

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2017/2018
Liste 2 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 1: Partie2: Raisonement

Exercice 1 1- Montrer par contraposition que si le reste de la division de

$x^2 + y^2 + z^2$ par 2^n est -1 alors x , y et z sont, soit tous les trois impairs, soit deux sont pairs.

2- Reprendre la démonstration précédente en utilisant un raisonnement par l'absurde.

Exercice 2 Soit n un entier naturel. On se donne $n + 1$ réels, x_0, x_1, \dots, x_n de $[0, 1]$ vérifiant: $0 \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq 1$. On veut démontrer par l'absurde l'assertion P suivante:

P : Il y a deux de ces réels qui sont distants de moins de $1/n$.

1- Ecrire à l'aide de quantificateurs et des valeurs $x_i - x_{i-1}$ une formule logique équivalente à P .

2- Ecrire la négation de cette formule logique.

3- Rédiger une démonstration par l'absurde de P .

Exercice 3 Démontrer par récurrence que: $\forall n \in \mathbb{N} - \{0, 1, 2, 3\}, n^2 \leq 2^n$.