

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2017/2018 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 2 - Fiche de T.D n°3

Exercice 1: Déterminer la solution générale pour chacune des équations différentielles suivantes:

$$x(x-1)y'(x) - (3x-1)y(x) = 0 \quad (\text{à variables séparables})$$

$$x^2 + y^2 - 2xyy' = 0 \quad (\text{homogène})$$

Exercice 2: Déterminer la solution générale pour chacune des équations différentielles suivantes:

$$xy'(x) - 2(x+1)y(x) = 2e^{2x}$$

$$x(x^2+1)y'(x) - 2y(x) = x^3(x-1)^2e^{-x}$$

Exercice 3: Résoudre les problèmes de Cauchy suivants et indiquer le plus grand intervalle d'existence :

$$(P_1) \begin{cases} y'(t) + (\tan t)y(t) = \sin t \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad (P_2) \begin{cases} x(1 + \ln^2 x)y'(x) + (2 \ln x)y(x) = 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Exercice 4: Déterminer toutes les fonctions appartenant à $C^1(\mathbb{R})$ et vérifiant

$$f'(x) + f(x) = \int_0^1 f(t) dt$$

(Indication : poser $C = \int_0^1 f(t) dt$ car c'est une constante...)

Exercice 5: Le nombre d'individus d'une population est désigné par $P(t)$ à l'instant t . L'accroissement relatif est modélisé par $P'(t)$. On suppose que cet accroissement est proportionnel à $P(t)$. Si on sait que cette population double en 50 ans, en combien de temps triple-t-elle? (l'unité de temps est l'année).

Exercice 6: Trouver toutes les fonctions $y(\cdot) \in C^1(\mathbb{R})$ solutions de l'équation

$$y'(x) = |y(x) - xy^2(x)|$$

Indication : on peut commencer par utiliser les changements de fonctions comme dans une équation de Bernoulli.