

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

I Questions de cours (8pts)

- 1) Pour un élément structurant boule, à quoi est équivalent une érosion de rayon 3 suivie d'une érosion de rayon 2 ? Citer la propriété justifiant la réponse.
- 2) Pour un élément structurant boule, à quoi est équivalent une fermeture de rayon 3 suivie d'une fermeture de rayon 2 ? Citer la propriété justifiant la réponse.
- 3) Pour un élément structurant compact convexe, un ensemble de pixels également convexe est-il invariant par ouverture ? par fermeture ? Si non, donner un contre-exemple.



4) Soit l'élément structurant suivant :

Tracer le résultat de l'ouverture et de la fermeture des images binaires suivantes :

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

5) A quoi servent les opérateurs (1) reconstruction géodésique, et (2) squelette ?

6) Appliquer un filtre médian sur la figure suivante issue d'une segmentation :

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0 0 4 1 1 0 3 1 1 1 0 0 3 0 0 0
0 0 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 3 3 0 4 4
0 0 2 2 2 2 2 2 0 0 0 3 3 0 4 4
0 0 2 2 2 2 2 2 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 2 2 1 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0
0 0 0 2 2 2 2 2 2 2 2 0 4 2 0 0
0 0 0 0 2 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

7) Quel(s) autre(s) filtre(s) pourrait-on appliquer qui ai(en)t un sens ? Justifiez.

8) On situeriez-vous les points d'intérêt ? Justifiez (brièvement).

II Problème (12 pts)

Soit l'image suivante :

46	71	36	73	76	0	57	45	47	87	77	62	49	81	73	94	65	102	47	34	45	81	55	81	48	40	70	72	72	75	94
50	52	60	35	85	50	51	69	36	71	47	62	35	43	37	39	29	54	80	42	36	57	70	81	40	42	40	32	79	88	7
23	16	59	61	59	58	43	65	50	56	55	51	52	95	60	34	63	37	74	70	47	63	91	51	93	79	77	71	59	90	47
74	70	22	10	52	35	33	19	27	96	26	99	67	39	74	50	77	61	47	72	43	68	36	82	58	71	90	29	52	59	34
71	17	21	47	17	23	13	71	82	14	30	73	57	40	57	42	73	64	68	21	20	21	49	74	27	20	71	57	62	57	80
51	50	38	64	40	69	26	79	36	37	43	17	27	22	53	66	20	12	10	87	66	87	12	20	87	68	17	18	21	82	57
40	54	85	72	68	53	57	74	23	76	69	67	74	65	26	13	68	61	79	32	83	64	57	23	35	55	58	58	76	19	73
43	32	53	57	62	75	98	54	66	78	76	120	68	84	77	94	81	84	83	67	52	53	56	23	73	55	57	98	47	52	61
56	92	68	65	26	48	71	45	88	63	48	47	40	70	61	81	43	84	49	75	61	77	66	62	85	66	70	65	51	46	46

1) Compléter le tableau suivant donnant l'histogramme et l'histogramme cumulé et tracer ces histogrammes

niveau de gris x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
histogramme cumulé	1	4	21			106	152	198	241		277	278	279
histogramme	1	3	17	21	29			46	43	25		1	1

2) On rappelle l'algorithme d'Otsu qui permet de définir automatiquement un seuil

- Calcul de l'histogramme de l'image
- Initialisations: $\mu_1 = \min(I)$, $|C_1| = 0$, $\mu_2 = \langle I \rangle$, $|C_2| = N$, $s = 0$, $D_{max} = 0$
- Pour chaque bin j de l'histogramme centré autour de x_j et ayant n_j pixels
 - $\mu_1 \leftarrow (|C_1|\mu_1 + n_j x_j) / (|C_1| + n_j)$; $|C_1| \leftarrow |C_1| + n_j$;
 - $\mu_2 \leftarrow (|C_2|\mu_2 - n_j x_j) / (|C_2| - n_j)$; $|C_2| \leftarrow |C_2| - n_j$
- si $|C_1||C_2|(\mu_1 - \mu_2)^2 > D_{max}$, alors $D_{max} = |C_1||C_2|(\mu_1 - \mu_2)^2$ et $s = x_j$

Appliquer cet algorithme pour compléter le tableau ci-dessous et justifier que le seuil d'Otsu soit 45.

niveau de gris x		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
histogramme		4	17									1	1
μ_1	0,0	5,0	13,1	19,0			38,9			53,6	55,3	55,4	55,6
$ C_1 $	0	4	21									278	279
μ_2	56,1	56,8	59,6	62,6			76,6			106,7	171,0	237,0	122,0
$ C_2 $	279	275	258									1	0
$\text{sqrt}(D_{max})$	0,0	1718,9	3421,7	4349,8	4974,8	5263,5	5230,1	4834,3	4025,8	3121,5	2724,4	3027,3	0,0

Seuiller l'image. Qu'en pensez-vous ?

46	71	36	73	76	0	57	45	47	87	77	62	49	81	73	94	65	102	47	34	45	81	55	81	48	40	70	72	72	75	94
50	52	60	35	85	50	51	69	36	71	47	62	35	43	37	39	29	54	80	42	36	57	70	81	40	42	40	32	79	88	7
23	16	59	61	59	58	43	65	50	56	55	51	52	95	60	34	63	37	74	70	47	63	91	51	93	79	77	71	59	90	47
74	70	22	10	52	35	33	19	27	96	26	99	67	39	74	50	77	61	47	72	43	68	36	82	58	71	90	29	52	59	34
71	17	21	47	17	23	13	71	82	14	30	73	57	40	57	42	73	64	68	21	20	21	49	74	27	20	71	57	62	57	80
51	50	38	64	40	69	26	79	36	37	43	17	27	22	53	66	20	12	10	87	66	87	12	20	87	68	17	18	21	82	57
40	54	85	72	68	53	57	74	23	76	69	67	74	65	26	13	68	61	79	32	83	64	57	23	35	55	58	58	76	19	73
43	32	53	57	62	75	98	54	66	78	76	121	68	84	77	94	81	84	83	67	52	53	56	23	73	55	57	98	47	52	61
56	92	68	65	26	48	71	45	88	63	48	47	40	70	61	81	43	84	49	75	61	77	66	62	85	66	70	65	51	46	46

3) Pour améliorer le résultat précédent, on utilise un a priori qui est que la classe 'sombre' a un ordre de grandeur en nombre de pixels égal à la plus grande dimension de l'image.
Justifier que cette hypothèse définisse un nouveau seuil plus bas environ égal à 25.

