



## Rattrapage du Contrôle Continu

### Mécanique

#### Exercice 1 : (6pts)

La surface d'une étoile **sphérique** est animée d'un mouvement de vibration qui renseigne sur sa composition. La fréquence de vibration d'une étoile dépend de plusieurs paramètres. La cohésion d'une étoile étant assurée par les forces de gravitation, on s'attend à devoir faire intervenir:  $R$ , le rayon de l'étoile;  $\rho$  la masse volumique de l'étoile;  $G$  la constante de gravitation universelle.

Pour trouver la dimension du  $G$ , on donne  $F = G \frac{mm'}{r^2}$ . Tel que  $F$  est une force,  $m$  et  $m'$  sont des masses et  $r$  à la dimension d'une longueur

1. Déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  dans l'expression de la fréquence de vibration  $f$  en fonction de  $R$ ,  $\rho$  et  $G$  :

$$f = k R^a \rho^b G^c$$

2. Déterminez l'incertitude relative sur  $f$  en fonction de  $\Delta G$ ,  $\Delta R$  et  $\Delta m$ .

#### Exercice 2 : (8pts)

Soit un repère sphérique d'origine  $O$ , de vecteurs unitaires  $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$ .  $M$  est un point quelconque de coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$

1. A l'aide d'un schéma détaillé, donner l'expression du vecteur position  $\vec{OM}$  en fonction des vecteurs unitaires  $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$ .
2. Donner les relations de passage entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées sphériques.
3. Exprimer le vecteur de déplacement élémentaire en coordonnées sphérique.
4. Ecrire l'expression du volume élémentaire dans ce repère. Dédire le volume d'une sphère.

#### Exercice 3: (6pts)

**A.** Soient  $\vec{A}(1, 2, 1)$ ,  $\vec{B}(1, 0, c)$  deux vecteurs où  $c \in \mathbb{R}$ .

1. Calculer le produit scalaire  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  et le module des deux vecteurs en fonction de  $c$ .
2. Déterminer les valeurs de  $c$  pour les quelles l'angle  $(\vec{A}, \vec{B})$  est égal à  $\pi/3$ .

**B.** Soit les points  $A(3, 5, 4)$ ,  $B(3, 1, 3)$ ,  $C(8, 5, 5)$  et  $D(1, 2, 3)$  dans l'espace.

Calculer le produit mixte  $(\vec{DA}, \vec{DB}, \vec{DC})$ , en déduire le volume du parallélépipède formé par les trois vecteurs.