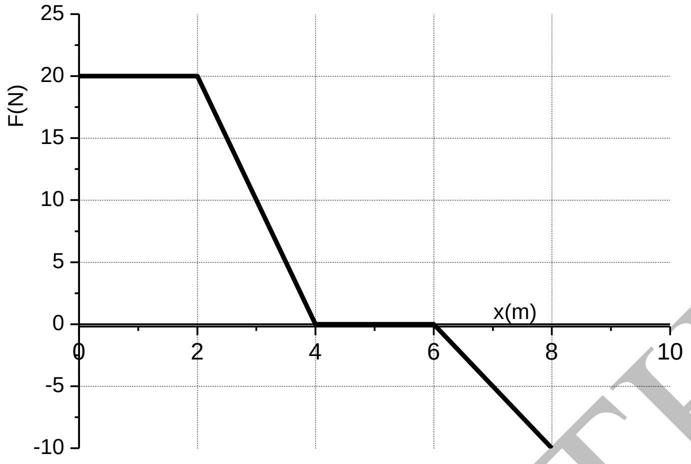
Exercice 1 :

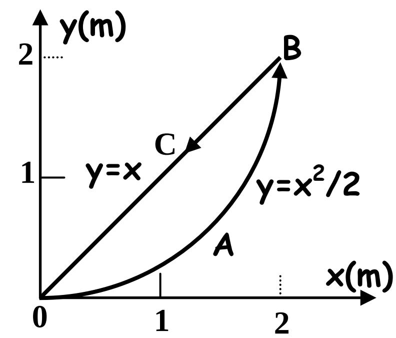
Une particule de masse m=10 kg se déplaçant sur une trajectoire rectiligne, sans frottement, est soumise à la force F(x) représentée sur la figure ci-dessous.



1°) Calculer le travail de la force, quand la particule se déplace depuis l'origine jusqu'à la position x = 8 m.
2°) Sachant que la vitesse de la particule à l'origine V_0 = 4 m/s. Calculer la vitesse de la particule au point d'abscisse x = 8 m.

Exercice2 :

Un corps de masse m, soumis à une force $\vec{F}_n$ décrit la trajectoire fermée OABCO formée d'un arc de parabole et d'un segment de droite, dans le sens indiquer par la flèche (voir figure)



1°)- Calculer le travail effectuée par $\vec{F}_n$ dans les deux cas suivants :

a)- $\vec{F}_1 = -y\vec{i} + x\vec{j}$ b)- $\vec{F}_2 = x\vec{i} + y\vec{j}$

2°)- Que peut-on en conclure dans chaque cas.

Exercice 3 :

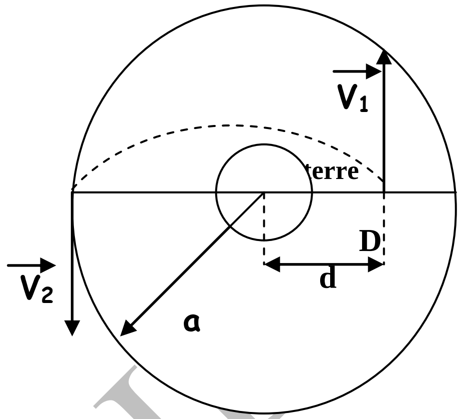
On considère un point matériel de masse m situé à une distance r du centre O de la terre. Soient R le rayon de la terre et g_0 l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre.
1°)- Montrer que l'énergie potentielle E_P du point matériel peut s'écrire sous la forme : $E_p = -mg_0 R^2/r$

-Préciser l'origine des énergies potentielles.
2°)- On désire mettre sur orbite un satellite que l'on assimilera à un point matériel.

a)- Déterminer le rayon « a » de l'orbite du satellite en fonction de ω_0, g_0 et R (ω_0 étant la vitesse angulaire du satellite).

b)- Déterminer l'énergie cinétique du satellite en fonction de m, g_0 et « a ».
En déduire l'énergie mécanique totale en fonction des mêmes paramètres.

3°)- Au cours de sa mise en orbite, le satellite possède au point D une vitesse $\overrightarrow{V_1}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{OD}$. Il atteint son orbite finale au point A avec une vitesse $\overrightarrow{V_2}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{OA}$ (figure). En supposant que la force résultante qui s'exerce sur le satellite est centrale (a voisin de d) trouver une relation entre V_1, V_2 ,a et d.