4) Rappeler le principe (en termes d'information a priori et d'hypothèses) du seuillage à hystérésis et en donner le résultat en utilisant les deux seuils précédents et la 4-connexité.

46	71	36	73	76	0	57	45	47	87	77	62	49	81	73	94	65	102	47	34	45	81	55	81	48	40	70	72	72	75	94
50	52	60	35	85	50	51	69	36	71	47	62	35	43	37	39	29	54	80	42	36	57	70	81	40	42	40	32	79	88	7
23	16	59	61	59	58	43	65	50	56	55	51	52	95	60	34	63	37	74	70	47	63	91	51	93	79	77	71	59	90	47
74	70	22	10	52	35	33	19	27	96	26	99	67	39	74	50	77	61	47	72	43	68	36	82	58	71	90	29	52	59	34
71	17	21	47	17	23	13	71	82	14	30	73	57	40	57	42	73	64	68	21	20	21	49	74	27	20	71	57	62	57	80
51	50	38	64	40	69	26	79	36	37	43	17	27	22	53	66	20	12	10	87	66	87	12	20	87	68	17	18	21	82	57
40	54	85	72	68	53	57	74	23	76	69	67	74	65	26	13	68	61	79	32	83	64	57	23	35	55	58	58	76	19	73
43	32	53	57	62	75	98	54	66	78	76	121	68	84	77	94	81	84	83	67	52	53	56	23	73	55	57	98	47	52	61
56	92	68	65	26	48	71	45	88	63	48	47	40	70	61	81	43	84	49	75	61	77	66	62	85	66	70	65	51	46	46

5) On souhaite obtenir en sortie un objet d'épaisseur égale à 1 traçant un chemin 8-connexe du point le plus à gauche vers le point le plus à droite. Pour trouver ce chemin, on définit une 3-connexité qui à partir d'une direction d'arrivée en un pixel définit comme voisins (et donc suivant potentiels) les 3 pixels présentant un angle de 0, $+\pi/4$ et $-\pi/4$ par rapport à la direction d'arrivée.

Sur la figure suivante (qui n'est pas nécessairement le résultat de la question précédente !), éliminer les pixels qui ne sont pas atteignables selon le tracé d'un chemin partant du pixel de coordonnées (ligne,colonne)=(2,0) et en restant dans la composante 8-connexe de ce pixel.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

6) En déduire la distance de chacun des pixels restants (toujours selon la 3-connexité définie) au pixel initial et le chemin le plus long.

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

Soit une image de disparités, comme celles sur la Figure 1a ou la Figure 1b. On rappelle que la disparité est inversement proportionnelle à la profondeur (en $1/z$).

Pour analyser automatiquement cette image, on calcule une image où chaque ligne est l'histogramme des disparités de la ligne correspondante sur l'image d'origine. Une telle image est appelée image « u-disparité ». Par exemple, en l'absence de bruit (cas de la Figure 1a), on obtient l'image de la Figure 2a.

- 1) Dans ce cas idéal (Figure 2a), que contient l'image u-disparité ? A quoi correspondent les segments de droite verticaux ? A quoi correspond le segment de droite "en biais" ?
- 2) Dans le cas bruité (Figure 2b), les segments de droite n'apparaissent pas aussi clairement. Ils sont alors sélectionnés à partir des maxima locaux 4-connexité, soit horizontale et verticale, soit diagonales (1^{er} et 2nd bissectrices). Complétez l'image binaire représentée sur la Figure 3 qui correspond à ces maxima locaux.
Précisez pourquoi on n'envisage pas de considérer des maxima régionaux ?
- 3) Quelle transformée va alors permettre de détecter les segments de droites ? Précisez dans quelle mesure elle n'est-elle pas (trop) sensible aux non-détections ?
Pratiquement, on va chercher des droites sous la forme $x=ay+b$ (avec x indice de colonne, et y indice de ligne). Pourquoi a-t-on choisi cette forme (aidez-vous, si besoin, du cas idéal représenté sur la Figure 2a) ?
- 4) Le Tableau 1 suivant donne, en fonction du paramètre a représenté en colonne (1^{ère} colonne), les valeurs du paramètre b pour différentes équations.
Expliquez d'où proviennent ces équations.
- 5) L'image de la transformée est alors calculée sur le domaine $(a,b) \in [-0.5,1.5] \times [-5,15]$, à partir du Tableau 1. Elle est représentée sur l'image de la Figure 4 avec a variant en ligne et b en colonne.
Expliquez à quoi correspondent les valeurs obtenues : concrètement comment sont-elles obtenues à partir du Tableau 1 ? Prenez au moins un exemple pour illustrer vos propos.
- 6) Comment apparaissent les segments recherchés ?
En déduire un algorithme sous forme de pseudo-code, avec appel des fonctions classiques (supposées exister en bibliothèque) en précisant les paramètres en entrée et en sortie.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	5	5	5	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	5	5	5	3	3	3	3	3	3
4	4	13	13	13	13	13	4	4	4	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
5	5	13	13	13	13	13	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	13	13	13	13	13	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	13	13	13	13	13	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	13	13	13	13	13	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	13	13	13	13	13	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	13	13	13	13	13	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	13	13	13	13	13	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	13	13	13	13	13	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

Figure 1a : Image de disparités dans un cas idéal sans bruit

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	5	6	4	5	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	5	5	5	4	0	0	1	1	0	0	
2	1	1	0	0	1	1	0	1	1	5	5	6	5	0	2	1	1	1	1	
2	3	3	3	1	1	2	1	3	1	5	6	5	5	2	3	1	2	3	2	
2	3	3	3	2	3	2	4	4	3	5	5	5	5	3	3	3	3	3	3	
4	4	12	14	13	14	12	4	3	3	5	5	5	5	4	4	4	5	5	5	
5	5	13	13	13	13	14	5	6	5	5	4	4	5	6	6	6	5	6	5	
6	5	13	13	14	12	12	6	6	6	6	7	7	6	6	7	6	6	7	6	
6	7	13	13	14	12	13	8	7	7	7	7	7	7	8	7	8	7	8	7	
7	9	13	14	13	13	13	9	7	9	9	9	8	7	8	8	8	7	8	8	
8	10	13	13	13	13	13	9	8	9	8	8	8	8	9	9	9	9	10	9	
9	9	12	14	14	13	13	9	11	11	9	11	10	10	10	10	10	10	9	10	
10	11	14	13	14	12	12	11	11	11	11	11	12	10	11	11	10	10	12	10	
12	12	13	12	13	13	12	12	12	11	11	11	12	11	12	13	11	12	12	13	
13	14	13	14	13	12	14	13	12	13	13	13	12	12	13	13	12	13	13	14	
13	13	14	15	15	13	14	15	14	13	14	14	13	15	13	15	14	15	13	14	
15	14	16	15	14	15	16	15	15	16	15	14	15	16	14	14	16	15	16	15	

