

Université Djilali BOUNAËMA ( Khemis Miliana)

FACULTÉ: DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT: MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

Niveau L2, Durée 1h30

Examen de Rattrapage "Analyse Complexe"

09/09/2015

**Exercice 1** (4 points )

Soit  $f$  une fonction complexe holomorphe sur  $\mathbb{C}$  telle que pour tout  $z = x + iy$

$$\operatorname{Im}(f(z)) = e^x \sin y + y.$$

- 1) Déterminer  $\operatorname{Re}(f(z))$ .
- 2) Donner  $f(z)$  telle que  $f(0) = 0$ .

**Exercice 2** (4 points )

Soient  $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ . On pose  $\gamma(t) = a \cos(t) + ib \sin(t)$  pour tout  $t \in [0; 2\pi]$ .

Calculer l'intégrale  $I = \int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$ . En déduire la valeur de

$$J = \int_{\gamma} \frac{1}{a^2 \cos^2(t) + b^2 \sin^2(t)} dt.$$

**Exercice 3** (4 points )

Calculer par la formule intégrale de Cauchy les deux intégrales suivantes:

$$m = \int_{|z|=4} \frac{1}{z^2 + 1} dz \quad \text{et} \quad M = \int_{|z-2i|=4} \frac{z}{z^2 + 9} dz.$$

**Exercice 4** (8 points )

Calculer les deux intégrales suivantes avec le théorème des résidus

1)  $\int_{|z|=4} \frac{e^z}{z^4 + 5z^3} dz.$

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{(2 + \cos x)^2} dx.$

BON COURAGE.