Exercice 4 :

Soit un satellite de masse m tournant autour de la terre de masse M à distance r du centre de la terre. En supposant que sa trajectoire est circulaire :

1- Donner l'expression de l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.
2- Donner l'énergie mécanique totale en fonction de G, M, m et r
3- Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler $\omega^2 r^3 = GM$, où ω est la vitesse angulaire.
4- Si un satellite parait immobile dans le ciel, calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.

On donne :
M = 5.98 10^{24} kg, R_T = 6400 km, m = 68 kg et G = 6.67 10^{-11} N m^2 kg^{-2}

Exercice 5:

-Un corps de masse 20kg est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse initiale de 30m/s. Calculer :

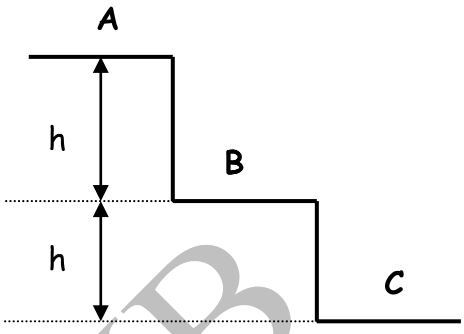
a)- Les valeurs initiales de E_C ,E_P ,et E_T .
b)- Les valeurs de E_C et E_P au bout de 3s, au bout de 5s, et 8s.
c)- Les valeurs de E_C et E_P à 100m d'altitude ; à 150m.
d)- L'altitude du corps quand E_C est réduite à 80 % de sa valeur initiale.

Utiliser des graphiques en négligeant la résistance de l'air. Résoudre le même problème dans le cas où le corps est lancé dans une direction faisant un angle de 70° avec l'horizontale.
Quelles sont les valeurs de E_C et de E_P au sommet de la trajectoire ?

F. MEKIDECHE – CHAFA, A. CHAFA, A. DERBOUZ, A. DIB, M. HACHEMANE, F. KAOUAH

Exercice 6 :

Une particule de masse m tombe du point A au point B puis C des marches d'un escalier. La dénivellation de chaque marche est égale à h=20cm. On donne m=100g.



1°)- Calculer son énergie potentielle en A,B et C dans les différents cas :

a)- Origine des énergies potentielles au niveau A.
b)- Origine des énergies potentielles au niveau B.
c)- Origine des énergies potentielles au niveau C.

2°)- Quelle est la grandeur qui reste constante ?

Exercice 7:

Nous considérons une piste contenue dans un plan verticale .Elle est constituée d'une partie AD en quart de cercle et d'une partie horizontale linéaire DEF.

Au point E se trouve un ressort linéaire de constante de raideur k, dont une extrémité est fixée au mur (figure ci-dessous).

1°)- Les frottements étant négligeables, on lâche sans vitesse initiale, du point A, un cube de masse m et de dimensions négligeables.

Au point B situé au milieu de la partie circulaire, on demande de :

a)- Calculer la vitesse V_b du cube et la force de contact $\vec{C}$ qu'exerce le sol sur le cube.

b)- Représenter à l'échelle : 1N $\longrightarrow$ 2cm, les forces exercées sur le cube.

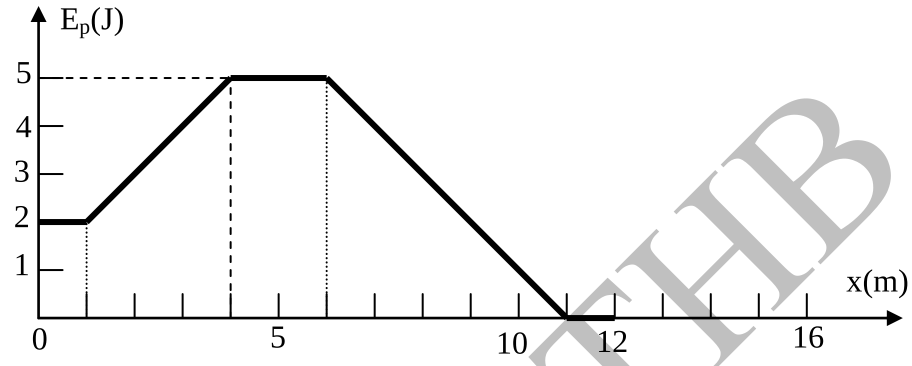
c)- Calculer son accélération.