Figure 1b : Image de disparités dans un cas avec bruit

20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	16	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	16	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	16	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	11	4	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	

Figure 2a : Image u-disparité dans le cas idéal de la Fig.1a

15	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
15	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	3	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	7	0	0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	10	2	0	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	5	5	6	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	3	11	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	2	6	7	0	0	0	0	0	0	2	1	2	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	2	8	5	0	0	0	0	0	0	4	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	10	4	0	0	0	0	2	2	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	1	10	4	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	4	6	5	0	0	0	4	1	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	6	7	2	0	0	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	7	3	1	2	2	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	8	4	1	2	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	10	5	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	11	4	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	7	6	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	9	6	0	0	0	

Figure 2b : Image u-disparité dans le cas non idéal de la Fig.1b

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0					0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0					0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0					0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0				0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1				0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1			0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			1	1	0	0	0

Figure 3 : Image binaire des maxima locaux

0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	2	2	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	1	1	1	3	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	2	1	0	2	0	1	3	2	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1	2	1	1	0	2	3	3	0	1	1	2	1	0	3
0	0	0	0	0	3	2	0	2	0	6	1	1	2	1	2	2	3	9	4
0	0	0	0	3	2	1	1	2	6	2	2	3	1	3	8	6	1	0	0
0	0	0	3	3	1	3	4	6	4	3	2	6	3	2	1	0	0	0	0
0	1	1	7	9	3	5	3	3	2	2	3	1	1	0	0	0	0	0	0
5	13	6	1	3	3	2	3	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	3	1	4	1	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	3	2	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 4 : Transformée de ???

Tableau 1

<i>a</i>	<i>b(x,y)</i>																				
-1	1	2	3	8	9	10	11	6	7	9	10	13	14	16	18	20	21	22	24	25	26
-0,8	1	2	2	7	8	9	10	5	6	8	8	11	12	14	15	17	18	19	21	21	22
-0,5	1	1	2	7	7	8	8	4	4	6	7	9	10	11	13	14	15	16	17	18	19
-0,3	0	1	1	6	6	6	7	2	3	5	5	7	7	9	10	11	11	12	14	14	15
0	0	0	0	5	5	5	5	1	1	3	3	5	5	6	7	8	8	9	10	10	11
0,3	0	-1	-1	4	4	4	4	0	-1	2	1	3	3	4	4	5	5	6	7	6	7
0,5	-1	-1	-2	4	3	3	2	-2	-2	0	-1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4
0,8	-1	-2	-2	3	2	1	1	-3	-4	-2	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-2	-1	-1	-1	0
1	-1	-2	-3	2	1	0	-1	-4	-5	-3	-4	-3	-4	-4	-4	-4	-5	-4	-4	-5	-4
1,3	-1	-3	-4	1	0	-1	-3	-5	-7	-5	-6	-5	-6	-7	-7	-7	-8	-7	-8	-9	-8
1,5	-2	-3	-5	1	-1	-3	-4	-7	-8	-6	-8	-7	-9	-9	-10	-10	-12	-11	-11	-13	-12

a	$b(x,y)$																			
-1	27	28	29	30	31	32	33	34	35	20	21	22	22	22	23	24	25	26	28	29
-0,8	23	24	25	26	27	28	29	29	30	18	19	20	20	20	21	21	22	23	25	25
-0,5	19	20	21	22	22	23	24	25	26	16	17	18	18	17	18	19	19	20	21	22
-0,3	15	16	17	17	18	19	20	20	21	14	15	16	15	15	16	16	16	16	18	18
0	11	12	13	13	13	14	15	15	16	12	13	14	13	12	13	13	13	13	14	14
0,3	7	8	9	9	9	10	11	10	11	10	11	12	11	10	11	10	10	10	11	10
0,5	3	4	5	5	4	5	6	6	7	8	9	10	9	7	8	8	7	7	7	7
0,8	-1	0	1	0	-1	1	2	1	2	6	7	8	6	5	6	5	4	3	4	3
1	-5	-4	-3	-4	-5	-4	-3	-4	-3	4	5	6	4	2	3	2	1	0	0	-1
1,3	-9	-8	-7	-8	-10	-9	-8	-9	-8	2	3	4	2	-1	1	-1	-2	-3	-4	-5
1,5	-13	-12	-11	-13	-14	-13	-12	-14	-13	0	1	2	-1	-3	-2	-4	-5	-7	-7	-9

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

On considère un motif régulier (texture artificielle) dont un extrait est représenté sur l'image I :

Question 1 :

- a- Compléter l'histogramme $H(n)$ et l'histogramme cumulé $C(n)$ où n est le niveau de gris (l'image est codée sur 8 bits).

n	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260
$C(n)$	17	48	84		150		222			290	306	324	324
$H(n)$	17	31	36		31	32	40				16		0

- b- Tracer ces histogrammes.

Question 2 :

On veut seuiller cette image pour séparer les cellules du motif.

- a- Justifier que si l'on utilise un seul seuil ce soit 125.
b- Le résultat est alors celui de la Figure 2. Sachant que la texture est supposée très régulière, en fait il s'agit plus ou moins de cellules de 3×3 pixels, commentez ce résultat. En particulier, expliquez pourquoi on risque fort de sous-estimer le nombre de cellules.

Question 3 :

On décide alors d'utiliser deux seuils : un seuil bas à 115 et un seuil haut à 135. Les résultats sont alors les suivants : on code en 0 les pixels de valeur sur I inférieure au seuil bas, en 2 ceux de valeur sur I supérieure au seuil haut et en 1 ceux de valeur sur I entre les deux seuils.

