.69}$$

Le paramètre m représente la sensibilité du capteur et le paramètre b représente le signal de sortie correspondant à une grandeur physique nulle ($x = 0$). L'erreur de ce capteur peut être calculée par la série de Taylor suivante :

$$\Delta y = \Delta m|x| + \Delta x|m| + \Delta m \Delta x \tag{1.70}$$

Δm représente l'erreur de sensibilité calculé à partir de la classe de précision du capteur :

$$\Delta m = \frac{CP(\%)}{100\,\%} \times m \tag{1.71}$$

Δx représente l'erreur sur la grandeur physique à mesurer qui est nulle. Puisque $\Delta x = 0$, alors l'erreur absolue du capteur se réduit simplement à :

$$\Delta y = \Delta m|x| \tag{1.72}$$

et elle est évaluée avec la valeur de x qui donne le Δy maximal.

1.6.7 Erreur sur un capteur passif

Dans le cas d'un capteur passif, une source d'alimentation extérieure V_{cc} est requise. Le capteur mesure une grandeur physique nommée x et envoie en sortie un signal nommé y. La transformation entre x et y est représentée par la fonction de transfert suivante :

$$y = \frac{S_R V_{cc}}{EM_x} x + b \tag{1.73}$$

La sensibilité réduite du capteur est représentée par S_R, l'étendue de mesure du capteur par EM_x et la tension d'alimentation du capteur par V_{cc}. Le paramètre b représente le signal de sortie correspondant à une grandeur physique nulle ($x = 0$). L'erreur de ce capteur peut être calculée par la série de Taylor suivante (considérant l'erreur sur la grandeur physique à mesurer $\Delta x = 0$) :

$$\Delta y = \Delta S_R \left| \frac{V_{cc}}{EM_x} x \right| + \Delta V_{cc} \left| \frac{S_R}{EM_x} x \right| + \Delta S_R \Delta V_{cc} \left| \frac{1}{EM_x} x \right| \tag{1.74}$$

ΔS_R représente l'erreur de sensibilité réduite calculé à partir de la classe de précision du capteur :

$$\Delta S_R = \frac{CP(\%)}{100\,\%} \times S_R \tag{1.75}$$

ΔV_{cc} représente l'erreur sur la tension d'alimentation (généralement l'amplitude de l'ondulation). L'erreur en (1.74) est évaluée avec la valeur de x qui donne la valeur maximale pour Δy.

1.6.8 Erreur sur un module de conditionnement électronique

Cette erreur est calculée exactement comme dans le cas d'un capteur actif, mais puisque le signal d'entrée x est le signal provenant d'un élément de la chaine de mesure, l'erreur Δx est non-nulle. La fonction de transfert suivante du module de conditionnement électronique est :

$$y = mx + b \tag{1.76}$$

Le paramètre m représente la sensibilité du module de conditionnement électronique et le paramètre b représente le signal de sortie correspondant à une grandeur physique nulle ($x = 0$). L'erreur de ce module de conditionnement électronique est :

$$\Delta y = \Delta m|x| + \Delta x|m| + \Delta m \Delta x \tag{1.77}$$

Δm représente l'erreur de sensibilité calculé à partir de la classe de précision du module électronique de conditionnement :

$$\Delta m = \frac{CP(\%)}{100\,\%} \times m \tag{1.78}$$

L'erreur absolue représentée par (1.77) est évaluée avec la valeur de x qui donne le Δy maximal.