2°)- Calculer la compression maximale du ressort lorsque le cube vient le percuter.

R=1m
m=0.2kg
$k=10^4$ N/m

Exercice 8 :

Une particule de masse m=40g décrit un mouvement rectiligne suivant un axe ox. Elle est soumise à une force conservative $\vec{F} = F_x \vec{i}$. L'énergie potentielle $E_p(x)$ varie en fonction de la position x comme le montre le graphe ci-dessous.



1°)- Cette particule passe par l'origine O avec une quantité de mouvement P_0=0.8kg.m/s en se dirigeant vers les abscisses positives.

a)- Calculer son énergie mécanique totale.

b)- Quel est le travail de la force $\vec{F}$ lorsque la masse se déplace de l'origine O au point d'abscisse x=12m.

c)- Tracer la courbe $F_x(x)$ pour x compris entre 0 et 12m. En utilisant le graphe de $F_x(x)$, retrouver le résultat de la question b) .

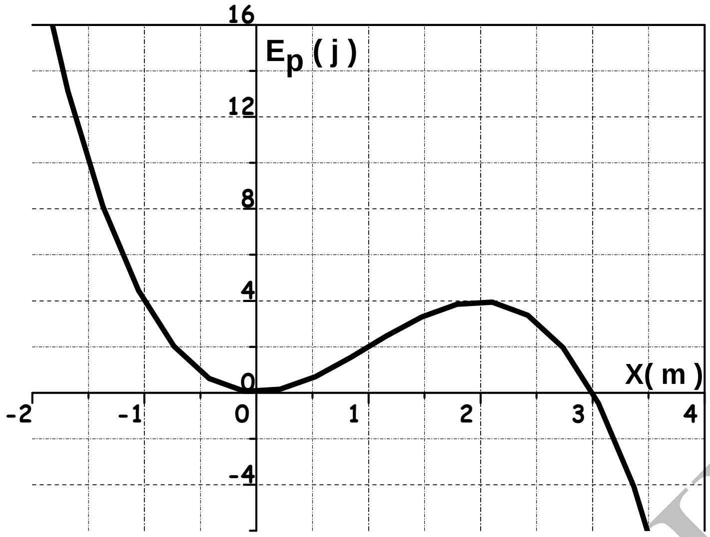
d)- Quelle est la vitesse de la masse m quand elle passe par le point d'abscisse x=3m. En quel autre point a-t-elle la même vitesse ?

2°)- Quelle est la quantité de mouvement P_{min} qu'elle doit avoir à l'origine pour qu'elle puisse atteindre le point d'abscisse x=12m.

Exercice 9 :

Une particule de masse m se déplace suivant l'axe ox sous l'effet d'une force qui dérive d'un potentiel. La courbe de son énergie potentielle en fonction de x est donnée sur la figure 2.

1- Déterminer les positions d'équilibre en précisant leur nature. Justifier
2- En supposant que l'énergie mécanique totale est égale à 2 Joules, représenter le graphe de l'énergie cinétique en fonction de x.
3- Discuter le mouvement de la particule dans les différentes régions possibles de x.



Exercice 10:

La figure ci-dessous représente une piste (ABC) de longueur BC=2m, inclinée d'un angle α =25° par rapport à un tronçon horizontal CD=0.2m qui se termine par une piste demi-circulaire DE de rayon R=0.2m. On donne :sin(α)= 0.42 et cos(α) =0.90.

Une masse m=500g, assimilée à un point matériel, est placée en contact avec l'extrémité libre B d'un ressort de constante de raideur k=15N/m et de longueur à vide l_0. On supposera dans tout le problème que les frottements entre la masse m et la piste (ABCD) sont caractérisés par des coefficients μ_s=0.6 et μ_g=0.4. Par contre les frottements sont négligeables sur la partie demi-circulaire DE.

1°)- Déterminer la compression maximale x_0 du ressort pour rompre l'équilibre de la masse.