- a- Quelle technique classique de seuillage utilise deux seuils ?
b- Rappelez comment elle fonctionne. Donnez un exemple classique d'utilisation.
c- Expliquez pourquoi cette technique ici n'est pas intéressante.

Question 4 :

On s'oriente vers une technique de reconstruction géodésique avec pour marqueur l'image issue du seuillage supérieur à 135, et comme ensemble géodésique celle issue du seuillage supérieur à 115.

- a- Sur la Figure 3 tracer le résultat de la reconstruction géodésique avec comme élément structurant l'élément 4-connexité.
b- Ce résultat vous semble-t-il satisfaisant ?
c- On teste alors l'enchaînement de deux reconstructions géodésiques successives avec l'élément structurant horizontal centré à 3 pixels et l'élément structurant vertical centré à 3 pixels (l'union des deux donnant l'élément 4-connexité). Tracez le résultat sur la Figure 4.
d- Commentez ce résultat.

Question 5 :

On pense alors à une troisième technique à base de la transformée en tout ou rien. Soit les éléments structurants suivants :

	1				0		0	0	0		0					1		
	1			1	1	0		1			0	1	1			1	0	1
0	0	0				0		1			0					1		

Où la valeur 1 représente un test relatif à l'objet et la valeur 0 un test relatif au fond.

- Appliquez successivement ces cinq transformées en tout ou rien à l'image des valeurs supérieures au seuil haut bordée de 1 (cf. Figure 5) en indiquant les résultats successifs avec des couleurs différentes.
- Que pensez-vous maintenant du résultat ? A quelle(s) technique(s) le traitement précédent fait-il penser ?
- Donner un cas où il aurait fallu itérer l'application successive des cinq transformées en tout ou rien plus d'une fois.

Question 6 :

Soit le résultat final de la détection des contours des cellules.

- Expliquez comment obtenir la valeur moyenne des pixels de chaque cellule via un étiquetage en composantes connexes
- Donnez un algorithme d'étiquetage en composantes connexes.

Question 7 :

Soit, sur la Figure 6, l'image *J* résultat du calcul de ces moyennes (on a supprimé les contours des cellules pour plus de lisibilité de l'image).

- Donnez l'histogramme de l'image *J* si l'on utilise un pas de 20. Combien de classes discernerez-vous ?
- Recommencez avec un pas de 10. Combien de classes discernerez-vous à présent ?
- Commentez cette sensibilité de l'histogramme.

19	16	133	189	105	66	109	221	56	76	104	143	51	11	56	197	61	49
97	47	53	182	114	95	82	208	130	99	106	151	17	16	70	116	34	31
50	63	25	135	99	85	130	187	123	123	86	170	64	73	38	205	85	52
167	234	227	136	169	234	125	147	206	116	174	165	221	170	156	221	144	202
58	12	53	167	31	28	50	194	107	94	91	190	37	58	117	159	48	50
17	89	58	126	67	65	78	166	106	104	93	171	70	105	20	208	83	85
21	131	39	162	110	27	128	121	89	84	113	150	134	19	47	120	98	135
175	195	186	134	120	199	200	134	133	154	189	178	204	176	195	172	224	165
58	72	32	164	101	98	53	210	78	124	135	131	20	132	99	162	101	32
122	65	19	146	121	49	48	230	123	40	19	230	71	28	39	119	44	60
132	23	26	163	36	22	77	172	118	72	15	128	49	97	127	130	56	96
170	131	150	195	204	183	170	148	202	139	227	207	194	119	142	213	191	188
112	84	110	158	52	61	72	196	79	84	37	233	60	54	16	210	25	10
107	89	66	226	46	131	24	220	78	63	40	144	79	69	12	221	32	80
68	118	129	227	69	39	33	180	48	87	66	151	30	110	25	183	53	25
158	170	133	227	180	126	204	122	222	156	167	203	209	223	160	155	145	196
113	68	96	161	76	47	51	180	88	64	16	140	51	66	44	230	61	89
130	92	113	116	131	26	69	200	94	86	30	120	130	59	42	136	107	113

Figure 1 : image acquise *I*.

0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0

Figure 2 : I seuillée à 125.

0	0	1	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	2	1	1	0	2	0	0	0	2	0	0
2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	1	2	0	0
0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	1	0	2	0	0	1	1	0	0	0	2	1	0	0	1	0	1
2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	1	1	1	0	1	0	2	0	0
1	0	0	2	1	0	0	2	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0
1	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	0	0	2	0	1	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	1	1	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
1	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0

Figure 3 : I seuillée à 115 et 135.

0	0	1	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	2	1	1	0	2	0	0	0	2	0	0
2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	1	2	0	0
0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	1	0	2	0	0	1	1	0	0	0	2	1	0	0	1	0	1
2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	1	1	1	0	1	0	2	0	0
1	0	0	2	1	0	0	2	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0
1	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	0	0	2	0	1	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	1	1	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0
1	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0

Figure 4 : I seuillée à 115 et 135.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Figure 5 : I seuillée à 135.

56	56	56	98	98	98	100	100	100	44	44	44	52	52
56	56	56	98	98	98	100	100	100	44	44	44	52	52
56	56	56	98	98	98	100	100	100	44	44	44	52	52
53	53	53	65	65	65	98	98	98	67	67	67	83	83
53	53	53	65	65	65	98	98	98	67	67	67	83	83
53	53	53	65	65	65	98	98	98	67	67	67	83	83
61	61	61	67	67	67	80	80	80	74	74	74	65	65
61	61	61	67	67	67	80	80	80	74	74	74	65	65
61	61	61	67	67	67	80	80	80	74	74	74	65	65
98	98	98	59	59	59	65	65	65	51	51	51	38	38
98	98	98	59	59	59	65	65	65	51	51	51	38	38
98	98	98	59	59	59	65	65	65	51	51	51	38	38
102	102	102	67	67	67	63	63	63	65	65	65	93	93
102	102	102	67	67	67	63	63	63	65	65	65	93	93

Figure 6 : image J des valeurs moyenne des cellules.

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

On considère un système de détection des lignes haute-tension embarqué sur un hélicoptère en basse altitude (il s'agit de détecter les lignes comme des obstacles à éviter). Soit l'image 11×11, I , suivante, prise de nuit sous éclairage des projecteurs de l'hélicoptère (les lignes, métalliques, sont supposées briller plus que les nuages).

