Chapitre II: Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques

II.1 Introduction

Les ondes électromagnétiques regroupent un large spectre de phénomènes physiques et d'applications : les ondes radio, la lumière visible, les rayons X, etc. Toutes ces ondes sont décrites par le même formalisme : la propagation conjointe d'un champ électrique et d'un champ magnétique. À la suite de nombreux travaux sur les phénomènes électriques ou magnétiques, la fin du XIXe siècle a vu naître la théorie puis les applications des ondes électromagnétiques.

Inventé en 1960, le laser est une source électromagnétique monochromatique. Les lasers les plus courants sont le rouge ($\lambda = 632\,nm$, présent dans les lecteurs CD et DVD), le bleu ($\lambda = 405\,nm$, présent dans les lecteurs de DVD haute définition) mais il existe des lasers produisant des rayonnements dans l'infra rouge et l'ultraviolet.

II.2 Structure et propriétés de l'onde plane progressive harmonique

II.2.1 Définition

Une onde électromagnétique est dite plane et progressive si chacune de ces composantes des champs électrique et magnétique est fonction d'une coordonnée de l'espace et du temps et obéit à l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}.\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$$

dont la solution générale est :

$$A(z,t) = f\left(t - \frac{z}{c}\right) + g\left(t + \frac{z}{c}\right)$$

- $f\left(t - \frac{z}{c}\right)$ est l'expression d'une onde plane qui se propage suivant OZ dans le sens des z positifs à la célérité $c.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$,
- $g\left(t + \frac{z}{c}\right)$ est l'expression d'une onde plane qui se propage suivant OZ dans le sens des z négatifs à la célérité $-c.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$ **.**

II.2.2 Propriétés de l'onde plane progressive

Les champs $\vec{E}(z,t)$ et $\vec{B}(z,t)$ de l'onde plane qui se propage suivant Oz sont liés, d'après les équations de *Maxwell*, par les relations:

$$\vec{\boldsymbol{E}}(z,t) = c.\vec{\boldsymbol{B}}(z,t) \wedge \vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$$

$$\vec{\boldsymbol{B}}(z,t) = \frac{1}{c}.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}} \wedge \vec{\boldsymbol{E}}(z,t)$$

qui traduisent les propriétés suivantes de l'onde plane :

- Les champs $\vec{\boldsymbol{E}}(z,t)$et $\vec{\boldsymbol{B}}(z,t)$ sont transversaux ($\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$ et $\vec{\boldsymbol{B}}\perp\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$),
- Les champs $\vec{\boldsymbol{E}}(z,t)$et $\vec{\boldsymbol{B}}(z,t)$ sont orthogonaux ($\vec{\boldsymbol{E}}\perp\vec{\boldsymbol{B}}$),
- Les champs $\vec{\boldsymbol{E}}(z,t)$et $\vec{\boldsymbol{B}}(z,t)$ sont tels que $(\overrightarrow{\boldsymbol{E}},\vec{\boldsymbol{B}},\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}})$ soit un trièdre direct,
- Le rapport des modules des champs est constant et égale à *c* :

$$\frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{B}\|}=\frac{E}{B}=c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_O\mu_O}}$$

- L'impédance d'onde est :

$$\eta_o=\frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{H}\|}=\frac{E}{H}=\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}=120\pi\approx 377\ \Omega$$

- Le vecteur de Poynting, dirigé suivant la direction de propagation de l'onde, est donné par:

$$\vec{\boldsymbol{P}}=\frac{E^2}{c.\mu_o}.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$$

- La densité volumique d'énergie électromagnétique est :

$$\varpi=\frac{\varepsilon_0.E^2}{2}+\frac{B^2}{2.\mu_o}=\varepsilon_0.E^2=\frac{B^2}{\mu_o}$$

Elle obéit en tout point à la relation locale de Poynting :

$$div\left(\vec{P}\right)+\frac{\partial\varpi}{\partial t}+\vec{J}.\vec{E}=0$$

Dans une région dépourvue de courants, $\vec{J}=\vec{0}$.

II.2.3 Onde plane harmonique. Vecteur d'onde

Le champ $\vec{\mathrm{E}}$ d'une onde plane sinusoïdale monochromatique, de fréquence $f=\frac{\omega}{2\pi}$ donc de longueur d'onde $\lambda=\frac{c}{f}$, qui se propage suivant la direction Oz, est :

$$\vec{E}(z,t)=\vec{E}_o(z,t).\cos\left(\omega\left(t-\frac{z}{c}\right)\right)$$

Si on introduit le vecteur d'onde $\vec{\boldsymbol{k}}=k.\vec{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{z}}$ avec $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{c}$ dans le vide, il vient :

$$\vec{E}(z,t)=\vec{E}_o(z,t).\cos\left(\omega t-k.z\right)$$

Ou bien :

$$\vec{E}(x,y,z,t)=\vec{E}_o(x,y,z,t).\cos\left(\omega t-\vec{\boldsymbol{k}}.\vec{\boldsymbol{r}}\right)$$

II.3 Vitesse de phase et vitesse de groupe

II.3.1 Vitesse de phase

C'est la vitesse de déplacement du plan d'onde, donc la vitesse de propagation de la phase : $\Phi=\omega t-k.z$, soit : $v_\Phi=\left(\frac{dz}{dt}\right)_{\Phi=cte}$ ou :

$$v_\Phi=\frac{\omega}{k}$$

Remarques :

- Une vitesse de phase peut être supérieure à la célérité c de la lumière dans le vide.
- Dans le vide illimité, on a : $k = \frac{\omega}{c}$, donc $v_\Phi = \frac{\omega}{k} = c$ (milieu non dispersif).
- Dans le vide limité par des conducteurs (guides d'ondes, par exemple), $k \neq \frac{\omega}{c}$ et $v_\Phi(\omega) \neq c$ et le milieu est dit dispersif.

II.3.2 Vitesse de groupe

Si la vitesse de phase dépend de la pulsation ω, le milieu est dispersif et l'énergie de l'onde se propage à une vitesse v_g (vitesse de groupe) différente de v_Φ :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Remarques :

- Une vitesse de groupe est toujours inférieure à la célérité c de la lumière dans le vide.
- Dans le vide illimité, on a $\omega = c.k$ et donc $v_\Phi = v_g = c$. Ces deux relations ne sont plus vraies dans les cavités limitées par des conducteurs (milieux dispersifs) ; c'est la relation de dispersion $k(\omega)$.