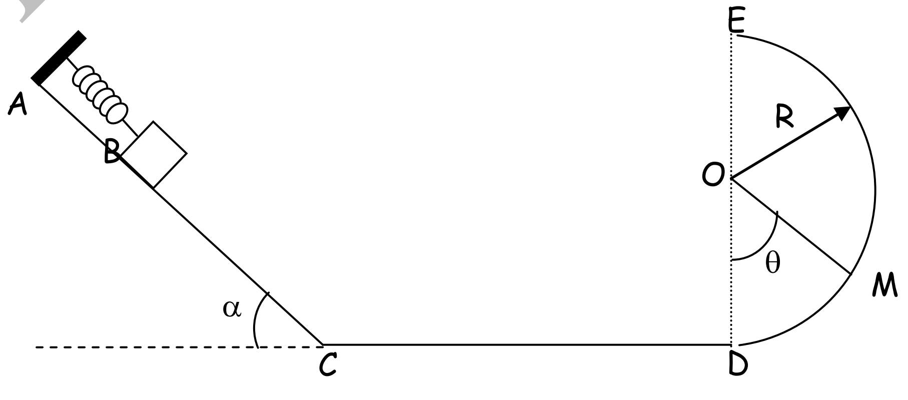
2°)- Le ressort étant comprimé de x_1=10cm :

a)- Déterminer la vitesse de la masse au point D.

b)- Trouver l'expression de la vitesse V_M de la masse au point de la figure caractérisée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OM})$.

c)- En déduire l'angle de remontée θ_{max} atteint par la masse m.

3°)- Quelle doit-être la valeur minimale de la vitesse au point D pour qu'elle arrive en E sans décoller.



Exercice 11 :

Une boule B de masse m, accrochée à un fil inextensible de longueur l, est écartée de sa position d'équilibre d'un angle α et est abandonnée sans vitesse initiale.

A son passage par la position verticale, la boule percute un corps A de même masse et s'**arrête**. Le corps A glisse sur une piste OCD de la figure 1.

La partie OC = d est un plan horizontal rugueux de coefficient de frottement dynamique μ_d. La portion CD = L, parfaitement lisse, est inclinée d'un angle β = 30° par rapport à l'horizontale.

On donne :

$m = 200$ g, $d = 1$ m, $l = 10$ cm, $L = 1$ m, $\mu_d = 0.1$, $g = 10\ m/s^2$ et $k = 140$ N/m.