4	1	1	1	2	2	5	2	7	7	7
3	2	2	3	2	4	7	7	3	4	4
3	3	3	7	7	7	3	4	4	6	7
4	7	7	7	3	3	3	6	6	6	3
7	3	3	3	6	6	6	2	3	6	6
7	6	6	6	2	2	5	5	6	3	4
6	2	2	2	5	5	2	2	4	4	2
3	5	5	5	2	2	4	5	1	1	1
5	5	2	2	4	4	1	1	1	1	1
3	5	4	4	2	2	1	1	0	0	0
5	3	5	2	2	2	1	4	1	0	1

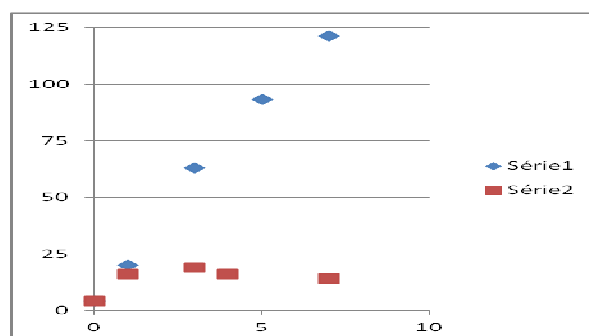
Figure 1 : image acquise I .

Question 1 :

Compléter l'histogramme $H(n)$ et l'histogramme cumulé $C(n)$ où n est le niveau de gris (l'image est codée sur 3 bits).

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$C(n)$	4	20		63		93		121
$H(n)$	4	16		19	16			14

Tracer ces histogrammes



Question 2 :

On veut détecter automatiquement deux distributions l'une Gaussienne et l'autre uniforme à partir des histogrammes. On extrait d'abord la distribution uniforme.

- c- Quelle est la forme géométrique de l'histogramme d'une distribution uniforme, et quelle est la forme géométrique de l'histogramme cumulé d'une distribution uniforme ?
- d- Expliquez pourquoi on considère généralement plus robuste de travailler à partir de l'histogramme cumulé.

- e- En déduire les limites vraisemblables de la partie uniforme de H ? Justifiez.
 f- Est-ce qu'elle représente les câbles ou le paysage ? Justifiez.

Question 3 :

Compléter le seuillage supérieur ou égal à la valeur de niveau de gris 4, de l'image I , donnant l'image résultat J =

1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1			1	1
0	0			1	1	0			1	1
1	1			0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1					1	1
1	1	1	1	0					0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1					1	1	0	0	0
1	1					0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0

Question 4 :

On s'intéresse à la détection des câbles électriques, supposés rectilignes, parallèles, équidistants et allant au moins par 3. De plus on suppose que la mise au point de la caméra est optimale : les câbles sont d'épaisseur 1 pixel dans l'image et distants de 1 pixel également.

On choisit une approche à base d'opérateurs de morphologie mathématique.

- a- Justifiez le choix de l'élément structurant élémentaire B , pour nettoyer du bruit dans J sans perturber la détection des droites.

$$B = \begin{bmatrix} 1^* & 1 \end{bmatrix} \quad \text{où } * \text{ marque le centre}$$

- b- Effectuer une ouverture par B (sur la figure suivante on a redessiné en 'fond' l'image de la question 3). Sur les bords de l'image on restreindra l'élément structurant à son intersection avec l'image. Vous pourrez tracer en précisant ce dont il s'agit un résultat intermédiaire sur l'image en coloriant les pixels avec une couleur C1 (gris foncé par exemple) tandis que le résultat final sera tracé en coloriant les pixels avec une couleur C2 (gris clair par exemple). On note J' le résultat.

$J' =$

1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1			1	1
0	0			1	1	0			1	1
1	1			0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1					1	1
1	1	1	1	0					0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1					1	1	0	0	0
1	1					0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0

Quel type de bruit cette opération a-t-elle supprimé ?

- c- Justifiez le choix de l'élément structurant V , notamment sa taille, pour détecter les câbles par érosion.

1

$$V = \begin{bmatrix} 1^* \\ \\ 1 \end{bmatrix}$$

- d- Effectuez l'érosion par V de J' . Pour traiter les bords, on considérera ici que J' est bordée de double rangées de 0. On note J'' le résultat.

$$J'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & & 1 & 1 \\ 0 & 0 & & & 1 & 1 & 0 & & & 1 & 1 \\ 1 & 1 & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & & & & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Question 5 :

- a- Donnez la transformée de J'' vue en cours qui permettra finalement de détecter les câbles automatiquement.
- b- Le tableau suivant calcule linéairement les valeurs $b_i = f_i(a)$ où $i \in [1, 15]$ et f_i est linéaire.

a	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}
-3	33	36	28	20	23	35	12	15	18	30	22	25	14	17	20
-2,75	31	33	26	19	22	33	12	14	17	28	21	24	14	16	19
-2,5	28	31	24	18	20	30	11	14	16	26	20	22	13	16	18
-2,25	26	28	22	16	19	28	11	13	15	24	18	21	13	15	17
-2	23	25	20	15	17	25	10	12	14	22	17	19	12	14	16
-1,75	21	22	18	14	16	23	10	11	13	20	16	18	12	13	15
-1,5	18	20	16	13	14	20	9	11	12	18	15	16	11	13	14
-1,25	16	17	14	11	13	18	9	10	11	16	13	15	11	12	13
-1	13	14	12	10	11	15	8	9	10	14	12	13	10	11	12
-0,75	11	11	10	9	10	13	8	8	9	12	11	12	10	10	11
-0,5	8	9	8	8	8	10	7	8	8	10	10	10	9	10	10
-0,25	6	6	6	6	7	8	7	7	7	8	8	9	9	9	9
0	3	3	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	8	8	8
0,25	1	0	2	4	4	3	6	5	5	4	6	6	8	7	7
0,5	-2	-3	0	3	2	0	5	5	4	2	5	4	7	7	6
0,75	-5	-5	-2	1	1	-3	5	4	3	0	3	3	7	6	5
1	-7	-8	-4	0	-1	-5	4	3	2	-2	2	1	6	5	4

Précisez chacune de ces relations f_i où $i \in [1, 15]$.

