U.S.T.H.B. 2014-2015 Semestre 1
Faculté de Mathématiques

Fonctions de plusieurs variables
$3^{\text{ème}}$ année LAC

<u>Test n^{0}1 - 06 novembre 2014. Durée : 30 minutes</u>

Nom :... **Matricule :**...

Prénom :... **Groupe :**...

==

Exercice 1 (5 pts.) : Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy\left(x^2-y^2\right)}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

Comparer $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$ et $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$.

==

Exercice 2 (6 pts.) :

1) À l'aide du changement $\xi = x + y,\ \eta = x - y$ transformer l'équation $\dfrac{\partial f}{\partial x} - \dfrac{\partial f}{\partial y} = 1$ en une équation de la forme $\dfrac{\partial f}{\partial \eta} = a, (a \in \mathbb{R})$.

2) Trouver toutes les fonctions de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ qui vérifient $\dfrac{\partial f}{\partial x} - \dfrac{\partial f}{\partial y} = 1$.

==

Exercice 3 (4 pts.) : Écrire le développement de Taylor à l'ordre 2 au voisinage du point $(0,0)$ pour la fonction f définie par $f(x,y) = e^x(1 + \sin y)$.

==