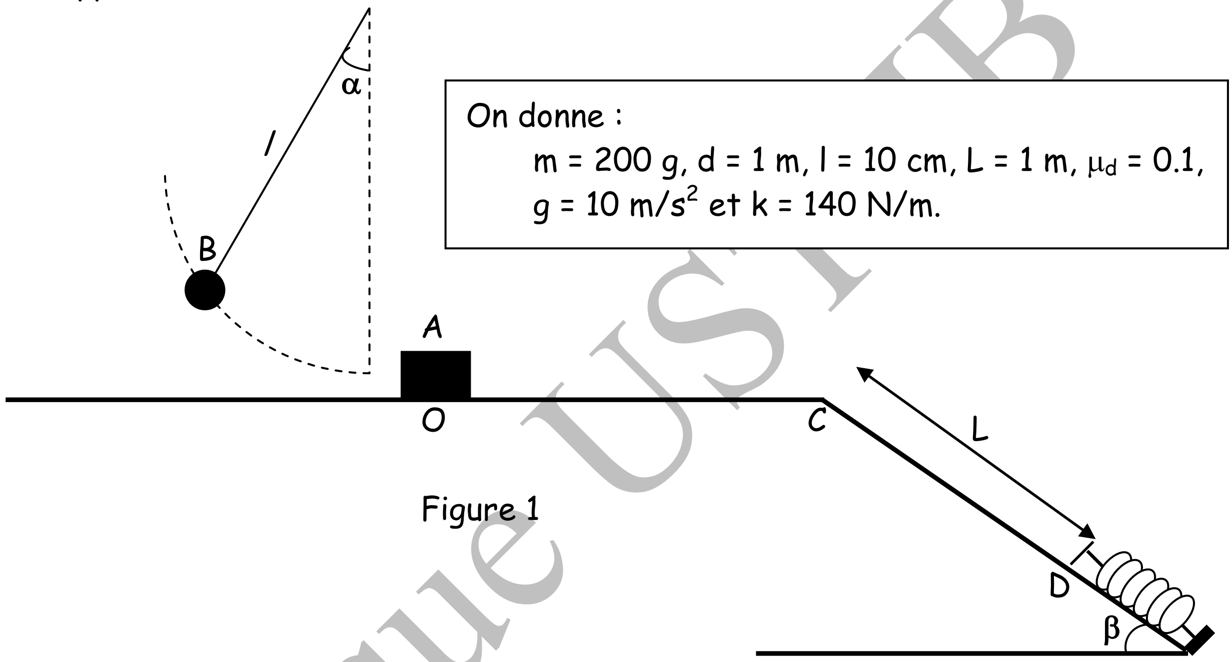


Figure 1

1- Dessiner les forces exercées sur le corps A en une position entre O et C.
2- Calculer l'accélération du corps A entre O et C. Déduire la nature du mouvement.
3- Donner l'expression de la vitesse de la boule B juste avant de toucher le corps A
4- En utilisant la conservation de la quantité de mouvement du système, déterminer la vitesse du corps A après l'interaction.
5- Exprimer la vitesse du corps A au point C en fonction de g, l, d, α et μ_d
6- De quel angle α_m doit – on écarter la boule B pour que le corps A arrive en C avec une vitesse nulle.
7- A partir du point C, le corps A aborde la partie CD avec une vitesse nulle. Il arrive sur un ressort parfait de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k.
   - Représenter les forces exercées sur A au cours de la compression du ressort.
   - Quelle est la valeur de la compression maximale du ressort.

F. MEKIDECHE – CHAFA, A. CHAFA, A. DERBOUZ, A. DIB, M. HACHEMANE, F. KAOUAH

Exercice 12 :

Un skieur que l'on assimilera à un point matériel M, de masse m = 80 kg, part avec une vitesse nulle du point S, situé à une hauteur h_s = 1540 m, pour arriver au point O, situé à une hauteur h_o = 1440 m.

1 – Sachant que le long de la piste SO, de longueur 150m, les frottements entre la piste est les skis sont caractérisés par une force $C_{//}$ = 400 N, dans la direction de la vitesse :

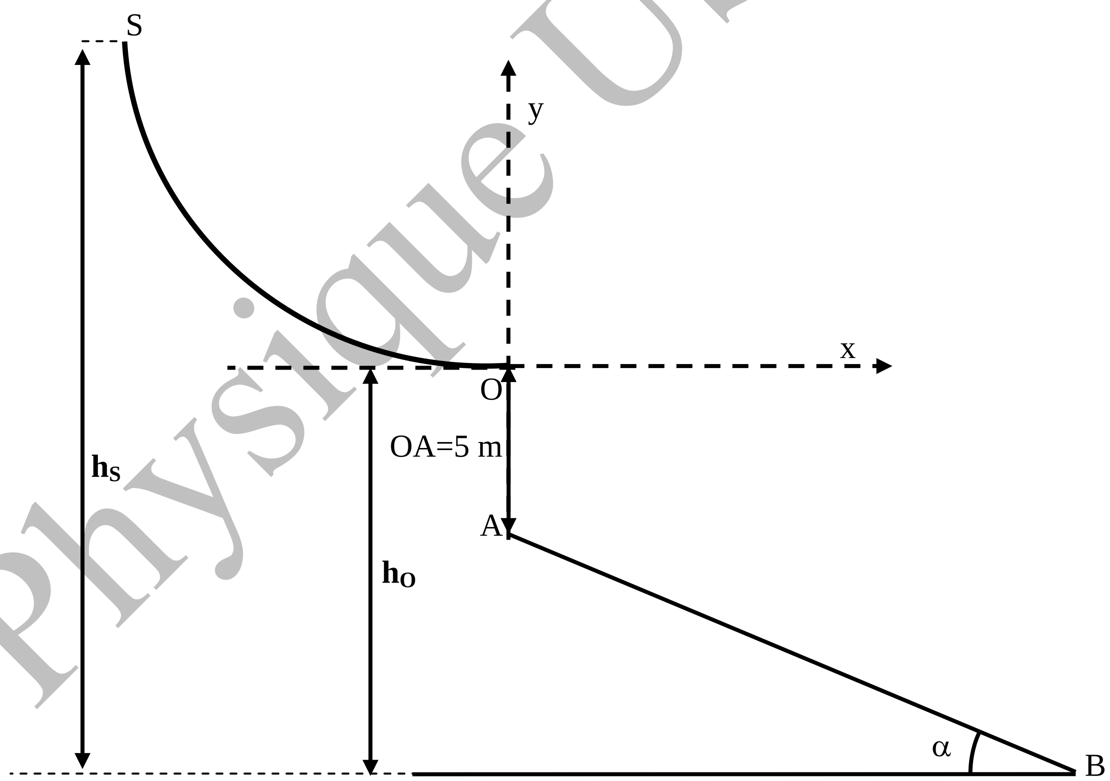
a – Donner l'expression de l'énergie totale aux points S et O,

b - Déduire la vitesse V_0 du skieur au point O.