- c- Les lignes étant parallèles, justifiez que l'on recherche pour chaque valeur de a le (ou les) mode(s) principal(aux) parmi les valeurs de b .
- d- Complétez les deux dernières colonnes du tableau suivant qui détecte ce(s) mode(s).

a	mode 1	nb occ	mode 2	nb occ
-3	20	2	/	0
-2,75	33	2	19	2

-2,5	18		2	20	2
-2,25	28		2	13	2
-2	25		2	17	2
-1,75	18		2	16	2
-1,5	18		2	20	2
-1,25	11		3	13	3
-1	12			10	3
-0,75	11		4		
-0,5	8			10	6
-0,25				7	4
0	6			5	
0,25	4		3	6	3
0,5	5		3	0	2
0,75	3		3	-5	2
1	4		2	2	2

- e- En déduire le nombre de lignes à haute tension sur l'image, ainsi que leur inclinaison. Justifiez votre réponse.

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

On cherche une méthode de détection automatique des objets de forme triangulaire. Un cas idéal est celui représenté sur la figure 1

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 1 : Triangle 'idéal'.

Nous proposons les étapes suivantes.

- 1) Détection de contours.
- 2) Détection des directions des gradients sur les contours.
- 3) Accumulation dans l'espace image : un point 'vote' pour tous les points de la droite perpendiculaire à la direction du gradient en ce point.

Question 1 :

Les deux images de la figure 2 ont été obtenues par filtrage linéaire selon les directions horizontale et verticale de l'image de la figure 1. Précisez quels sont ces deux filtres (en donnant leur masque de convolution ainsi que leur nom) et complétez les valeurs manquantes.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	3	0	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	4	0	-4	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	4	0	-4	-3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	2	3	0	-3	-4	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	3	4	1	0	-1	-4	-3	0	0	0	0	0	0
0	0	1	4	3	0	0	0	-3	-4	-1	0	0	0	0	0
0	0	3	2	1	0	0	0	-1	2	-3	0	0	0	0	0
0	1	4	3	0	0	0	0	0	-3	-4	-1	0	0	0	0
0	2	2	1	0	0	0	0	0	-1	-3	-2	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	-2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	-2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	2	-2	2	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	-2	-2	-2	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	-2	-1	0	-1	-2	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-1	-2	-1	0	-1	-2	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	-2	-1	0	0	0	-1	-2	-1	0	0	0	0	0
0	0	-1	-2	-1	0	0	0	-1	2	-1	0	0	0	0	0
0	2	-2	-1	0	0	0	0	0	-1	-2	-1	0	0	0	0
0	0	1	3	4	4	4	4	4	4	3	1	0	0	0	0
0	1	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 2 : Résultats des filtrages directionnels du 'triangle 'idéal'. Les lignes et colonnes du bord ont été éliminées par rapport à l'image de la figure 1.

Question 2 :

Les deux images de la figure 3 sont les résultats d'un affinement de contours appliqué sur les images précédentes (de la figure 2). Elles ont été obtenues en ne gardant que les maxima locaux. Précisez la connexité utilisée et justifiez le critère de maxima local plutôt que régional (éventuellement au travers d'un exemple). Complétez les valeurs manquantes.

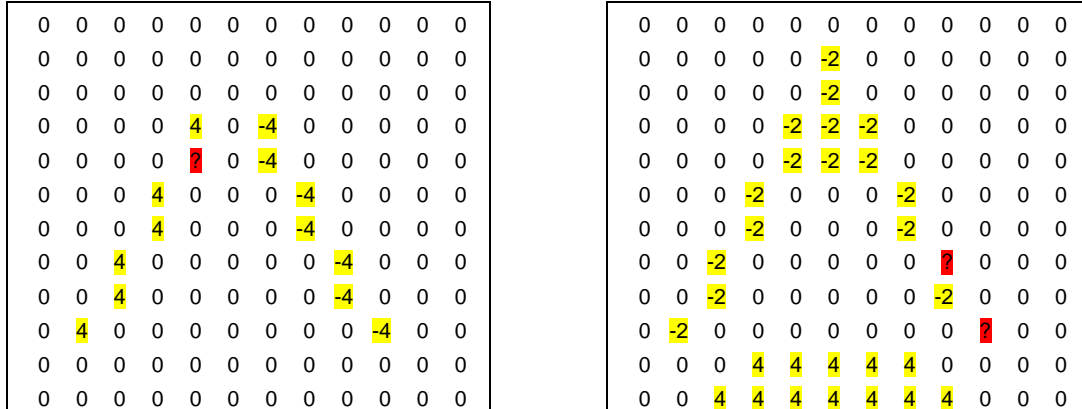


Figure 3 : Résultats de l'affinement de contours des images de la figure 2.

Quel sérieux inconvénient présente cette méthode d'affinement de contours ? Donnez d'autres méthodes d'affinement de contours.

Question 3 :

L'image de la figure 4 donne l'angle perpendiculaire à la direction du gradient. Explicitez son calcul et justifiez les valeurs numériques obtenues.

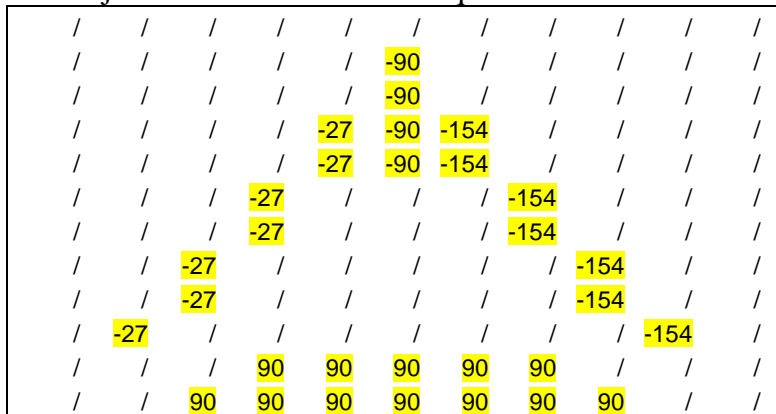


Figure 4 : Image des directions perpendiculaires au gradient pour l'image du 'triangle idéal'.

Question 4 :

A partir de l'image des directions de gradient (figure 4) on construit l'image des valeurs cumulatives de la façon suivante. Chaque point M ayant une direction de gradient bien définie d 'vote' (incrément de 1) pour tous les points de la droite passant par M et perpendiculaire à d dans l'espace image.