2- En O, le skieur quitte la piste avec une vitesse horizontale $\vec{V}_O$. En supposant les frottements dus à l'air négligeables, déterminer l'équation de la trajectoire suivie par le skieur.

3- A quelle distance de O le skieur touchera- t - il le plan incliné AB, faisant un angle α = 45° ave l'horizontale ?

4- Quelle est sa vitesse à cet endroit ?



Solution de quelques exercices type

Exercice 4 :

La force entre la terre et le satellite s'écrit : $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$

1- F est force qui dérive d'un potentiel donc

$$W = \int \vec{F}.\vec{dl} = -\int_r^{\infty} \frac{GMm}{r^2}\vec{u}.\vec{dl} = -GMm\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2} = -\frac{GMm}{r} \quad et \quad W = -\Delta E_p = E_p(r) - E_p(\infty)$$

En posant $E_p(\infty) = 0 \Rightarrow E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$

2- Energie totale : Comme $F = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$

donc: $E_T = E_c + E_p = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$

3- on a : $F = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 \Rightarrow r^3\omega^2 = GM$

4- Si le satellite ne bouge pas $\Rightarrow$ il a la même période que la terre T = 24 h = 86400 s

Or $F = \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow r = (R_T + h) = \left(GM\,\frac{T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$ =4.2 10^7 m

$\Rightarrow h =$3.6 10^7 m

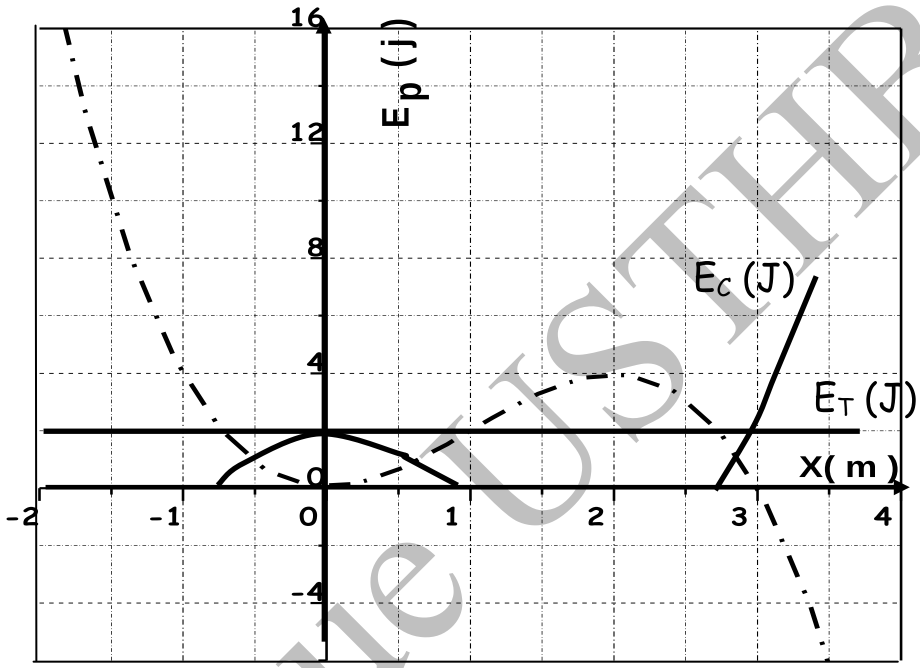
$$v = \frac{2\pi}{T}r = 3052.77\ m/s$$

$$E_T = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = -\,3.2 10^8\ J$$

Exercice 9 :

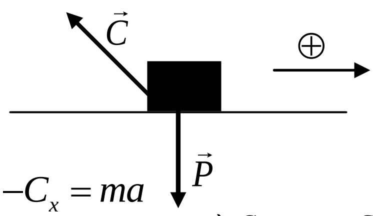
1- Positions d'équilibre : - Stable x = 0 m car minimum de $E_p(x)$
- Instable x = 2 m car maximum de $E_p(x)$

2- Si E_T = 2 Joules, l'énergie cinétique $E_c = E_T - E_p \geq 0$



3- Discussion de la courbe, nn traçant le graphe de $E_C(x)$ on constate que:
- Si la particule se trouve dans le domaine $-0.7 \leq x \leq 0.9$ m : elle oscille entre ces deux positions
- Si elle se trouve en $x \geq 2.8$ m il ya deux cas :
  - si elle se déplace vers les x positifs elle part vers l'infini
  - si elle va vers les x négatifs elle arrive jusqu'à x = 2.8 m et elle rebrousse chemin pour aller vers l'infini.

Exercice 11 :



1- Forces

2- Accélération : $\vec{P}+\vec{C}=m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} ox: -C_x = ma \\ oy: C_y = mg \end{cases} \Rightarrow a = -\mu_d g = -1\, m/s^2$

3- Pas de frottements : $E_{ti}=E_{tf} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgl(1-\cos\alpha) \Rightarrow v_B = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$$

4- Conservation de la quantité de mvt :

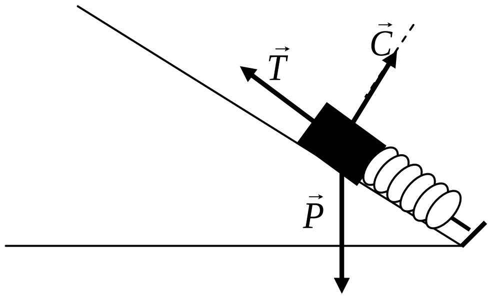
$$m\vec{v}_B + 0 = 0 + m\vec{v}_A \Rightarrow v_A = v_B = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$$

5- Vitesse au point C :

$\Delta E_T = W_{\vec{C}_x} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -C_x OC = -\mu_d mgd$ donc :

$$v_c = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha) - 2\mu_d gd}$$

6- $v_c = 0 \Rightarrow \cos\alpha_m = 1 - \frac{\mu_d d}{l} \Rightarrow \alpha_m = \frac{\pi}{2}$



7- a- Forces

b- compression maximale

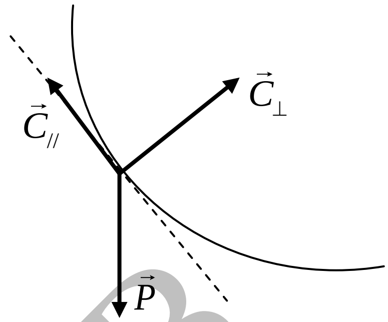
$E_{T1} = mgh = mg(L+x)\sin\beta$ et $E_{T2} = \frac{1}{2}kx^2$

Pas de frottements donc : $E_{T1} = E_{T2}$ alors :

$$\frac{1}{2}kx^2 - mgx\sin\beta - mgL\sin\beta = 0 \Rightarrow 70x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = 12.7\ cm$$

Exercice 12 :

1- a- au point S : $E_{TS} = E_c + E_p = mgh_S$; au point O :

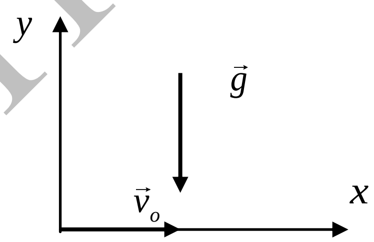


$$E_{TS} = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$$

b- $\Delta E_{\ T} = W_{C_{//}} \Rightarrow \dfrac{1}{2}mv_o^2 - mg(h_s - h_o) = -C_{//}\, SO$

$$v_o = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - C_{//}\, SO} = 22.36\, m/s$$

2- trajectoire :



$$\left.\begin{array}{l} ox: v_x = v_o \Rightarrow x(t) = v_o t \\ oy: v_y = -gt \Rightarrow y(t) = \dfrac{1}{2}gt^2 + y_0 \end{array}\right\} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_o^2}x^2 = -\frac{1}{100}x^2$$

3- Il touche le sol lorsque l'équation du mouvement est égale à celle de la droite représentant le sol.

Pour la droite on a : $y = ax + b = -x - 5$.Elles se coupent si

$$\frac{1}{100}x^2 = -x - 5 \Rightarrow \frac{1}{100}x^2 + x + 5 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 104.8\, m \\ y = -109.8\, m \end{array}\right\} \Rightarrow OI = \sqrt{x^2 + y^2} = 151.7\, m$$

4- Sa vitesse à cet instant est : on a

$$t = 4.69\, s \Rightarrow v_x = 22.36\, m/s \quad et \quad v_y = -46.9\, m/s \Rightarrow v = 51.96\, m/s$$