- Justifiez alors que les points d'un segment de droite isolé aient pour valeur la longueur de ce segment dans l'espace image.
- quel est la valeur du point intersection de deux segments de droite ?
- La figure 5 présente les résultats obtenus à partir de l'image des directions de gradients de la figure 4. Complétez les valeurs manquantes.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	15	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	?	1	1	1	1	1
1	1	1	1	8	1	8	1	1	1	1
0	0	0	0	7	0	7	0	0	0	0
0	0	0	7	0	0	0	7	0	0	0
0	0	0	7	0	0	0	7	0	0	0
0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0
0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0
5	?	5	5	5	5	5	5	5	12	5
7	14	7	7	7	7	?	7	7	?	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figure 5 : Résultat dans l'espace des valeurs cumulatives considéré pour l'image du 'triangle idéal'.

Question 5 :

Déduire de la question précédente le critère pour détecter les angles d'un triangle et par la suite un triangle équilatéral (panneau de signalisation par exemple).

Dans un cas moins idéal, justifiez que l'on fasse 'voter' chaque point non pas avec une valeur de 1 mais une valeur proportionnelle à la norme du gradient.

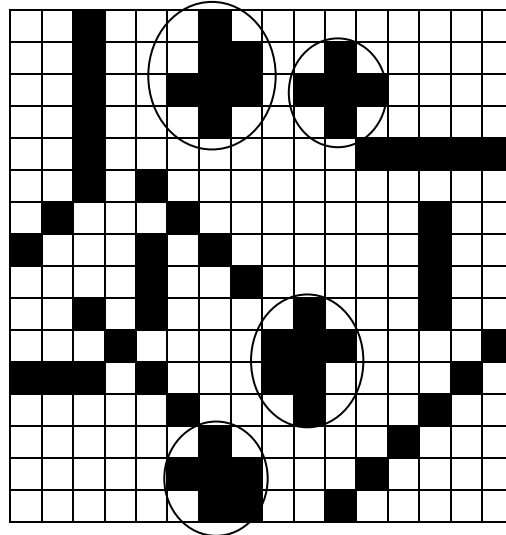
Question 6 :

Comparez cette approche avec une approche à base de transformée de Hough.

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

Soit l'image binaire suivante, sur laquelle on trouve des structures 'boule' : celles encadrées, et des structures 'filiformes' : les autres — les pixels à 1 sont en noir et ceux à 0 en blanc.



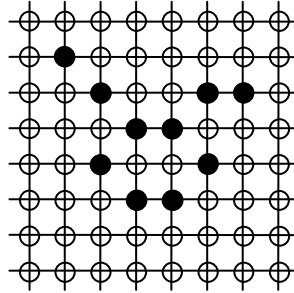
- 1) Sur l'image binaire précédente, on souhaite distinguer les structures 'boule' des structures 'filiformes'. Quel opérateur de morphologie mathématique (précisez l'élément structurant) permet d'éliminer les structures filiformes ? Donnez le résultat obtenu.
- 2) Quelle autre opération de morphologie mathématique permet de restaurer l'intégralité des structures 'boule' dans leur forme sur l'image initiale ? Précisez et justifiez l'élément structurant utilisé. Donnez le résultat obtenu.
- 3) Donnez un cas de positionnement d'une structure 'boule' et d'une structure 'filiforme' conduisant à une erreur lors de la restauration et proposez un palliatif si l'on a un a priori sur la taille des structures 'boule'.
- 4) Effectuer la différence avec l'image binaire initiale pour obtenir les structures 'filiformes'.
- 5) Dans le cas de l'image binaire étudiée, des ouvertures par des éléments structurants appropriés permettent de distinguer les structures 'filiforme' en fonction de leur orientation. Donnez ces éléments structurants en précisant quelle orientation de structure il distingue.
- 6) Donnez le résultat après ouverture en précisant à chaque fois le résultat de l'érosion.
- 7) Que remarquez-vous dans le cas des structures 'filiforme' orientées à 45° par rapport à l'horizontal ?

Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

Exercice I : Calcul de la distance à un objet

- Donner l'algorithme de calcul de distance discrète ;
- L'appliquer dans le cas suivant en utilisant le masque 4-connextité ;
- L'appliquer dans le cas suivant en utilisant le masque 8-connextité ;
- Comparer les résultats et commenter.

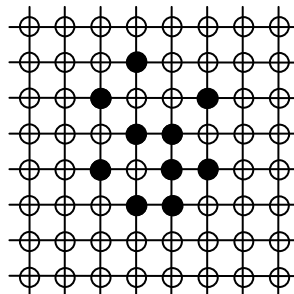


Exercice II : Morphologie mathématique

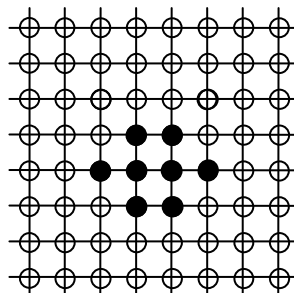
Soit l'élément structurant suivant :



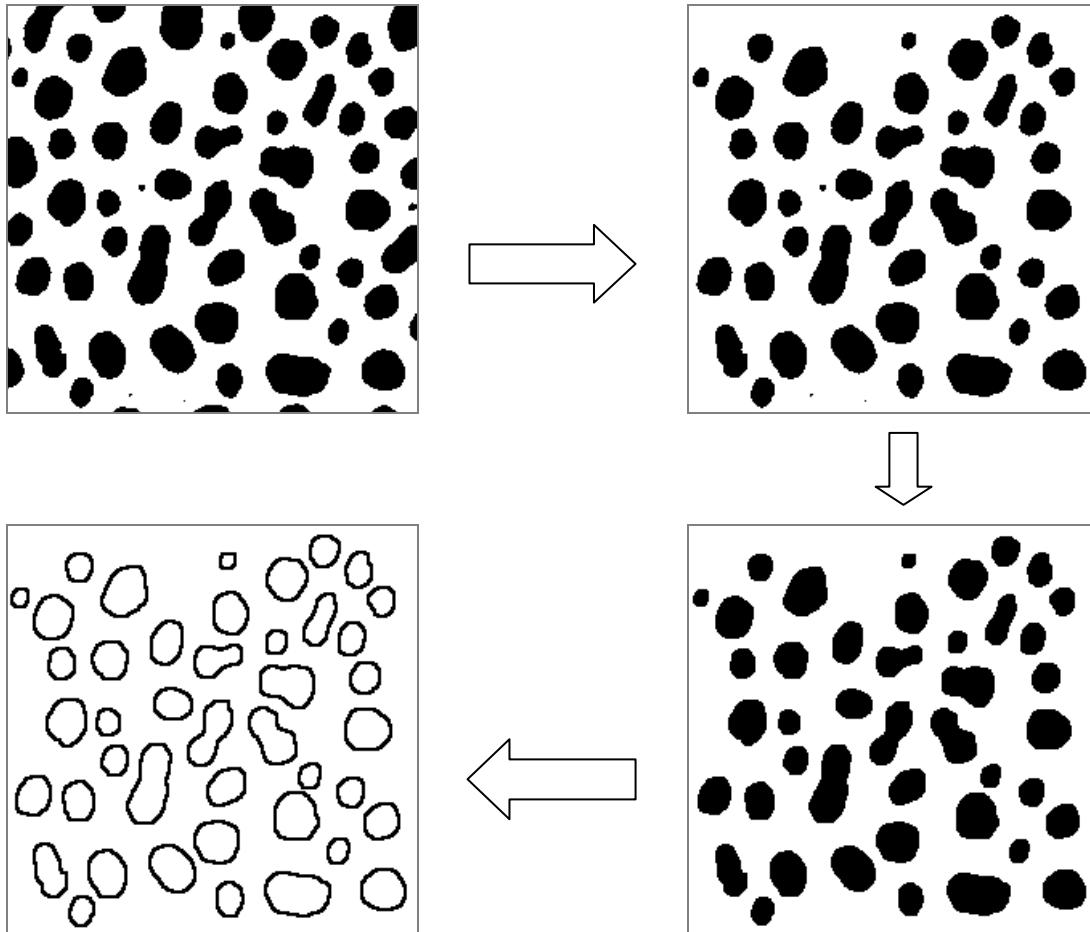
Et l'objet suivant :



- Donner l'érodé de l'objet par l'élément structurant ;
- Donner l'ouvert de l'objet par l'élément structurant ;
- Donner le dilaté de l'objet par l'élément structurant ;
- Donner le fermé de l'objet par l'élément structurant ;
- Pouvez-vous citer un ou plusieurs éléments structurants (et la façon de les utiliser) permettant d'arriver à l'objet suivant ?



f) Décrivez les opérateurs de morphologie mathématique permettant de ‘passer’ de l’image initiale à l’image finale selon les étapes suivantes :



Exercice III : Pré-traitements, Filtrage

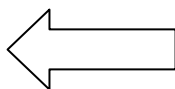
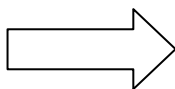
1) Soit l’image à valeurs à niveaux de gris suivante.

50	0	0	0	255	255	255	255
0	0	0	0	255	255	255	105
0	10	0	0	255	235	255	255
0	0	0	50	255	155	255	255
0	0	90	0	255	255	255	255
70	0	0	0	195	255	255	255
0	30	0	0	255	255	205	255
0	0	0	0	255	255	255	255

Appliquer le filtre $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ en colonnes puis en lignes.

Donner un filtre 2D équivalent. Est-il plus intéressant (et pourquoi) d’appliquer 2 filtres 1D ou 1 filtre 2D.

- Donner les cinq filtres lisseurs de base vus en cours en précisant à chaque fois les performances attendues en fonction du type de bruit.
- Quels sont les (pré)traitements ayant permis de ‘passer’ de l’image initiale à l’image finale selon les étapes suivantes ? Justifier à chaque fois votre réponse ET proposer des alternatives.

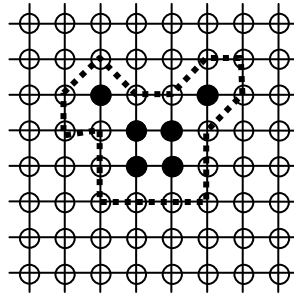


Examen de Traitement d'Images : Concepts de base

Enseignant : S. Le Hégarat

I Représentation discrète et morphologie mathématique

1) Donner le nombre de composantes connexes de l'objet suivant :

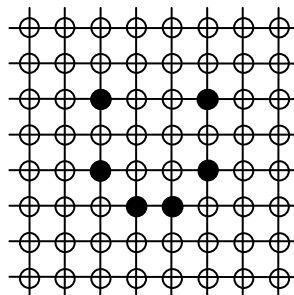


La courbe est-elle simple ? Précisez à chaque fois la connexité.

2) Calcul de la distance à un objet :

a) Donner l'algorithme

b) L'appliquer dans le cas suivant en précisant le masque utilisé



3) Soit l'élément structurant suivant :



a) Donner l'ouvert et le fermé de l'objet de la question 1)

b) Que se passe-t-il si l'on applique deux ouvertures successives ? Qu'en est-il dans le cas d'une fermeture, d'une érosion et d'une dilatation ?

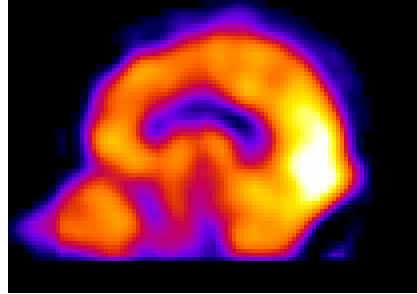
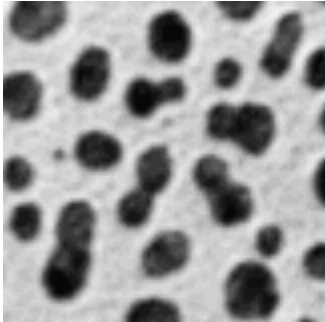
4) A quoi servent les 'opérateurs' suivants :

- top hat,
- filtre alterné séquentiel,
- reconstruction géodésique,
- squelette.

II Classification, segmentation, filtrage

1) A quoi sert une classification ?

Sur les images suivantes combien voyez-vous de classes ? Combien de régions ? Justifiez.



2) Énoncez le critère du Maximum A Posteriori.

Que signifie MPM et quelle est la différence avec le MAP ?

Qu'est-ce qu'un recuit simulé ? À quoi cela sert-il ?

3) Donner les cinq filtres lisseurs de base vus en cours en précisant à chaque fois les performances attendues en fonction du type de bruit.

III Divers

Quels traitements appliqués à partir de l'image bruitée ont conduit aux images suivantes ? Commentez vos réponses, notamment vis-à-vis de la qualité du traitement et des alternatives.

